

CAPITULO 9. TERMODINAMICA

Es el estudio de la transformación y uso del calor que ocurre entre sistemas de partículas o cuerpos, donde hay un intercambio de energía interna y trabajo mecánico con el exterior.

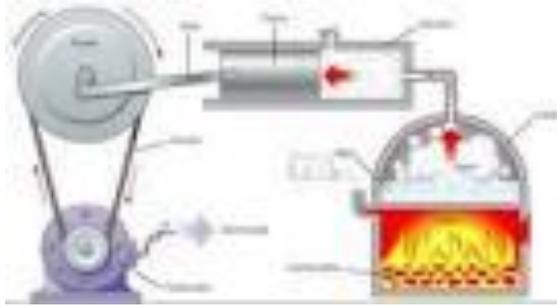


Fig. 9.1 Proceso termodinámico donde el calor se convierte en trabajo mecánico

9.1 Procesos Termodinámicos

Es la evolución de un sistema termodinámico mientras cambian sus parámetros macroscópicos: Temperatura (T), presión (p), volumen (V), etc. También se le llama Transformación Termodinámica.

Diagramas termodinámicos

Son representaciones gráficas en un sistema de coordenadas de la evolución térmica de un gas. Estos ejes coordenados pueden ser: pV , pT , VT , etc.

De estos diagramas el más utilizado es el diagrama pV , el cual permite utilizar la gráfica para calcular el trabajo mecánico sobre el gas.

Cada punto representa un estado del gas, y cada línea representa una evolución del gas (transformación termodinámica). Otros diagramas: pT , VT , etc.

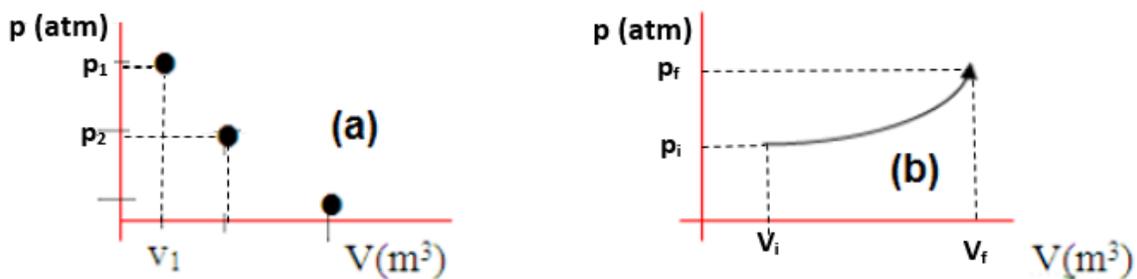


Fig.9.2.Diagrama pV . (a) Estados termodinámicos; (b) Proceso termodinámico

Procesos Reversibles e Irreversibles

Un proceso termodinámico es reversible cuando el gas evoluciona como una sucesión de estados definidos, el gas puede retornar a su estado inicial bajo las mismas condiciones y se cumple la ecuación del gas ideal:

$$pV = nRT = Nk_B T \text{ ----- (9.1)}$$

Un proceso termodinámico es irreversible cuando evoluciona en una sola dirección y el gas no retorna a su estado inicial por la misma trayectoria.

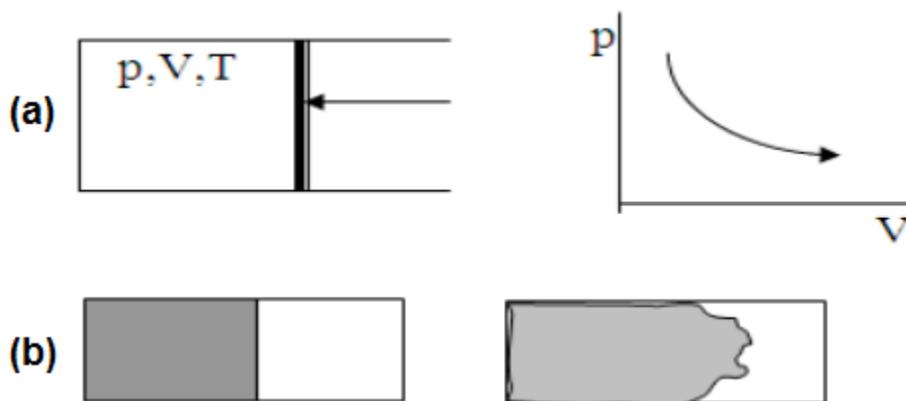


Fig.9.3 Procesos termodinámicos: (a) Reversible; (b) Irreversible (expansión libre)

9.2 Intercambio de Energía de un Sistema Termodinámico con el medio exterior

Un sistema termodinámico puede intercambiar energía con el entorno a través de: Trabajo y Calor.

9.2.1 Trabajo mecánico realizado por un gas

Cuando el gas cambia de volumen (expansión o compresión) se realiza trabajo sobre él.

$$\delta W = Fdx = pAdx = pdV$$

$$\text{Trabajo total} = \int pdV = \text{area en la grafica } pV \text{ ----- (9.2)}$$

Siendo: A = área transversal, dV = variación del volumen

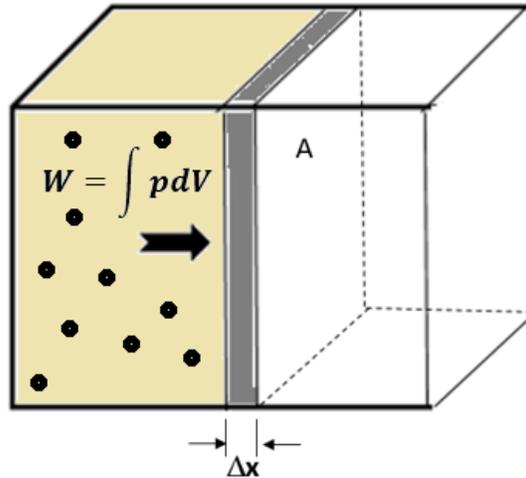


Fig. 9.4. Trabajo mecánico realizado sobre un gas

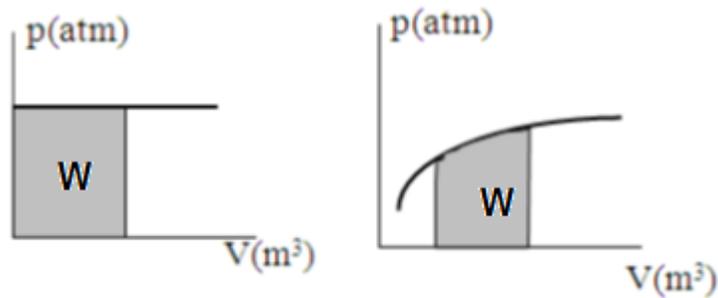


Fig. 9.5. Diagrama pV en la expansión de un gas ideal. El trabajo es igual al área bajo la curva

Nomenclatura.

En la expansión: $dV > 0$ y $W > 0$; Trabajo Positivo
 En la compresión: $dV < 0$ y $W < 0$; Trabajo Negativo

9.2.2 Intercambio de Calor de un Sistema Termodinámico con el exterior.

Un sistema puede recibir o dar calor a través de un intercambiador de calor que puede ser mediante la conducción, convección o radiación. De los conceptos de calorimetría, tenemos:

$$Q = mc_e \Delta T = nc_n \Delta T \text{ ----- (9.3)}$$

Siendo: c_e = calor específico de una sustancia y c_n = calor específico molar de un gas

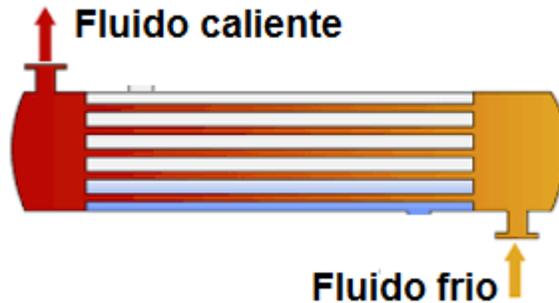


Fig. 9.6 Fluido frío entrante recibe calor en el intercambiador, saliendo a mayor temperatura.

9.3 LEY CERO DE LA TERMODINAMICA

El principio fundamental en que se basa esta ley es que cuando dos cuerpos a temperaturas diferentes están en contacto térmico, fluye calor desde el cuerpo de mayor temperatura hacia el de menor temperatura hasta que las temperaturas se igualan, cesando el calor transferido.

La Ley Cero de la Termodinámica establece que cuando dos cuerpos están en equilibrio térmico con un tercer cuerpo, estos también están en equilibrio térmico.

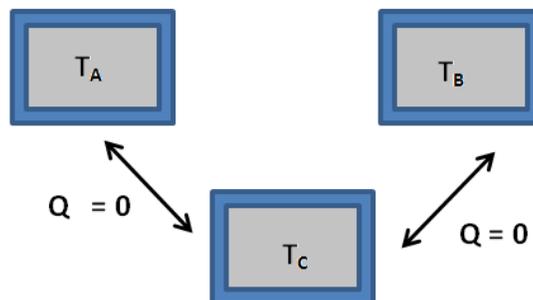


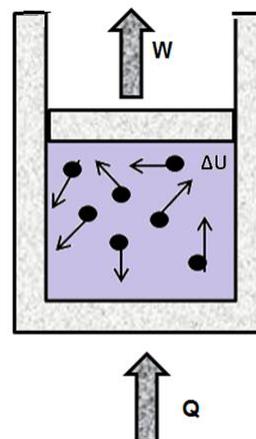
Fig.9.7. Ley cero de la termodinámica: Siendo $Q=0$, entonces $T_A = T_C$ y $T_B = T_C$, entonces $T_A = T_B$ por tanto están en equilibrio. No fluye calor entre ellos.

9.4 PRIMERA LEY DE LA TERMODINAMICA

El principio de conservación de la energía, en la termodinámica se le conoce como la primera ley de la termodinámica.

El sistema (gas ideal) intercambia calor y trabajo mecánico con el entorno lo que puede motivar un cambio en su energía interna.

Fig.9.8 Gas ideal intercambia calor (Q) y Trabajo (W) con su entorno, pudiendo motivar el cambio en la energía interna del gas.



El cambio en la energía interna del gas (ΔU) es igual al calor intercambiado (Q) menos el trabajo que realiza el gas (W).

$$\Delta U = Q - W \text{ ----- (9.4)}$$

Convención de signos

Si aumenta la energía interna del sistema: $\Delta U > 0$

Si disminuye la energía interna del sistema: $\Delta U < 0$

Si el sistema recibe calor del exterior: $Q > 0$

Si el sistema cede calor al exterior : $Q < 0$

Si el gas se expande ($\Delta V > 0$) : $W > 0$

Si el gas se comprime ($\Delta V < 0$) : $W < 0$

EJEMPLO 9.1

En un cierto proceso, se suministra 200J de calor a un sistema y se realiza trabajo de compresión de 80J. Halle el cambio de la energía interna.

9.5 Aplicaciones de la Primera Ley de la Termodinámica

Analizaremos la aplicación de la 1ra Ley de la termodinámica y la ecuación del gas ideal para diferentes procesos. Cabe señalar que toda trayectoria en un diagrama termodinámico como el pV es una transformación termodinámica. Tomaremos como ejemplo los procesos Isovolumétrico, isobárico, isotérmico y adiabático. El análisis sirve también para cualquier otro proceso termodinámico.

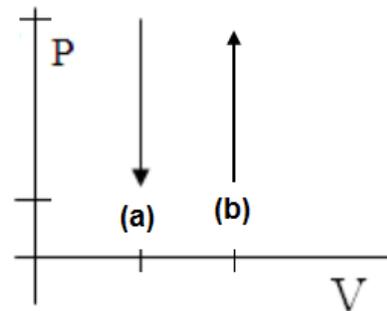
9.5.1 Proceso Isovolumétrico o Isócoro

En esta transformación el volumen se mantiene constante. $V = \text{constante}$; $\Delta V = 0$
 $W = 0$; De la ec. (9.4) :

$$\Delta U = Q \text{ ----- (9.5)}$$

En la fig. (9,9) se muestran dos procesos isovolumétricos (volumen constante) siendo $W = 0$. En el caso (a), la presión disminuye y de la ec. (9.1) la temperatura también disminuye, de la ec. (9.3) el calor es negativo es decir el gas devuelve calor y de la ec.(9.5) la energía interna del gas disminuye ($\Delta U < 0$). En el caso (b), la presión aumenta y de la ec. (9.1) la temperatura aumenta, de la ec. (9.3) el calor es positivo es decir el gas absorbe calor y de la ec.(9.5) la energía interna del gas aumenta ($\Delta U > 0$).

Fig. 9.9 Diagrama pV mostrando los Procesos isovolumétricos de un gas ideal. (a) Devuelve calor ($Q < 0$); (b) absorbe calor ($Q > 0$)



El calor absorbido incrementa la energía interna, obteniéndose de la ec. (9.5):

$$\Delta U = Q = nc_v \Delta T \text{ ----- (9.6)}$$

c_v = capacidad térmica molar a volumen constante. De las ec. (8.11) y (8.12) se tiene: Gas monoatómico: $c_v = 3R/2$; Gas diatómico: $c_v = 5R/2$

9.5.2 Proceso Isobárico

Es el proceso en el cual durante la evolución del gas, la presión se mantiene constante. El trabajo realizado por el gas es:

$$W = \int p dV = p(V_f - V_i) = \Delta V = \text{área de la gráfica en la Fig. (9.10)}. \text{----- (9.7)}$$

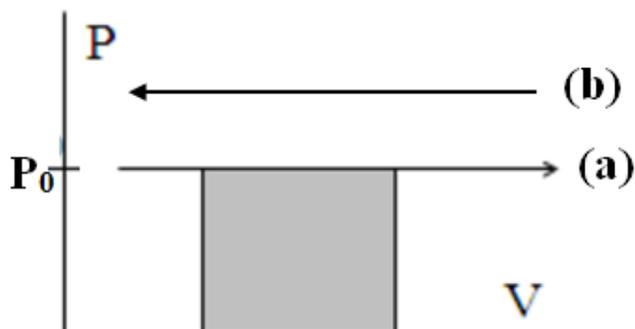


Fig. 9.10. Diagrama pV de un proceso isobárico. (a) Expansión isobárica. (b) Compresión isobárica. El área sombreada representa al trabajo en la expansión.

De la ec. (9.1) se puede concluir que en la expansión isobárica (Fig.9.10a) al aumentar el volumen, aumenta también la temperatura y de las ecs. (9.3) y (9.5), el gas absorbe calor ($Q>0$) y la energía interna aumenta ($\Delta U>0$). Con un razonamiento similar, en la Fig. 9.10b, durante la compresión isobárica $Q<0$ y el gas devuelve calor al medio ambiente.

De la 1ra Ley de la termodinámica (ec. 9.4):

$$Q = \Delta U + p\Delta V = nc_v\Delta T + nR\Delta T = n(c_v + R)\Delta T; \text{ resultando:}$$

$$Q = nc_p\Delta T \text{----- (9.8)}$$

Siendo:

$c_p = c_v + R$: capacidad térmica molar a presión constante.

- Gas monoatómico $c_p = 5R/2$
- Gas diatómico $c_p = 7R/2$

9.5.3 Proceso Isotérmico

Es el proceso en el cual durante la evolución del gas, la temperatura se mantiene constante.

De las ecs. (8.11) y (8.12), en el gas ideal si la temperatura se mantiene constante, entonces la energía interna también seguirá contante.

Resultando: $\Delta T = T_f - T_i = 0$ y $\Delta U = U_f - U_i = 0$

Trabajo realizado en la expansión isotérmica:

$$W = \int p dV = \int \frac{nRT}{V} dV = nRT \ln(V_2/V_1) = \text{area del diagrama } pV \text{ ----- (9.9)}$$

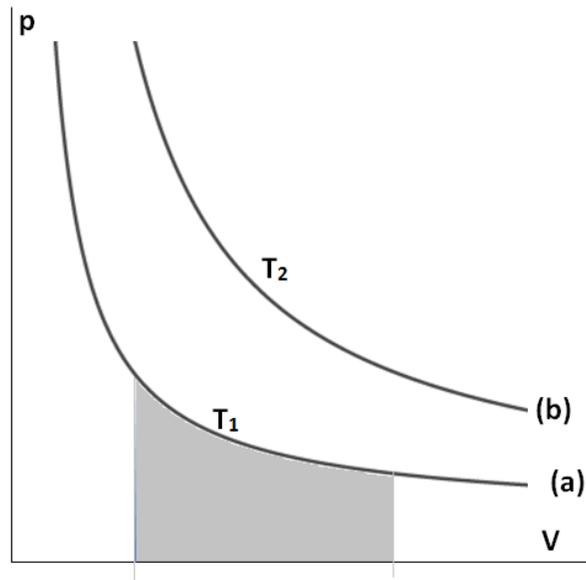


Fig. 9.11. Diagrama pV de un proceso isotérmico. El área sombreada representa el trabajo realizado en el proceso isotérmico (a).

De la ec. (9.4) obtenemos el calor absorbido por el gas:

$$Q = W = nRT \ln(V_2/V_1) \text{ ----- (9.10)}$$

En una expansión isotérmica (Fig.9.11a), el gas absorbe calor mientras que en la compresión isotérmica el gas devuelve calor.

9.5.4 Proceso Adiabático

Es el proceso en el cual el gas se encuentra aislado térmicamente del exterior ($Q=0$).

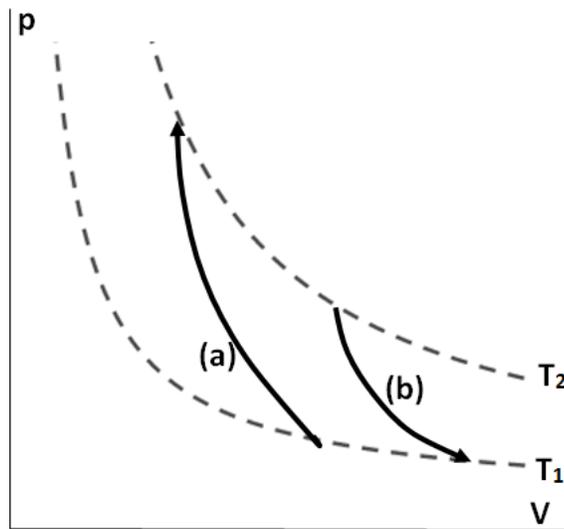


Fig. 9.12 Diagrama pV de un proceso adiabático ($Q = 0$). (a) Compresión adiabática. (b) Expansión adiabática.

De la ec. (9.4), para el proceso adiabático se cumple:

$$\Delta U = -W \text{ ----- (9.11)}$$

En la compresión adiabática (Fig. 9.12a) el gas realiza trabajo negativo y de la ec. (9.11) el cambio en la energía interna es positivo, es decir La energía interna aumenta y por tanto la temperatura aumenta.

Con un razonamiento similar, en una expansión adiabática (Fig. 9.12b) el trabajo es positivo y el cambio en la energía interna negativo; por consiguiente la energía interna disminuye y la temperatura también.

Ecuación de un proceso adiabático:

$$\text{De ec. (9.10): } nc_V dT = -pdV = \frac{-nRT}{V} dV$$

Obteniéndose de la integración entre dos estados (1) y (2):

$$\frac{c_V}{R} Ln \frac{T_2}{T_1} = -Ln \frac{V_2}{V_1};$$

Esta ecuación se puede escribir de diferentes formas:

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \text{ ----- (9.12a)}$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \text{ ----- (9.12b)}$$

$$p_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = p_2^{1-\gamma} T_2^\gamma \text{ ----- (9.12c)}$$

Siendo $\gamma = c_p/c_v$

- Gas monoatómico: $\gamma = 5/3$
- Gas diatómico : $\gamma = 7/5$

EJEMPLO 9.2

En los procesos termodinámicos de la Fig. 9.13, cuando un gas pasa del estado 1 al 3 por la trayectoria curva efectúa -35,0J de trabajo devolviendo 65,0 J de calor. Cuando lo hace por la trayectoria 143 realiza -45,0 J de trabajo.

- halle el calor en la trayectoria 143
- siendo $p_3 = p_4/2$ halle el trabajo W_{321}
- el calor en la trayectoria 321

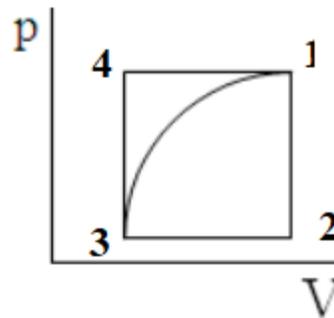


Fig. 9.13 Diagrama pV de procesos termodinámicos.
Ejemplo 9.2

9.6 CICLO TERMODINAMICO

Es una transformación termodinámica en la cual coinciden los estados inicial y final. Fig. 9.15. Durante esta evolución el gas puede absorber o ceder calor así como también puede realizar trabajo de expansión o de compresión

En un ciclo termodinámico las energías internas inicial y final coinciden

El trabajo es igual al área encerrada en el diagrama pV

Los parámetros termodinámicos en el estado inicial coinciden con los del estado final.

Energía interna:

$$U_i = U_f; \quad \Delta U = U_f - U_i = 0$$

De la Primera ley de la termodinámica, ec. (9.4), se obtiene:

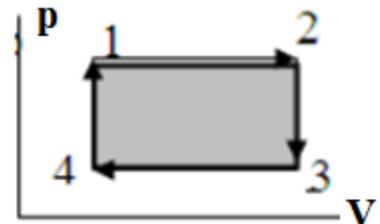


Fig. 914. Ciclo termodinámico

$$\Sigma Q = Q_{abs} - [Q_{dev}] = W_{total} \text{ ----- (9.13)}$$

O también $Q_{total} = W_{total}$

Siendo Q total la suma o resta de calores intercambiados por el gas durante el ciclo y W total el trabajo realizado por el gas en todo el ciclo y numéricamente es igual al área encerrada por la curva cerrada.

9.7 MAQUINAS TERMICAS

Son dispositivos que trabajan con un gas ideal y sirven para convertir el calor proveniente de una fuente de temperatura alta en trabajo mecánico. El calor residual que no pudo convertirse en trabajo es devuelto a un reservorio o depósito de calor a temperatura baja.

Una máquina térmica trabaja en un ciclo termodinámico.

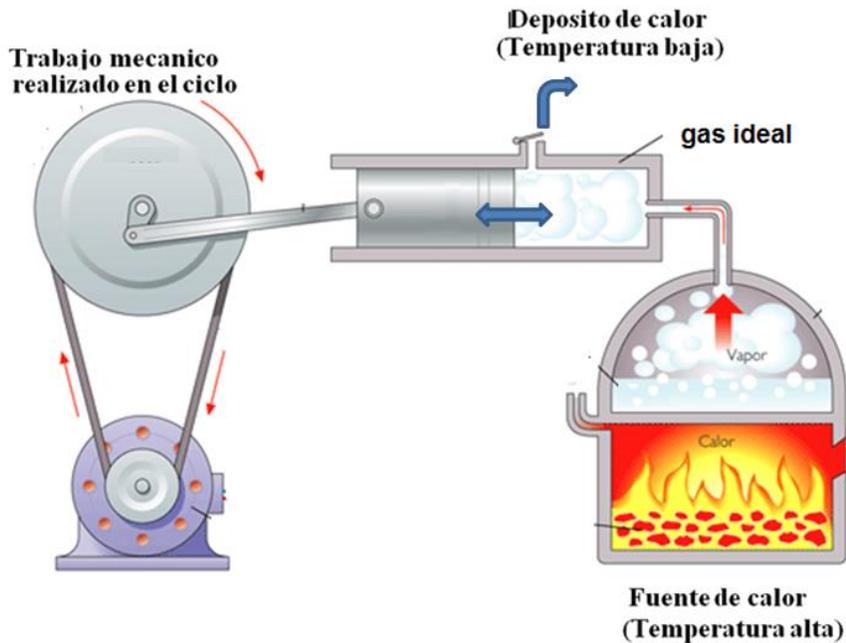


Fig. 9.15 Máquina térmica convirtiendo calor en trabajo mecánico

9.7.1 Eficiencia o Rendimiento Térmico (e)

La eficiencia de una máquina térmica se define en base al trabajo realizado con respecto al calor recibido.

$$eficiencia (e) = \frac{\text{Trabajo reralizado (W)}}{\text{Calor absorbido (}Q_{abs}\text{)}} \text{----- (9.14)}$$

De la ec. (9.12), resulta la eficiencia:

$$e = \frac{Q_{abs} - |Q_{dev}|}{Q_{abs}} = 1 - \frac{|Q_{dev}|}{Q_{abs}} \text{----- (9.15)}$$

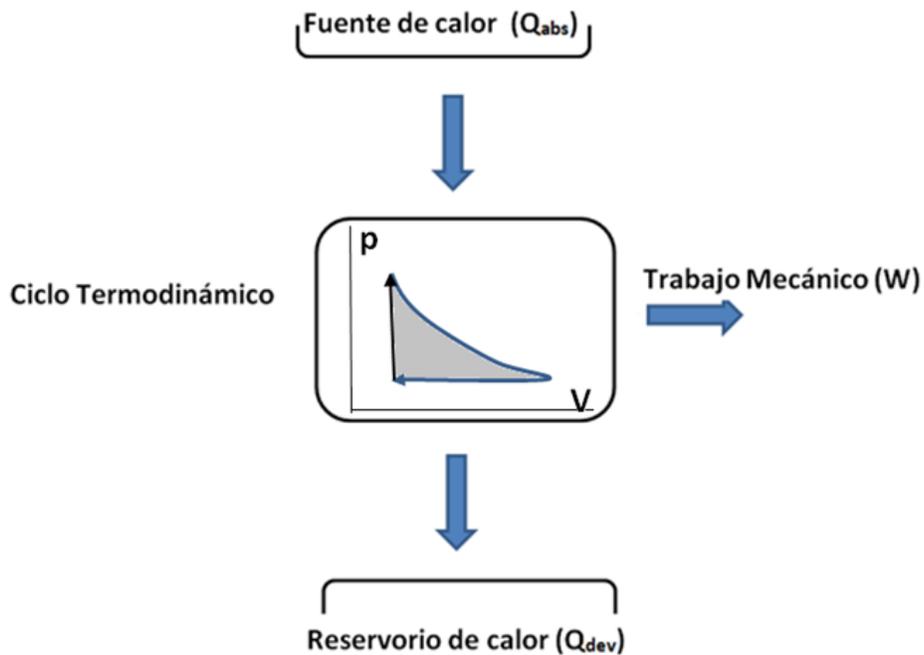


Fig. 9.16. Diagrama de energías en el ciclo termodinámico de una máquina térmica

Ejemplo 9.3

Un gas diatómico es llevado a través del proceso cíclico descrito en la Fig. 9.17. Se pide:

- El calor transferido en cada etapa del ciclo
- La eficiencia del ciclo

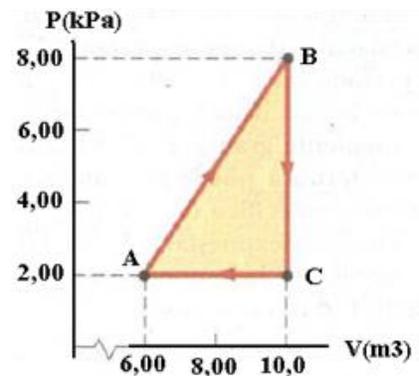


Fig. 9.17. Diagrama pV de un ciclo termodinámico. Ejemplo 9.3

9.7.2 Tipos de Maquinas Térmicas

Todo ciclo termodinámico, cuya trayectoria sea en sentido de las agujas del reloj, puede dar origen a una máquina térmica, durante el cual habría que determinar el calor absorbido, el calor devuelto y el trabajo realizado por el gas, sin embargo hay algunos ciclos termodinámicos especiales que tienen altas eficiencias o que también se utilizan en la industria.

9.7.3 Ciclo de Carnot

Es una máquina térmica ideal que trabaja con dos procesos isotérmicos y dos procesos adiabáticos (Fig. 9.18). Es la máquina que tiene la más alta eficiencia que otras máquinas térmicas si trabajan con la misma fuente de calor y reservorio (Teorema de Carnot).

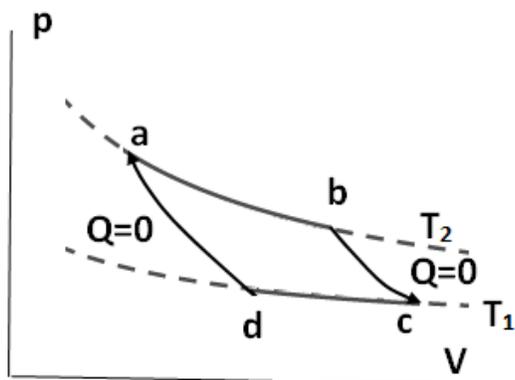


Fig.9.18. Ciclo Termodinámico de Carnot

Tabla 9.1 Características de un ciclo de Carnot

Tramo	Proceso	Ecuaciones
ab	Expansión isotérmica	$Q_{ab}>0, \Delta U_{ab}=0, W_{ab}=nRT_2 \ln(V_b/V_a)$
bc	Expansión adiabática	$Q_{bc}=0, \Delta U_{bc}<0, W_{bc}>0$
cd	Compresión isotérmica	$Q_{cd}<0, \Delta U_{cd}=0, W_{cd}=-nRT_1 \ln(V_d/V_c)$
da	Compresión adiabática	$Q_{da}=0; \Delta U_{da}>0, W_{da}<0$

Eficiencia del Ciclo de Carnot

Para obtener la eficiencia de un ciclo de Carnot, calculemos primeramente el calor absorbido y el calor devuelto

$$\text{Calor absorbido} = Q_{ab} = W_{ab} = nRT_2 \ln(V_b/V_a)$$

$$\text{Calor devuelto} = Q_{cd} = W_{cd} = -nRT_1 \ln(V_d/V_c)$$

Relación de volúmenes:

$$\text{Tramo bc (adiabático): } p_b V_b^\gamma = p_c V_c^\gamma;$$

$$\text{Tramo da (adiabático): } p_d V_d^\gamma = p_a V_a^\gamma$$

$$\text{Dividiendo: } (p_b/p_a) (V_b/V_a)^\gamma = (p_c/p_d) (V_c/V_d)^\gamma$$

$$\text{Tramo ab (isotérmico): } p_a V_a = p_b V_b$$

$$\text{Tramo cd (isotérmico): } p_c V_c = p_d V_d$$

Combinando estas ecuaciones se obtiene: $V_b/V_a = V_c/V_d$

Reemplazando en la ec. (9.14), resulta:

$$e = 1 - \left| \frac{Q_{cd}}{Q_{ab}} \right| = 1 - \frac{T_1}{T_2} \text{----- (9.16)}$$

Estando las temperaturas expresadas en grados Kelvin. $[T] = K$

Ejemplo 9.4

Una máquina de Carnot funciona con 18,0 moles de un gas ideal monoatómico, realizando 5 ciclos de 2,00 s. Las temperaturas de los focos son 450 K y 150 K y consume una potencia de 60 kW. Se pide:

- Dibujar el ciclo en un diagrama p - V especificando las transformaciones que lo componen y calcular la eficiencia.
- Calcula el calor absorbido o devuelto en cada etapa.

9.7.4 CICLO DE OTTO

El ciclo Otto es el ciclo termodinámico que utilizan los motores de combustión interna encendido por chispa, por ejemplo los motores a gasolina y consisten de dos procesos adiabáticos y dos isovolumétricos.

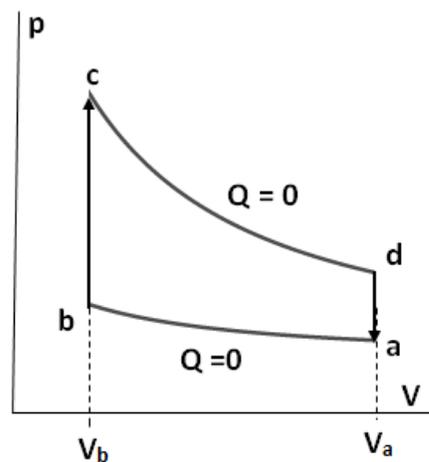


Fig. 9.19 Ciclo Termodinámico de Otto

- Tramo ab (compresión adiabática), aumenta la presión.
- Tramo bc (calentamiento isovolumétrico). Combustión interna encendido por chispa, tiempo muy corto,

- Tramo cd (expansión adiabática). Trabajo positivo.
- Tramo da (enfriamiento isovolumétrico). Se abre la válvula de escape de gases

Tabla 9.2 Características de un ciclo de Otto

Tramos	Procesos	Ecuaciones
ab	Compresión adiabática	$Q=0, W_{ab} = -(U_b - U_a) < 0$
bc	Calentamiento isovolumétrico	$W_{bc} = 0, Q_{bc} = (U_c - U_b) > 0$
cd	Expansión adiabática	$Q=0, W_{cd} = -(U_d - U_c) > 0$
da	Enfriamiento isovolumétrico	$W_{da} = 0, Q_{da} = (U_a - U_d) < 0$

Utilizando la ec. (9.14), resulta:

$$e = \frac{\Sigma W}{Q_{bc}} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{V_a}{V_b}\right)^{\gamma-1}} \text{----- (9.17)}$$

9.7.5 CICLO DIESEL

Es el ciclo termodinámico que utilizan los motores de encendido por compresión y consiste de dos procesos adiabáticos, un calentamiento isobárico y un enfriamiento isovolumétrico

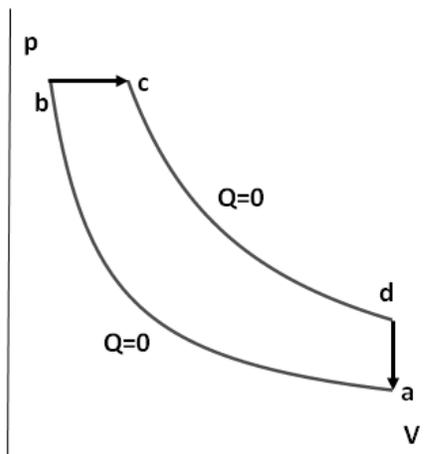


Fig. 9.20 Ciclo termodinámico diésel

- Tramo ab: Compresión adiabática
- Tramo bc: Calentamiento isobárico
- Tramo cd: expansión adiabática
- Tramo da: enfriamiento isovolumétrico

Tabla 9.3 Características de un ciclo de Diesel

Tramos	Procesos	Ecuaciones
ab	Compresión adiabática	$Q=0, W_{ab} = -(U_b - U_a) < 0$
bc	Calentamiento isobárico	$W_{bc} = p\Delta V, Q_{bc} = nc_p\Delta T > 0$
cd	Expansión adiabática	$Q=0, W_{cd} = -(U_d - U_c) > 0$
da	Enfriamiento isovolumétrico	$W_{da} = 0, Q_{da} = nc_v\Delta T < 0$

Utilizando la ec. (9.14), resulta:

$$e = \frac{\Sigma W}{Q_{bc}} = 1 - \frac{\left(\frac{1}{r_E}\right)^\gamma - \left(\frac{1}{r_C}\right)^\gamma}{\gamma \left(\frac{1}{r_E} - \frac{1}{r_C}\right)} \text{----- (9.18)}$$

r_E = relación de expansión = V_1/V_3 ;

r_C = relación de compresión = V_1/V_2

9.8 SISTEMAS DE REFRIGERACION Y REFRIGERADORES

Es una máquina térmica operando en sentido inverso (sentido contrario a las agujas del reloj). Utilizando un trabajo externo (W), transfiere cierta cantidad de calor de una fuente fría (interior del refrigerador) y lo cede a un lugar más caliente (la habitación donde se encuentra el refrigerador)

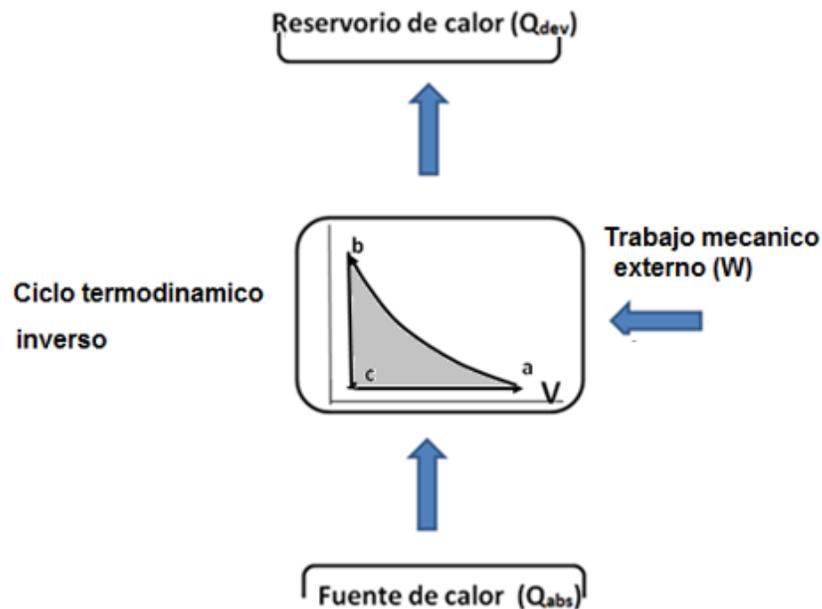


Fig. 9.21. Diagrama de energías en el ciclo termodinámico de un sistema refrigerante

Trabajo mecánico externo (W): Es una acción externa que se realiza para operar la compresora e impulsar a la sustancia refrigerante

Fuente de calor (Q_{abs}): Es el ambiente al cual se extrae calor para mantenerlo frío

Reservorio de calor (Q_{dev}): Es el ambiente donde se deposita el calor extraído. Por lo general es el, medio ambiente

Rendimiento Térmico (K)

El rendimiento térmico de un sistema refrigerante, se define en base al calor absorbido con respecto trabajo realizado en el ciclo.

De la Fig. (9.21), se puede establecer: $Q_{dev} = Q_{abs} + W$, obteniéndose:

$$\text{rendimiento } (K) = \frac{\text{Calor absorbido } (Q_{abs})}{\text{Trabajo reralizado } (W)} = \frac{Q_{abs}}{Q_{dev} - Q_{abs}} \text{ ----- (9.19)}$$

Los coeficientes de rendimiento son del orden de 2,5 y dependen de las temperaturas interior y exterior.

REFRIGERADOR DE CARNOT

Es el ciclo de Carnot aplicado a un sistema de refrigeración, el cual consiste en dos isothermas, dos adiabáticas y funcionando en sentido contrario a las agujas del reloj.

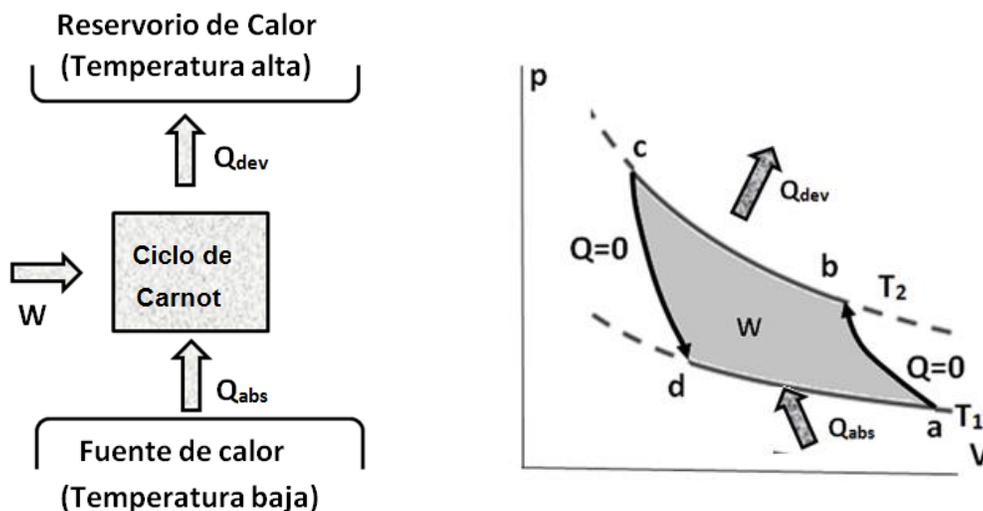


Fig. 9.22 Refrigerador de Carnot. Esquema gráfico y diagrama pV

- Tramo ab: Compresión adiabática
- Tramo bc: Compresión isotérmica
- Tramo cd: expansión adiabática
- Tramo da: enfriamiento isotérmico

Tabla 9.4 Características de un refrigerador de Carnot

Tramos	Procesos	Ecuaciones
ab	Compresión adiabática	$Q=0, W_{ab} = -(U_b - U_a) < 0$
bc	Calentamiento isotérmico	$Q_{dev} = W_{bc} = nRT \ln(V_c/V_b) < 0$
cd	Expansión adiabática	$Q=0, W_{cd} = -(U_d - U_c) > 0$
da	Enfriamiento isotérmico	$Q_{abs} = W_{da} = nRT \ln(V_a/V_d) > 0$

Utilizando la ec. (9.18), para el rendimiento del sistema refrigerante resulta:

$$\text{rendimiento } (K) = \frac{\text{Calor absorbido } (Q_{abs})}{\text{Trabajo reralizado } (W)} = \frac{Q_{abs}}{Q_{dev} - Q_{abs}} = \frac{T_1}{T_2 - T_1} = \dots\dots\dots (9.20)$$

9.9 TEOREMA DE CARNOT

EL RENDIMIENTO DE UN CICLO DE CARNOT ES EL MAXIMO QUE SE PUEDE CONSEGUIR CON RESPECTO A CUALQUIER OTRA MAQUINA TERMICA QUE FUNCIONES CON LAS MISMAS FUENTES DE TEMPERATURA

Vamos a hacer esta demostración utilizando el método de falsa suposición. Consideremos un ciclo de Carnot (C, ciclo ideal) y un ciclo Real (R) que trabajan entre las mismas fuente de temperatura y se diseñan de tal manera que ambas realicen el mismo trabajo (W) pero con calores diferentes.

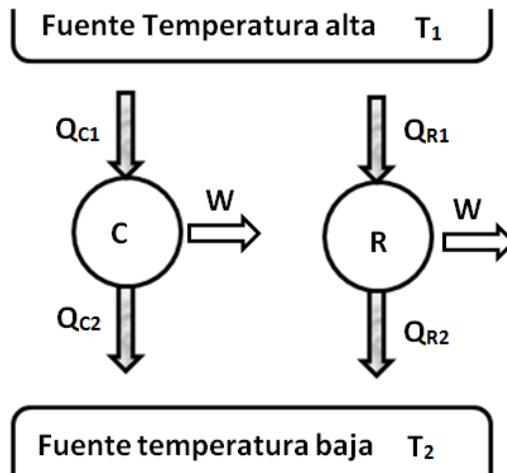


Fig. 9.23. Máquina de Carnot (C) y otra máquina de calor Real (R) trabajando con las mismas fuentes de temperatura pero realizan el mismo trabajo

Eficiencia de Carnot: $e_c = \frac{W}{Q_{c1}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

Eficiencia Máquina Real: $e_R = \frac{W}{Q_{R1}}$

La falta suposición consiste en asumir que la eficiencia de la maquina real es mayor que la eficiencia de Carnot. $e_c < e_R$, y siendo el trabajo (W) el mismo, se cumple que $Q_{R1} < Q_{C1}$.

Con estas dos máquinas construimos un sistema térmico completo utilizando las mismas fuentes de temperatura, de tal manera que el trabajo realizado por la máquina Real (R) se transfiere a la máquina de Carnot (C) trabajando como refrigerador, formando una maquina térmica total conectada entre las fuentes de menor y mayor temperatura.

La Fig. 9.20 nos muestra el nuevo dispositivo térmico el cual tiene contacto térmico entre las dos fuentes una de menor temperatura (fría) y la otra de mayor temperatura (caliente).

Siendo:

Del Refrigerador: $Q_{R2} = Q_{R1} - W$

De Carnot: $Q_{C2} = Q_{C1} - W$

Calor neto extraído del foco frío y llevado al foco caliente.

$DQ = Q_{C2} - Q_{R2} = Q_{C1} - Q_{R1}$; pero $Q_{R1} < Q_{C1}$; resultando que $DQ > 0$ lo que significaría que en el sistema térmico formado, la fuente de temperatura baja transfiere calor DQ hacia la fuente alta, lo cual contradice al principio natural de transferencia de calor.

Por consiguiente la suposición de $e_c < e_R$ es falsa.

CONCLUSION: Es la máquina que tiene la más alta eficiencia que otras máquinas térmicas si trabajan con la misma fuente de calor y reservorio.

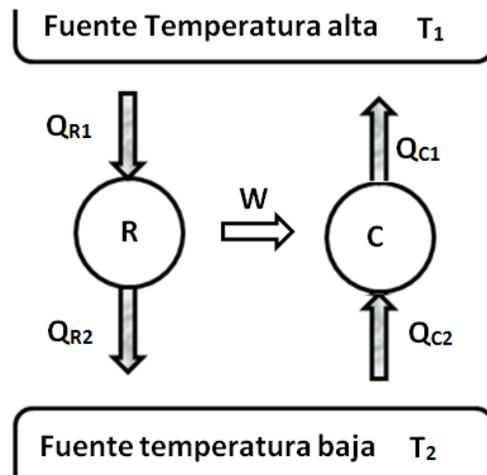


Fig. 9.24. Sistema térmico conformado por una máquina de Carnot (C) y un refrigerador real (R) que transfiere calor entre dos fuentes de calor a temperaturas diferentes.

EJEMPLO 9.5

El refrigerador de un restaurante tiene un coeficiente de rendimiento de 5,00. Si la temperatura de la cocina es de 29,0°C, halle la temperatura mínima que se puede conseguir dentro del refrigerador.

9.10 SEGUNDA LEY DE LA TERMODINAMICA

Es un principio que pone de manifiesto ciertas restricciones de procesos térmicos naturales.

I. En el flujo de Calor. El calor fluye en forma natural desde los cuerpos de mayor temperatura a los de menor temperatura (enfriamiento natural). Solo por acciones externas es posible revertir este proceso. Los refrigeradores llevan calor de la región interna fría hacia el medio ambiente exterior caliente utilizando trabajo externo.

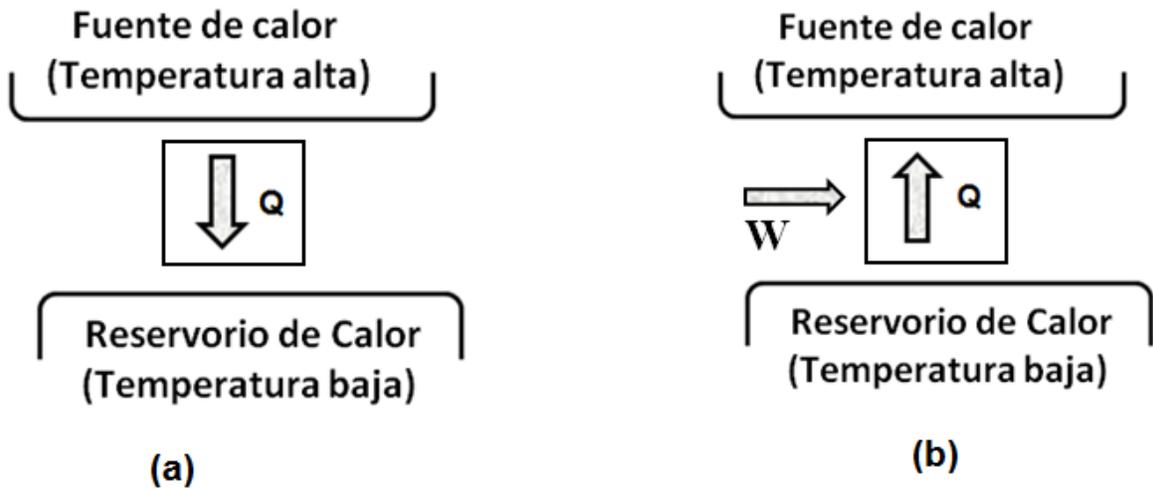


Fig. 9.25. Segunda Ley de la termodinámica indicando: (a) el proceso natural y (b) proceso forzado del calor.

II. En las maquinas térmicas. No es posible crear un dispositivo que transforme por completo calor en trabajo. Por consiguiente no es posible construir una maquina térmica con eficiencia del 100% o la unidad.

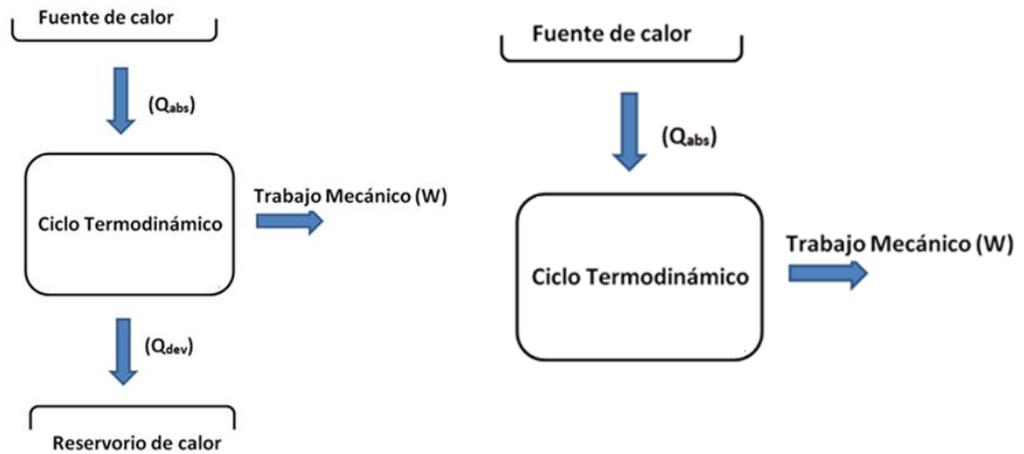


Fig. 9.26. (a) Maquina térmica convencional con eficiencia menor del 100%. (b) Maquina térmica inexistente con eficiencia del 100% o la unidad.

III. Los procesos naturales tienden hacia un estado de mayor desorden (mayor entropía).

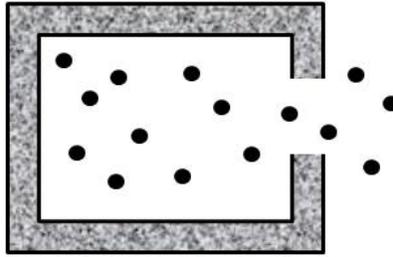


Fig.9.27. La expansión libre es un proceso natural de aumento del desorden y de la entropía.

ENTROPIA (S)

Es una función de estado de un sistema termodinámico al igual que la temperatura, presión, volumen, energía interna, etc.

Definición Microscópica: Es estudiada por la mecánica estadística en vista que los sistemas termodinámicos se refieren a un conjunto de partículas y las probabilidades de estado. Evalúa el desorden de un estado termodinámico. A mayor desorden hay mayor entropía.

Definición Macroscópica: En la termodinámica es posible calcular el cambio en la entropía de un proceso termodinámico, siendo igual al calor transferido entre la temperatura.

Diferencial de cambio: $dS = \Delta Q/T$

Cambio en la entropía:

$$\Delta S_{ac} = S_c - S_a = \int_a^c \frac{\delta Q}{T} \text{-----} \quad (9.21)$$

El cambio en la entropía depende solo del estado inicial (a) y del estado final (c), no depende de la trayectoria seguida en el proceso. $\Delta S_{abc} = \Delta S_{adc}$. También se puede decir que en un ciclo termodinámico el cambio neto de la entropía es cero.

$$\Delta S = \oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \text{-----} \quad (9.22)$$

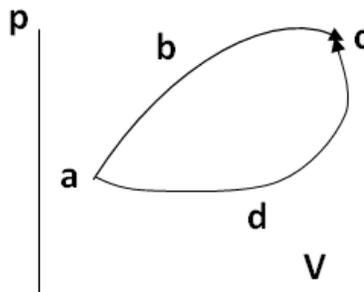


Fig. 9.28. El cambio de entropía no depende de la trayectoria. $\Delta S_{abc} = \Delta S_{adc}$

Cambios en la Entropía para diferentes procesos

- Proceso Isotérmico

$$dS = \frac{\Delta Q}{T}, \text{ Resultando } \Delta S = \frac{1}{T} \int dQ = \frac{Q}{T}$$

- Proceso Isovolumétrico

$$dS = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{dU}{T} = nc_v \frac{dT}{T}, \text{ resultando: } \Delta S = nc_v \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right)$$

- Proceso Isobárico

$$dS = \frac{\Delta Q}{T} = nc_p \frac{dT}{T}, \text{ resultando: } \Delta S = nc_p \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right)$$

- Proceso Adiabático

$$dS = \frac{\Delta Q}{T} = 0, \text{ resultando } \Delta S = 0 \text{ ó } S = \text{constante}$$

- Ciclo de Carnot

$$\Delta S = \frac{Q_{abs}}{T_2} - \frac{Q_{dev}}{T_1} = 0, \text{ resultando: } \frac{Q_{abs}}{T_2} = \frac{Q_{dev}}{T_1}$$

- Proceso de Fusión

$$dS = \frac{\Delta Q}{T_f} = \frac{dmL_f}{T_f}, \text{ resultando: } \Delta S = \frac{mL_f}{T_f}$$

EJEMPLO 9.6

Hallar el cambio en la entropía de 2,50 moles de gas helio que se enfría en un proceso isobárico ($c_p = 21 \text{ J/mol}^\circ\text{C}$) de 1,20 atm de presión desde la temperatura $20,0^\circ\text{C}$ hasta $10,0^\circ\text{C}$.

9.11 TERCERA LEY DE LA TERMODINAMICA

Postulado de Nerst. Para cualquier proceso isotérmico, el cambio de la entropía tiende a cero conforme la temperatura tiende a cero

Tramo ab: isovolumétrico

Tramo bc: adiabático

Tramo ca: Isotérmico

$$\Delta S_{ab} = n c_V \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) > 0$$

$$\Delta S_{bc} = 0; S_b = S_c$$

$$\Delta S_{ca} = \frac{n R T_1 \ln \left(\frac{V_a}{V_c} \right)}{T_1} = n R \ln \left(\frac{V_a}{V_c} \right)$$

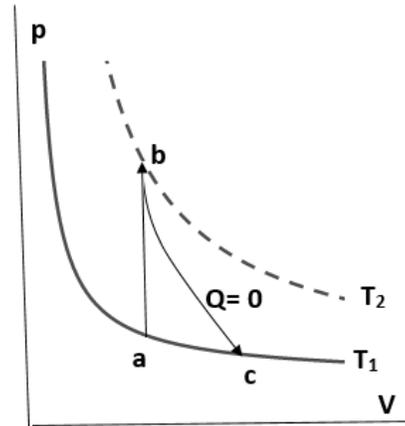


Fig. 9.29 Proceso abc para demostrar la imposibilidad de temperatura cero.

Proceso bc: $T_b V_b^{\gamma-1} = T_c V_c^{\gamma-1}$; $V_c = V_b \left(\frac{T_b}{T_c} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$; resultando:

$\Delta S_{ca} = n R \ln \left(\frac{T_c}{T_b} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = n R \ln \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$; cuando $T_1 \rightarrow 0$; ΔS_{ca} *diverge*, lo que contradice el Postulado de Nerst.

Por tanto es imposible que la Temperatura T_1 sea =0

Consecuencia:

- Esta ley establece que es imposible conseguir el cero absoluto de la temperatura (0 grados Kelvin).
- Asumir una temperatura igual al Cero absoluto ($T_1=0$), conllevaría a un ciclo de Carnot con eficiencia igual a 1; lo que contradice la 2da Ley de la Termodinámica.

$$e_c = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

EJERCICIO 9.1

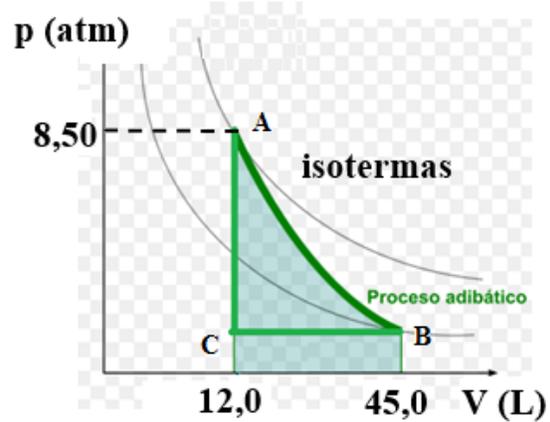
Dos moles de un gas ideal monoatómico se expande en forma adiabática desde un volumen de 12,0 litros y 8,50 atmósferas de presión, hasta un volumen de 45,0 litros, a continuación el gas se comprime a presión constante hasta un volumen de 12,0 litros y después se hace aumentar su presión a volumen constante, volviendo al punto inicial.

- Graficar el diagrama p- V
- Hallar el trabajo neto en el ciclo
- Hallar el calor absorbido por el gas en el ciclo

Solución

a) Diagrama pV

Fig. 9.30 Procesos termodinámicos.
Ejercicio 9.1



b) Cálculo de la presión en B.

$$\text{Tramo adiabático AB: } p_A V_A^\gamma = p_B V_B^\gamma; \quad p_B = 8,50 \times \left(\frac{12}{45}\right)^{5/3} = 0,939 \text{ atm}$$

Tramo adiabático AB. 1ra Ley de la Termodinámica

$$\begin{aligned} W_{AB} = Q - \Delta U &= 0 - n c_V (T_B - T_A) = -n \frac{3}{2} R (T_B - T_A) = -\frac{3}{2} (p_B V_B - p_A V_A) \\ &= -\frac{3}{2} (0,939 \times 45 - 8,50 \times 12,0) = 89,6 \text{ atm} \cdot \text{l} = 9,08 \text{ kJ} \end{aligned}$$

$$W_{BC} = p \Delta V = 0,939 \times (12,0 - 45,0) = -31,0 \text{ atm} \cdot \text{L} = -3,14 \text{ kJ}; \quad W_{CA} = 0$$

$$\text{Trabajo neto en el ciclo: } W_n = \sum W_i = 5,94 \text{ kPa}$$

c) En el tramo CA se absorbe calor.

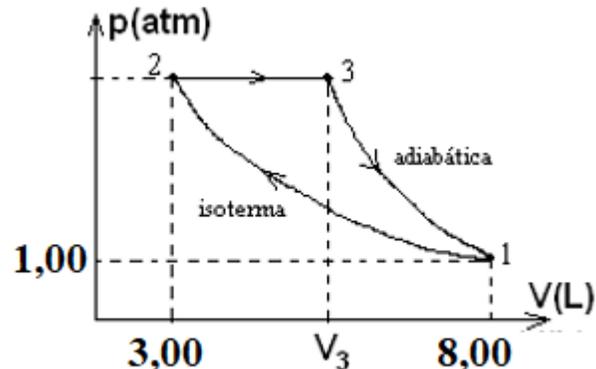
$$\begin{aligned} Q_{CA} = n c_V \Delta T &= n \frac{3}{2} R (T_A - T_C) = \frac{3}{2} (p_A V_A - p_C V_C) \\ &= 1,5 (8,50 \times 12,0 - 0,939 \times 12,0) = 136 \text{ atm} \cdot \text{l} = 13,8 \text{ kJ} \end{aligned}$$

EJERCICIO 9.2

Una máquina térmica funciona según el ciclo de la Fig. 9.31 La sustancia de trabajo es un gas ideal monoatómico ($\gamma = 5/3 = 1,67$). Si $V_1 = 8,00 \text{ L}$, $T_1 = 350 \text{ K}$, $p_1 = 1,00 \text{ atm}$, y $V_2 = 3,00 \text{ L}$, determine:

- p_2 , V_3 y T_3 .
- El calor que ingresa y el calor que es expulsado por el gas en el ciclo.
- El trabajo en el ciclo y la eficiencia de la máquina

Fig. 9.31 Ciclo termodinámico.
Ejercicio 9.2



Solución

a) Tabla 9.5 Datos para los estados 1 y 2. Ejercicio 9.2

	Estado 1	Estado 2	Estado 3
p(atm)	1,00		
V(L)	8,00	3,00	
T(K)	350	350	

Tramo isotérmico 1-2. $p_1V_1 = p_2V_2$; $p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right) = 1 \times \frac{8}{3} = 2,67 \text{ atm} = p_3$

Tramo adiabático 3-1. $p_3V_3^\gamma = p_1V_1^\gamma$; $V_3 = V_1 \times \left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{1/\gamma} = 8,00 \times \left(\frac{1,00}{2,67}\right)^{3/5} = 4,44 \text{ L}$

Tramo Isobárico 2-3. $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3}$; $T_3 = 350 \times \frac{4,44}{3,00} = 518 \text{ K}$

b) Calor que ingresa:

$$Q_{23} = n c_p \Delta T = n \left(\frac{5}{2} R\right) (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} (p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{5}{2} (2,67 \times 4,44 - 2,67 \times 3,00) = 9,61 \text{ atm} \cdot \text{l} = 974 \text{ J}$$

Calor que sale: $Q_{12} = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = p_1V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 1,00 \times 8,00 \ln\left(\frac{3,00}{8,00}\right) = -7,85 \text{ atm} \cdot \text{l} = -795 \text{ J}$

c) Trabajo en el ciclo: $(W) = 974 - 795 = 179 \text{ J}$

$$\text{Eficiencia de la maquina: } e = \frac{W}{Q_{23}} = \frac{179}{974} = 0,184$$

EJERCICIO 9.3

Se tiene inicialmente en un tanque con embolo móvil 2,00 L de aire a la presión de 1,00 atm y a la temperatura 32,0 °C. Si este gas se expande de acuerdo al grafico mostrado pV, se pide calcular:

- El trabajo de i hasta f.
- El número de moles n y la temperatura final T_f ;
- La variación de la energía interna ΔU_{if} ;
- El calor Q recibido.

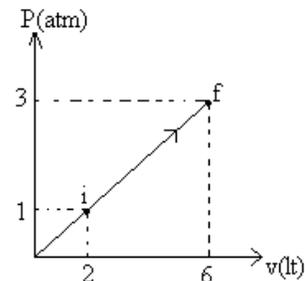


Fig. 9.32 Diagrama pV de proceso termodinámico. Ejercicio 9.3

Solución

a) $W_{if} = \text{área} = (1+3)/2 \times 4,0 = 8,00 \text{ atm}\cdot\text{l} = 810 \text{ J}$

b)

$$n = \frac{p_i V_i}{RT_i} = \frac{1,0 \times 2,0}{0,0821 \times (32 + 273)} = 0,0799 \text{ moles}$$

$$T_f = \frac{p_f V_f}{nR} = \frac{3,0 \times 6,0}{0,0799 \times 0,0821} = 2,74 \times 10^3 \text{ K}$$

c) $\Delta U_{if} = n c_v \Delta T = 0,0799 \times (5/2) \times 8,31 \times (2,74 \times 10^3 - 305) = 4,04 \times 10^3 \text{ J}$

d) $Q = \Delta U + W = 4,04 \times 10^3 + 810 = 4,85 \times 10^3 \text{ J}$

EJERCICIO 9.4

Un gas ideal monoatómico, ocupa un volumen de $12,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ a la presión de $1,20 \times 10^5 \text{ Pa}$ y a la temperatura de $28,0^\circ \text{ C}$, luego se comprime isotérmicamente hasta que ocupe un volumen de $2,50 \times 10^{-3} \text{ m}^3$, a continuación se expande adiabáticamente hasta que ocupe su volumen original ($R = 8,314 \text{ J/mol } ^\circ\text{K}$). Halle:

- a) Las coordenadas de estado p, V, T al final de cada proceso y haga un diagrama pV ;
- b) El trabajo realizado en cada proceso y en todo el proceso

Solución

a) $T_1 = 28 + 273 = 301 \text{ K}$

$$p_1 V_1 = nRT_1; n = (1,20 \times 10^5 \times 12 \times 10^{-3}) / (8,31 \times 301) = 0,576 \text{ moles}$$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2; p_2 = 1,20 \times 10^5 \times 12 \times 10^{-3} / 2,5 \times 10^{-3} = 5,76 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_2 V_2^\gamma = p_3 V_3^\gamma; p_3 = 5,76 \times 10^5 \times (2,5/12)^{5/3} = 0,422 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_3 V_3 = nRT_3; T_3 = (0,422 \times 10^5 \times 12 \times 10^{-3}) / (0,576 \times 8,31) = 106 \text{ K}$$

Tabla 9.6 Valores de los parametros de estado. Ejercicio 9.4

Estado	$p(10^5 \text{ Pa})$	$V(10^{-3} \text{ m}^3)$	$T(\text{ K})$
1	1,20	12,0	301
2	5,76	2,50	301

3	0,422	12,0	106
---	-------	------	-----

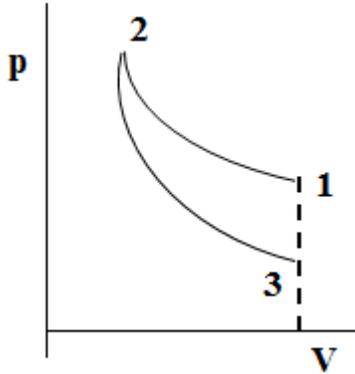


Fig. 9.33 Diagrama pV de procesos termodinámicos. Ejercicio 9.4

$$b) W_{12} = nRT \ln(V_2/V_1) = 0,576 \times 8,31 \times 301 \ln(2,5/12) = -2,26 \times 10^3 \text{ J}$$

$$W_{23} = Q_{23} - \Delta U_{23} = 0 - n c_v \Delta T = -0,576 \times (3/2) \times 8,31 \times (106 - 301) = 1,40 \times 10^3 \text{ J}$$

$$\text{Trabajo en todo el proceso : } W = -2,26 \times 10^3 + 1,56 \times 10^3 = -0,860 \times 10^3 \text{ J}$$

EJERCICIO 9.5

Se tienen 2,40 moles de helio (He), el cual se somete a los procesos indicados en un diagrama p vs. V. Considerando como gas ideal monoatómico: ($R = 8,31 \text{ J/mol}^\circ\text{K}$). Hallar:

- p, V, T en cada uno de los estados A, B y C respectivamente,
- Hallar el calor y trabajo en cada uno de los procesos.

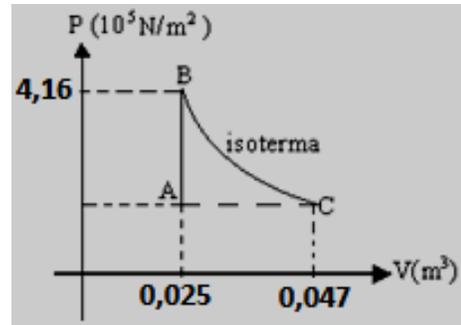


Fig. 9.34 Diagrama pV de procesos termodinámicos. Ejercicio 9.5

Solución

$$a) T_B = \frac{p_B V_B}{nR} = \frac{4,16 \times 10^5 \times 0,025}{2,40 \times 8,31} = 521 \text{ K} = T_C$$

$$p_C = \frac{nRT_C}{V_C} = \frac{2,40 \times 8,31 \times 521}{0,047} = 2,21 \times 10^5 \text{ Pa} = p_A$$

$$T_A = \frac{p_A V_A}{nR} = \frac{2,21 \times 10^5 \times 0,025}{2,40 \times 8,31} = 277 \text{ K}$$

Tabla 9.7 Valores de los parametros de estado. Ejercicio 9.5

	p(10 ⁵ Pa)	V(m ³)	T(K)
A	2,21	0,025	277
B	4,16	0,025	521
C	2,21	0,047	521

b) $Q_{AB} = ncv\Delta T = 2,40 \times (3 \times 8,31/2) \times (521 - 277) = 7,30 \times 10^3 \text{ J}$
 $W_{AB} = 0$

$$W_{BC} = nRTL \ln(V_C/V_B) = 2,40 \times 8,31 \times 521 \ln(0,047/0,025) = 6,56 \times 10^3 \text{ J}$$

$$Q_{BC} = W_{BC} = 6,56 \times 10^3 \text{ J}$$

EJERCICIO 9.6

Una cantidad de 0,450 moles de un gas diatómico ideal evoluciona según la figura mostrada (a-b-c). Los tramos son: ab isovolumétrico y bc adiabático; siendo $T_a = 280^\circ \text{K}$, $T_b = 570 \text{ K}$, $T_c = 420 \text{ K}$, $p_a = 1,30 \text{ atm}$. Calcular:

- El trabajo total efectuado
- El calor total transferido
- El cambio en la energía interna de cada tramo.

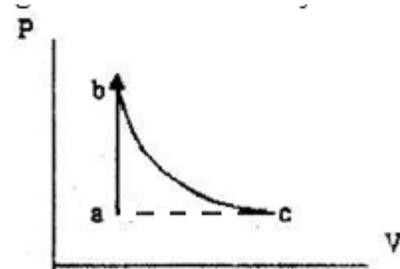


Fig. 9.35 Diagrama pV de procesos termodinámicos.

Ejercicio 9.6

Solución

a) $W = W_{ab} + W_{bc} = 0 + (-\Delta U_{bc}) = -ncv\Delta T = -0,450 \times (5 \times 8,31/2) \times (420 - 570) = 1,40 \times 10^3 \text{ J}$

b) $Q = Q_{ab} + Q_{bc} = ncv\Delta T + 0 = 0,450 \times (5 \times 8,31/2) \times (570 - 280) = 2,71 \times 10^3 \text{ J}$

$$c) \Delta U_{ab} = Q_{ab} - 0 = 2,71 \times 10^3 \text{ J}$$

$$\Delta U_{bc} = Q_{bc} - W_{BC} = 0 - 1,40 \times 10^3 = -1,40 \times 10^3 \text{ J}$$

EJERCICIO 9.7

Una cantidad de 0,450 moles de un gas ideal monoatómico, que ocupa 2,50 L a la presión de $3,20 \times 10^5 \text{ Pa}$, se expanden isotérmicamente hasta que su volumen se duplica, luego se comprime a presión constante hasta que alcance su volumen original y finalmente se comprime adiabáticamente hasta llegar a la presión inicial. ($R = 8,314 \text{ J/mol} \cdot ^\circ\text{K}$). Halle:

- Las coordenadas de estado p , V , T al final de cada etapa y haga un diagrama pV ;
- El trabajo hecho por el gas en cada proceso y el trabajo total

Solución

- Tabla de datos. $\gamma = 5/3$

$$pV = nRT; T_A = 3,20 \times 10^5 \times 2,50 \times 10^{-3} / 0,450 \times 8,31 = 214 \text{ K}$$

$$p_B = 0,45 \times 8,31 \times 214 / 5,00 = 1,60 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_C = 1,60 \times 10^5 \times 2,50 \times 10^{-3} / 0,450 \times 8,31 = 107 \text{ K}$$

$$\text{Tramo CD: } p_C V_C^\gamma = p_D V_D^\gamma; V_D = 2,50 \times 10^{-3} \times (1,60 / 3,20)^{3/5} = 1,65 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

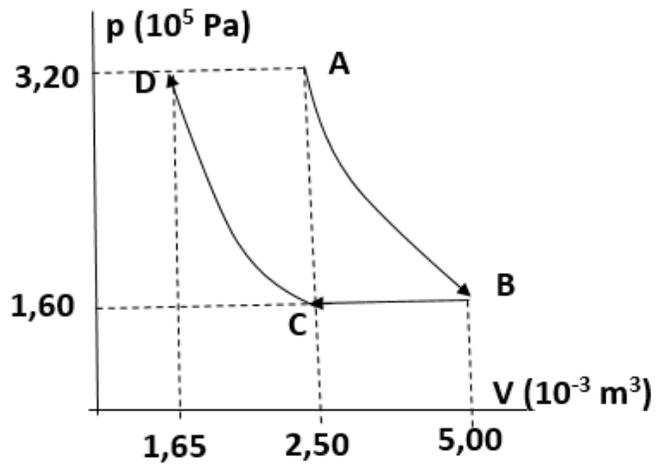
$$T_D = 3,20 \times 10^5 \times 1,65 \times 10^{-3} / 0,450 \times 8,31 = 141 \text{ K}$$

Tabla 9.8 Valores de los parámetros de estado. Ejercicio 9.7

	Estado A	Estado B	Estado C	Estado D
$P \text{ (Pa)} \times 10^5$	3,20	1,60	1,60	3,20
$V \text{ (m}^3\text{)} \times 10^{-3}$	2,50	5,00	2,50	1,65
$T \text{ (K)}$	214	214	107	141

Grafica pV

Fig. 9.36 Diagrama pV de procesos termodinámicos. Ejercicio 9.7



- b) $W_{AB} = 0,450 \times 8,31 \times 214 \times \ln((5,00/2,50)) = 555 \text{ J}$
 $W_{BC} = 1,60 \times 10^5 \times (2,50 - 5,00) \times 10^{-3} = -400 \text{ J}$
 $W_{CD} = -\Delta U_{CD} = -0,450 \times 1,5 \times 8,31 \times (141 - 107) = -191 \text{ J}$
 $W_{total} = -36,0 \text{ J}$

EJERCICIO 9.8

El diagrama p-V muestra el ciclo que realiza una masa de aire (diatómico). El proceso de “a” a “b” es adiabático. Si $V_a = 10,0 \text{ L}$, $P_a = 1,00 \text{ atm}$, $T_a = 300 \text{ K}$ y $V_b = 3,00 \text{ L}$, Se pide:

- Elaborar la tabla de valores pVT en todo el proceso.
- El cambio de energía interna en el proceso adiabático.
- El calor que ingresa y sale del sistema.
- El trabajo que realiza el gas en el ciclo y la eficiencia.

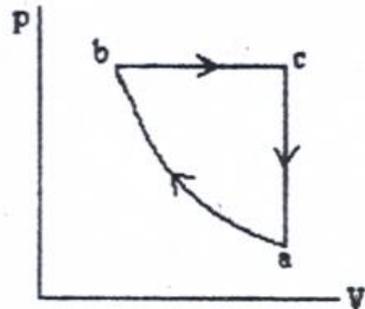


Fig. 9.37 Ciclo termodinámico. Ejercicio 9.8

Solución

a) Tabla pVT

$$n = 1,00 \times 10,0 / 0,0821 \times 300 = 0,406 \text{ moles ;}$$

$$p_a V_a^\gamma = p_b V_b^\gamma ; p_b = 1,00 \times (10,0/3,00)^{7/5} = 5,40 \text{ atm ; } T_b = 5,40 \times 3,00 / 0,406 \times 0,0821 = 486 \text{ K}$$

$$P_c = p_b = 5,40 \text{ atm ; } V_c = V_a = 10,0 \text{ L ; } T_c = 5,40 \times 10,0 / 0,406 \times 0,0821 = 1,62 \times 10^3 \text{ K}$$

Tabla 9.9 Valores de los parametros de estado. Ejercicio 9.8

	a	b	c
p (atm)	1,00	5,40	5,40
V(L)	10,0	3,00	10,0
T(K)	300	486	$1,62 \times 10^3$

- b) $\Delta U_{ab} = ncv\Delta T_{ab} = 0,406 \times (5/2) \times 8,31 \times (486 - 300) = 1,57 \times 10^3 \text{ J}$
 c) $Q_{ab} = 0$; $Q_{bc} = ncp\Delta T_{bc} = 0,406 \times (7/2) \times 8,31 \times (1,62 \times 10^3 - 486) = 13,4 \times 10^3 \text{ J}$
 $Q_{ca} = ncv\Delta T_{ca} = 0,406 \times (5/2) \times 8,31 \times (300 - 1,62 \times 10^3) = -11,1 \times 10^3 \text{ J}$
 d) $W = 13,4 \times 10^3 - 11,1 \times 10^3 = 2,3 \times 10^3 \text{ J}$; $e = W/Q_{abs} = 2,3/13,4 = 0,172$

EJERCICIO 9.9

Se comprimen adiabáticamente tres moles de oxígeno (O_2) que se encuentra inicialmente a $27,0^\circ\text{C}$ y a $1,20 \text{ atm}$, hasta que su temperatura llega a $47,0^\circ\text{C}$; luego se expande isotérmicamente hasta su volumen inicial y finalmente se enfría isocoramente hasta $35,0^\circ\text{C}$. Se pide:

- a) Las coordenadas de estado P, V, T de cada estado y haga un diagrama pV;
 b) Calcule el calor en cada proceso.

Solución

- a) Tabla pVT

$$V_A = 3,00 \times 0,0821 \times 300 / 1,20 = 61,6 \text{ L}$$

$$\text{Proceso AB: } T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}; V_B = 61,6 \times (300/320)^{1/(7/5-1)} = 52,4 \text{ L}$$

$$p_B = 3,00 \times 0,0821 \times 320 / 52,4 = 1,50 \text{ atm}; V_C = V_A = 61,6 \text{ L};$$

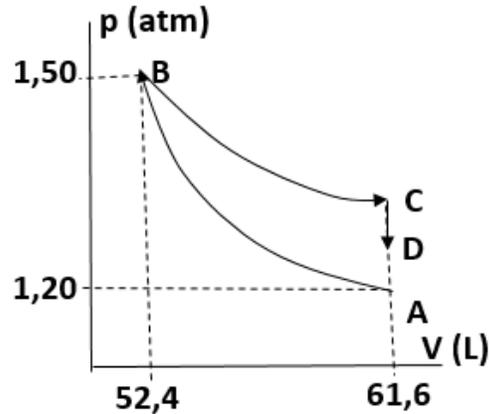
$$p_C = 3,00 \times 0,0821 \times 320 / 61,6 = 1,28 \text{ atm}$$

$$V_D = V_C = 61,6 \text{ L}; p_D = 3,00 \times 0,0821 \times 303 / 61,6 = 1,23 \text{ atm}$$

Tabla 9.10 Valores de los parametros de estado. Ejercicio 9.9

	Estado A	Estado B	Estado C	Estado D
P (atm)	1,20	1,50 atm	1,28	1,23
V(L)	61,6	52,4	61,6	61,6
T(K)	300	320	320	308

Fig. 9.38 Diagrama pV de procesos termodinámicos. Ejercicio 9.9



b) $Q_{AB} = 0$; $Q_{BC} = W_{BC} = 3,00 \times 8,31 \times 320 \times \ln(61,6/52,4) = 1,29 \times 10^3 \text{ J}$
 $Q_{CD} = ncv\Delta T_{CD} = 3,00 \times (5/2) \times 8,31 \times (308 - 320) = -748 \text{ J}$

EJERCICIO 9.10

Una masa de 750 g de oxígeno (diatómico, 32g/mol de peso molecular) es conducido por el ciclo reversible mostrado en la figura. Las variables de estado en el punto a son: $p_a = 1,40 \times 10^5 \text{ N/m}^2$, $T_a = 350 \text{ K}$ y además se sabe que $V_a = 5,00 V_b$. El proceso de a hacia b es isotérmico. $R = 8,31 \text{ J/mol.K}$. Se pide:

- a) Las coordenadas pVT de cada estado.
- b) El trabajo realizado en cada proceso y en todo el ciclo.
- c) El calor absorbido y/o expulsado en cada proceso y en el ciclo.
- d) La eficiencia del ciclo.

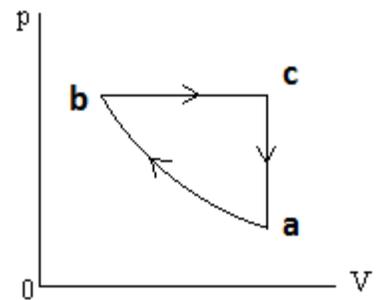


Fig. 9.39 Ciclo termodinámico. Ejercicio 9.10

Solución

- a) Tabla pVT.

Tabla 9.11 Valores de los parámetros de estado. Ejercicio 9.10

	a	b	c
p(Pa) $\times 10^5$	1,40	7,00	7,00
V (m ³)	0,486	0,0972	0,486
T(K)	350	350	$1,75 \times 10^3$

$$n = 750/32 = 23,4 \text{ moles}; V_a = 23,4 \times 8,31 \times 350/1,40 \times 10^5 = 0,486 \text{ m}^3; V_b = 0,0972 \text{ m}^3$$

$$p_b = 23,4 \times 8,31 \times 350/0,0972 = 7,00 \times 10^5 \text{ Pa}; T_c = 7,0 \times 10^5 \times 0,486/23,4 \times 8,31 = 1,75 \times 10^3 \text{ K}$$

- b) $W_{ab} = 23,4 \times 8,31 \times 350 \times \ln(0,0972/0,486) = -1,10 \times 10^5 \text{ J};$
 $W_{bc} = 7,00 \times 10^5 \times (0,486 - 0,0972) = 2,72 \times 10^5 \text{ J}; W_{ca} = 0; W_T = 1,62 \times 10^5 \text{ J}$
- c) $Q_{ab} = W_{ab} = -1,10 \times 10^5 \text{ J}; Q_{bc} = 23,4 \times (7/2) \times 8,31 \times (1,75 \times 10^3 - 350) = 9,53 \times 10^5 \text{ J. (Calor absorbido)}$
 $Q_{ca} = 23,4 \times (5/2) \times 8,31 \times (350 - 1,75 \times 10^3) = -6,81 \times 10^5 \text{ J. (Calor expulsado)}$
- d) $e = 1,62 \times 10^5/9,53 \times 10^5 = 0,170$

EJERCICIO 9.11

Un gas ideal monoatómico, ocupa un volumen de $10,4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ a la presión de $1,15 \times 10^5$ pascuales y a la temperatura de $27,0^\circ \text{ C}$, luego se comprime isotérmicamente hasta que ocupe un volumen de $2,00 \times 10^{-3} \text{ m}^3$, a continuación se expande adiabáticamente hasta que ocupe su volumen original ($R = 8,314 \text{ J/mol} \cdot ^\circ\text{K}$). Se pide:

- Las coordenadas de estado P, V, T en cada estado del proceso
- haga un diagrama pV;
- El calor y trabajo en cada proceso

Solución

a) $n = 1,15 \times 10^5 \times 10,4 \times 10^{-3}/8,31 \times 300 = 0,480 \text{ moles}; p_b = 0,480 \times 8,31 \times 300/2,0 \times 10^{-3} = 5,98 \times 10^5 \text{ Pa}$

$$p_b V_b^\gamma = p_c V_c^\gamma; p_c = 5,98 \times 10^5 \times (2,00/10,4)^{5/3} = 0,383 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_c = 0,383 \times 10^5 \times 10,4 \times 10^{-3}/0,48/8,31 = 99,9 \text{ K}$$

Coordenadas de estado p, V, T

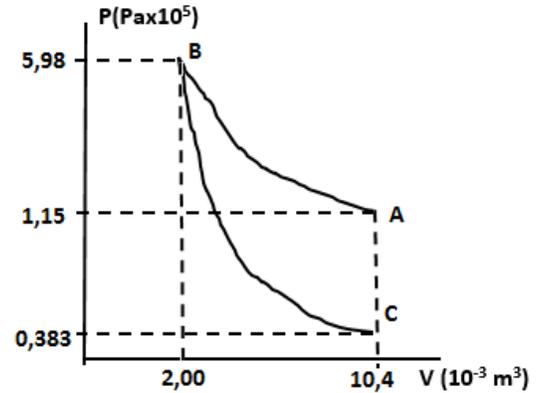
Tabla 9.12 Valores de los parametros de estado. Ejercicio 9.11

	a	b	c
p(Pa) $\times 10^5$	1,15	5,98	0,383
V(m ³) $\times 10^{-3}$	10,4	2,00	10,4

T(K)	300	300	99,9
-------	-----	-----	------

b) Diagrama pV

Fig. 9.40 Diagrama pV de transformaciones termodinámicas. Ejercicio 9.11



c) $Q_{AB} = W_{AB} = 11,96 \times 10^2 \times \ln((2,00/10,4)) = -1,97 \times 10^3 \text{ J}$
 $Q_{BC} = 0$

$W_{BC} = -\Delta U_{BC} = -nc_V \Delta T_{BC} = -0,480 \times (3/2) \times 8,31 \times ((99,9-300)) = 1,20 \times 10^3 \text{ J}$

EJERCICIO 9.12

Un gas ideal diatómico realiza el ciclo mostrado en el diagrama p-V. Se sabe que $T_a = 300 \text{ K}$. Halle;

- a) Las coordenadas de estado P, V, T en cada estado del proceso
- b) El trabajo realizado en el ciclo y la eficiencia del sistema.
- c) El cambio de energía interna ΔU_{ca} y el calor Q_{ca} en el proceso c - a.

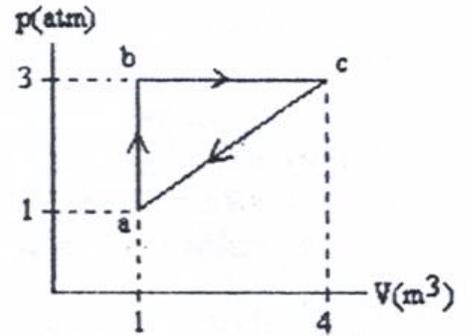


Fig. 9.41 Ciclo termodinámico. Ejercicio 9.12

Solución

a) coordenadas de estado p, V, T
 $n = 1,00 \times 10^5 \times 1,00 / 8,31 \times 300 = 40,1 \text{ moles}$

$T_b = 3,00 \times 10^5 \times 1,00 / 40,1 \times 8,31 = 900 \text{ K}$; $T_c = 3,00 \times 10^5 \times 4,00 / 40,1 \times 8,31 = 3,60 \times 10^3 \text{ K}$

Tabla 9.13 Valores de los parametros de estado. Ejercicio 9.12

	a	b	c
p(Pa x 10 ⁵)	1,00	3,00	3,00

V (m ³)	1,00	1,00	4,00
T(K)	300	900	3,60x10 ³

b) $W = 3,00 \times 2,00 \times 10^5 / 2 = 3,00 \times 10^5 \text{ J}$; $Q_{ab} = 40,1 \times (5/2) \times 8,31 \times (900 - 300) = 5,0 \times 10^5 \text{ J}$;

$Q_{bc} = 40,1 \times (7/2) \times 8,31 \times (3600 - 900) = 31,5 \times 10^5 \text{ J}$; $e = 3,00 / ((5,00 + 31,5)) = 0,0822$

c) $\Delta U_{ca} = n c_v \Delta T_{ca} = 40,1 \times (5/2) \times 8,31 \times (300 - 3600) = -27,5 \times 10^5 \text{ J}$

$W_{ca} = -(1+3) \times 10^5 / 2 \times 3,00 = -6,00 \times 10^5 \text{ J}$

$Q_{ca} = \Delta U_{ca} + W_{ca} = -27,5 \times 10^5 - 6,00 \times 10^5 = -33,5 \times 10^5 \text{ J}$

EJERCICIO 9.13

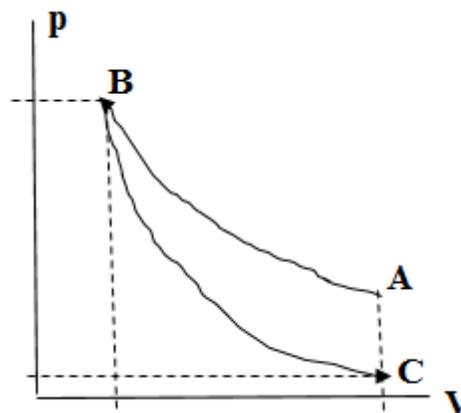
Un gas ideal diatómico, ocupa un volumen de 12,0 L a la presión de $1,15 \times 10^5 \text{ Pa}$ y a la temperatura de $28,0^\circ \text{C}$, luego se comprime isotérmicamente hasta que ocupe un volumen de 2,00 L, a continuación se expande adiabáticamente hasta que ocupe su volumen original ($R = 8,314 \text{ J/mol } ^\circ\text{K}$). Se pide:

- haga un diagrama pV y las coordenadas de estado p, V, T al final de cada proceso;
- El trabajo y calor realizado en cada proceso

Solución

- Diagrama pV

Fig. 9.42 Diagrama pV de transformaciones termodinámicas. Ejercicio 9.13



Coordenadas de estado p, V, T

Tabla 9.14 Valores de los parametros de estado. Ejercicio 9.13

Estado	P(Pax10 ⁵)	V(10 ⁻³ m ³)	T(K)
A	1,15	12,0	301
B	6,90	2,00	301

C	0,565	12,0	148
---	-------	------	-----

$$p_B = p_A V_A / V_B = 1,15 \times 12,0 / 2,00 = 6,90 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$6,90 \times 2,00^{7/5} = p_C 12,0^{7/5}; p_C = 0,562 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$n = pV / RT = 1,15 \times 10^5 \times 12,0 \times 10^{-3} / (8,31 \times 301) = 0,552$$

$$T_C = 0,565 \times 10^5 \times 12 \times 10^{-3} / (0,552 \times 8,31) = 148 \text{ K}$$

b) $W_{AB} = nRT \ln(V_B / V_A) = -2474 \text{ J}; Q_{AB} = W_{AB} = -2474 \text{ J}$
 $W_{BC} = -\Delta U_{BC} = -nC_V \Delta T_{BC} = -0,552 \times 2,5 \times 8,31 \times (148 - 301) = 1755 \text{ J}; Q_{BC} = 0$

EJERCICIO 9.14

Se tienen 2,00 moles de helio (He), el cual se somete a los procesos indicados en el diagrama pV. (R= 8,31 J/mol-°K). Hallar:

- p, V, T en cada uno de los estados A, B y C respectivamente,
- el calor en cada uno de los procesos,
- la eficiencia de la maquina térmica

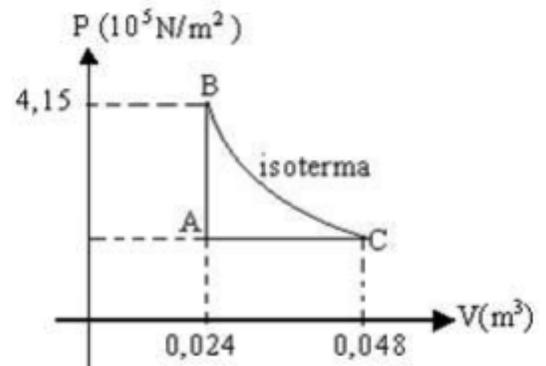


Fig. 9.43 Diagrama pV de proceso termodinámicos. Ejercicio 9.14

Solución

a) $T_B = 4,15 \times 10^5 \times 0,024 / (2,00 \times 8,31) = 599 \text{ K}$

$$T_C = T_B = 599 \text{ K}; p_C = p_A = 2,07 \times 10^5 \text{ Pa};$$

$$T_A = 2,07 \times 10^5 \times 0,024 / (2,00 \times 8,31) = 299 \text{ K}$$

Tabla de p,V,T

Tabla 9.15 Valores de los parametros de estado. Ejercicio 9.14

	p (10 ⁵ Pa)	V (m ³)	T(K)
A	2,07	0,024	299

B	4,15	0,024	599
C	2,07	0,048	599

b) $Q_{AB} = n c_V \Delta T_{AB} = 2,00 \times 1,5 \times 8,31 \times (599 - 299) = 7,48 \text{ kJ}$
 $Q_{BC} = 2,00 \times 8,31 \times 599 \times \ln(0,048/0,024) = 6,90 \text{ kJ}$

$Q_{CA} = 2,00 \times 2,5 \times 8,31 \times (299 - 599) = -12,5 \text{ kJ}$

c) $e = W/Q_{abs} = 1 - Q_{dev}/Q_{abs} = 1 - 12,5 / (7,48 + 6,90) = 0,131$

EJERCICIO 9.15

Un mol de un gas ideal diatómico, que ocupa 3,20 L a la presión de $4,25 \times 10^5 \text{ Pa}$, se expande isotérmicamente hasta que su volumen se duplica, luego a partir de este punto se comprime a presión constante hasta que alcance su volumen original, finalmente se comprime isotérmicamente hasta que llegue a su presión inicial. Se pide:

- haga un diagrama pV y las coordenadas de estado p, V, T al final de cada etapa
- El trabajo hecho por el gas en cada etapa

Solución

- Diagrama pV

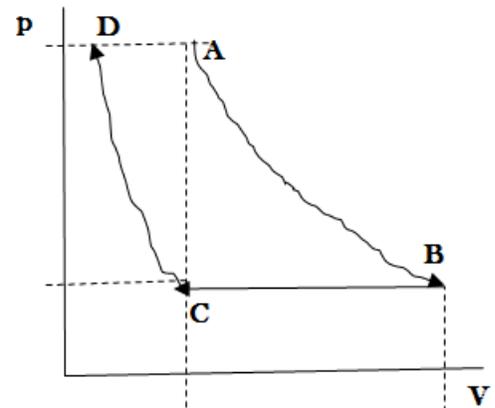


Fig. 9.44 Diagrama pV de proceso termodinámicos. Ejercicio 9.15

$T_A = 4,25 \times 3,20 \times 100 / 1,00 \times 8,31 = 164 \text{ K}; T_B = T_A = 164 \text{ K}$

$V_B = 2V_A = 6,40 \times 10^{-3} \text{ m}^3; p_B = 1,00 \times 8,31 \times 164 / 6,4 \times 10^{-3} = 2,13 \times 10^5 \text{ Pa}$

$p_C = p_B = 2,13 \times 10^5 \text{ Pa}; T_C = 2,13 \times 3,20 \times 100 / 1,00 \times 8,31 = 82,0 \text{ K}$

$T_D = T_C = 82,0 \text{ K}; V_D = 1,00 \times 8,31 \times 82,0 / 4,25 \times 10^5 = 1,60 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

Tabla 9.16 Valores de los parametros de estado. Ejercicio 9.15

	P(Pax10 ⁵)	V(10 ⁻³ m ³)	T(K)
A	4,25	3,20	164

B	2,13	6,40	164
C	2,13	3,20	82,0
D	4,25	1,60	82,0

b) $W_{AB} = 1,00 \times 8,31 \times 164 \ln(2) = 945 \text{ J}$
 $W_{BC} = 2,13 \times 10^5 \times (3,20 - 6,40) \times 10^{-3} = -682 \text{ J}$
 $W_{CD} = 1,00 \times 8,31 \times 82,0 \ln(1,60/3,20) = -472 \text{ J}$

EJERCICIO 9.16

Un gas ideal efectúa el proceso cíclico mostrado. En el proceso abc el sistema absorbe 4200 J de calor. La energía interna en a es 600J. Determine:

- La energía interna en el estado c
- halle el trabajo realizado por el gas y el calor transferido en el proceso (ca); si el calor neto absorbido en el ciclo completo es 930 J.
- la eficiencia del ciclo

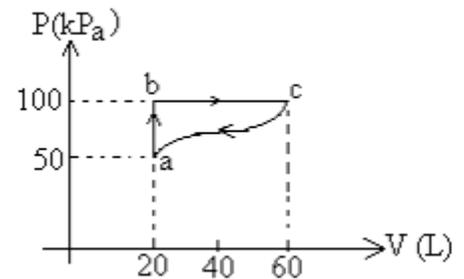


Fig. 9.45 Ciclo termodinámico. Ejercicio 9.16

Solución

- $\Delta U_{abc} = Q_{abc} - W_{abc} = 4200 - 100 \times 10^3 \times (60 - 20) \times 10^{-3} = 200 \text{ J}$
 $\Delta U_{abc} = U_c - U_a$; $U_c = 800 \text{ J}$
- $Q_{neto} = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca}$; $Q_{ca} = 930 - 4200 = -3270 \text{ J}$
 $W_{ca} = Q_{ca} - \Delta U_{ca} = -3270 - (-200) = -3070 \text{ J}$
- $e = W/Q_{abs} = 1 - Q_{dev}/Q_{abs} = 1 - 3270/4200 = 0,221$

EJERCICIO 9.17

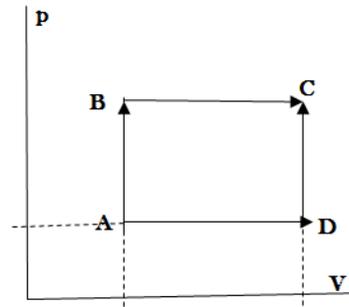
Un sistema termodinámico se lleva del estado A al estado C del siguiente modo: de A a B lo hace mediante un proceso isovolumétrico, y de B a C mediante un proceso isobárico. El trabajo total realizado es de 420J. Si hubiera seguido otro proceso ADC, de modo que AD sea un proceso isobárico y DC Isócoro el trabajo habría sido 120 J.

- Trace en un diagrama pV ambos procesos
- Si las energías internas fueran $U_A = 145 \text{ J}$, $U_B = 235 \text{ J}$, $U_C = 675 \text{ J}$ y $U_D = 325 \text{ J}$, determine el calor para cada uno de los cuatro procesos: AB, BC, AD y DC.

Solución

a) Diagrama pV

Fig. 9.46 Diagrama pV de dos procesos termodinámicos. Ejercicio 9.17



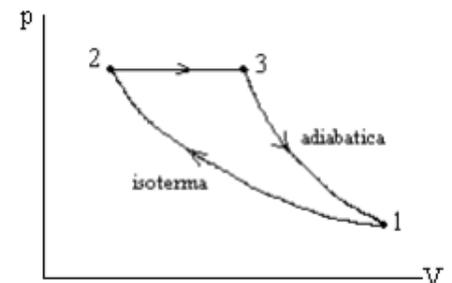
- b) $Q_{AB} = (235 - 145) + 0 = 90,0 \text{ J}$
 $\Delta U_{BC} = 675 - 235 = 440 \text{ J}$
 $W_{BC} = 420 \text{ J}$
 $Q_{BC} = 440 + 420 = 860 \text{ J}$
 $\Delta U_{AD} = 325 - 145 = 180 \text{ J}$
 $W_{AD} = 120 \text{ J}$
 $Q_{AD} = 180 + 120 = 300 \text{ J}$
 $Q_{DC} = (675 - 325) + 0 = 350 \text{ J}$

EJERCICIO 9.18

Un gas monoatómico ($\gamma = 1,67$) realiza el ciclo mostrado en la figura. Si $V_1 = 8,20 \text{ L}$, $T_1 = 300 \text{ K}$, $p_1 = 1,00 \text{ atm}$, y $V_2 = 3,20 \text{ L}$, determine:

- Haga una tabla con los valores p_2 , V_3 y T_3 .
- El calor que ingresa y el calor que es expulsado por el gas.
- El trabajo en el ciclo y la eficiencia

Fig. 9.47 Diagrama pV del Ciclo termodinámico. Ejercicio 9.18



Solución

- Tabla de p, V, T
 Tabla 9.17 Valores de los parámetros de estado. Ejercicio 9.18

	p(atm)	V(l)	T(K)
1	1,00	8,20	300
2	2,54	3,20	300
3	2,54	4,69	436

$$n = P_1 V_1 / RT_1 = 1,00 \times 8,20 / 0,0821 \times 300 = 0,333 \text{ moles}$$

$$T_2 = T_1 = 300 \text{ K} ; p_2 = 0,333 \times 0,0821 \times 300 / 3,20 = 2,54 \text{ atm}$$

$$p_3 = p_2 = 2,54 \text{ atm} ; p_3 V_3^\gamma = p_1 V_1^\gamma ; V_3 = 8,20 \times (1,00 / 2,54)^{1/1,67} = 4,69 \text{ l}$$

$$T_3 = 2,54 \times 4,69 / 0,333 \times 0,0821 = 436 \text{ K}$$

$$\text{b) } Q_{12} = 0,333 \times 8,31 \times 300 \times \ln(3,20 / 8,20) = -781 \text{ J}$$

$$Q_{23} = 0,333 \times 2,5 \times 8,31 \times (436 - 300) = 941 \text{ J}$$

$$Q_{31} = 0$$

$$\text{c) } W = 941 - 781 = 160 \text{ J} ; e = 160 / 941 = 0,170$$

EJERCICIO 9.19

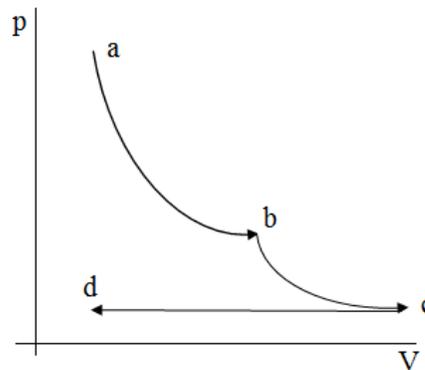
Se tienen 18 moles de un gas ideal diatómico inicialmente $5,00 \times 10^5 \text{ Pa}$, ocupando un volumen de $249 \times 10^{-3} \text{ m}^3$. El gas se expande adiabáticamente hasta ocupar un volumen de $479 \times 10^{-3} \text{ m}^3$. Luego el gas experimenta una transformación isotérmica hasta alcanzar la presión de $1,2 \times 10^5 \text{ Pa}$. Finalmente, el gas se comprime isobáricamente hasta un volumen de $249 \times 10^{-3} \text{ m}^3$.

- Represente gráficamente, en un diagrama pV, el proceso experimentado por el gas.
- Encuentre los valores de las variables termodinámicas desconocidas en los puntos a, b, c y d del proceso.
- Encuentre la variación de energía interna en cada etapa del proceso, explicando el sentido físico de los signos asociados a los valores encontrados.

Solución

a) diagrama pV

Fig. 9.48 Diagrama pV de los procesos termodinámicos. Ejercicio 9.19



b) Tabla 9.18 Valores de los parametros de estado. Ejercicio 9.19

	P(Pa)x10 ⁵	V(m ³)x10 ⁻³	T(K)
a	5,0	249	832
b	2,0	479	640
c	1,2	798	640
d	1,2	249	200

$$T_a = \frac{p_a V_a}{nR} = \frac{5,0 \times 249 \times 10^2}{18 \times 8,31} = 832 \text{ K}$$

Proceso ab: $p_a V_a^\gamma = p_b V_b^\gamma$

$$p_b = \left(\frac{249}{479} \right)^{1,4} \times 5,0 \times 10^5 = 2,0 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_b = \frac{p_b V_b}{nR} = \frac{2,0 \times 479 \times 10^2}{18 \times 8,31} = 640 \text{ K} = T_c$$

$$V_c = \frac{nRT_c}{p_c} = \frac{18 \times 8,31 \times 640}{1,2 \times 10^5} = 0,798 \text{ m}^3$$

$p_d = p_c = 1,2 \times 10^5 \text{ Pa}$

$$T_d = \frac{p_d V_d}{nR} = \frac{1,2 \times 249 \times 10^2}{18 \times 8,31} = 200 \text{ K}$$

c) $\Delta U_{ab} = (5/2)nR\Delta T_{ab} = 2,5 \times 18 \times 8,31 \times (640 - 832) = -7,18 \times 10^4 \text{ J}$. Hay enfriamiento

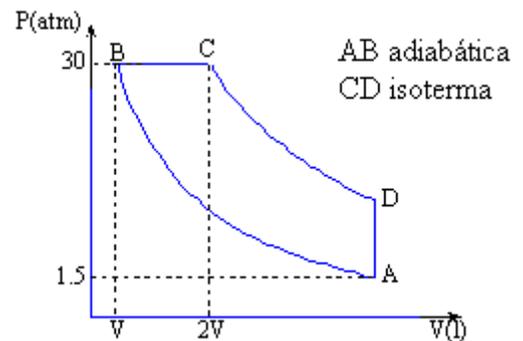
$\Delta U_{bc} = (5/2)nR\Delta T_{bc} = 0 \text{ J}$. Temperatura constante.

$\Delta U_{cd} = (5/2)nR\Delta T_{cd} = 2,5 \times 18 \times 8,31 \times (200 - 640) = -16,5 \times 10^4 \text{ J}$. Hay enfriamiento

EJERCICIO 9.20

Una máquina térmica trabaja con 3 moles de un gas monoatómico, describiendo el ciclo reversible ABCD de la figura. Sabiendo que $V_C = 2 V_B$; $T_A = 20^\circ\text{C}$. Calcular:

- El valor de las variables termodinámicas desconocidas en cada vértice.
- El trabajo en cada etapa del ciclo.
- La eficiencia de la máquina.



Solución

a)

Estado	A	B	C	D
P(atm)	1,5	30	30	
V(l)	48	8,0	16	48
T(K)	293	976	1951	1951

Estado A: $V_A = \frac{3 \times 0,082 \times 293}{1,5} = 48 \text{ l} = V_D$

Tramo AB: $V_B = V_A \left(\frac{p_A}{p_B}\right)^{1/\gamma} = 48 \times \left(\frac{1,5}{30}\right)^{0,6} = 8,0 \text{ l}$; $V_C = 2 \times 8,0 = 16 \text{ l}$

Estado B: $T_B = \frac{30 \times 8,0}{3 \times 0,082} = 976 \text{ K}$

Estado C: $T_C = \frac{30 \times 16}{3 \times 0,082} = 1951 \text{ K} = T_D$

$$b) W_{AB} = Q_{AB} - \Delta U_{AB} = 0 - \frac{3}{2} \times 3 \times 0,082 \times (976 - 293) = -252 \text{ atm} \cdot l$$

$$W_{BC} = 30 \times (16 - 8,0) = 240 \text{ atm} \cdot l$$

$$W_{CD} = 3 \times 0,082 \times 1951 \times \ln\left(\frac{48}{16}\right) = 527 \text{ atm} \cdot l = Q_{CD}$$

$$W_{DA} = 0$$

c) Trabajo total = $-252 + 240 + 527 = 515 \text{ atm} \cdot l$

Calor absorbido: $Q = Q_{BC} + Q_{CD} = 3 \times \frac{5}{2} \times 0,082 \times (1951 - 976) + 527 = 1127 \text{ atm} \cdot l$

Eficiencia: $e = \frac{W}{Q} = \frac{515}{1127} = 0,46$

EJERCICIO 9.21

Consideremos helio (gas perfecto monoatómico $c_v=3R/2$) en el estado inicial A: $p_A=10^5 \text{ Pa}$, $V_A=10^{-2} \text{ m}^3$ y $T_A=300 \text{ K}$. Se llevan a cabo las siguientes transformaciones:

A-B: Transformación isoterma reversible siendo $V_B=2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$

B-C: Transformación isócara ($V=\text{cte}$) reversible siendo $T_C=189 \text{ K}$

C-A: Transformación adiabática reversible, que devuelve al gas a sus condiciones iniciales.

- Determinar el número de moles de helio, confeccionar una tabla en la que aparezcan los valores p , V y T en los tres estados A, B y C, y dibujar el ciclo en el diagrama p - V .
- Calcular, en unidades del sistema internacional, de forma directa (siempre que sea posible) el trabajo W , el calor Q , y la variación de energía interna ΔU , del gas para cada uno de los procesos.
- Determinar el rendimiento de este ciclo como motor térmico

Dato: $R=8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$

Solución

Vértice A: $p_A V_A = nRT_A$

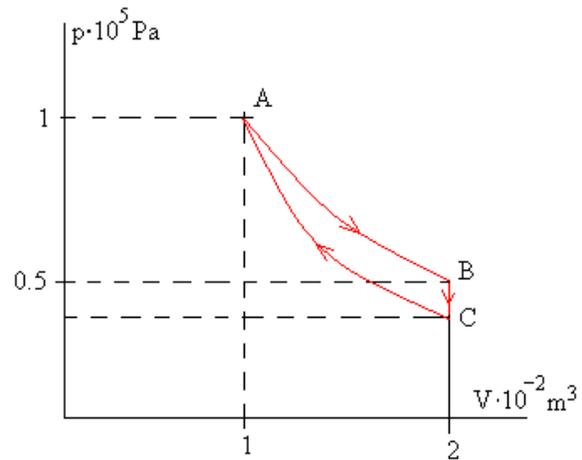
$nR = 10 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 300 = 10^3$

Transformación isoterma: $p_A V_A = p_B V_B$, $p_B = 0.5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

Transformación isócara: $V_B = V_C$.

Vértice

C: $p_C V_C = nRT_C$, $p_C = 0.315 \cdot 10^5 \text{ Pa}$



Vértice	p (Pa)	V (m ³)	T (K)
A	10^5	10^{-2}	300
B	$0.5 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^{-2}$	300
C	$0.315 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^{-2}$	189

Índice adiabático

$\gamma = c_p / c_v = 3/2 R + R / 3/2 R = 5/3$

- A → B, proceso isoterma

$\Delta U_{AB} = 0$

$W = \int_A^B p \cdot dV = \int_A^B nRT/V \cdot dV = nRT \ln(V_B/V_A)$
 $W_{AB} = 10^3 \cdot 300 \cdot \ln(2 \cdot 10^{-2} / 10^{-2}) = 1000 \ln 2 \text{ J}$

- B → C, proceso isócara

$\Delta U_{BC} = n c_v (T_C - T_B) = 10 \cdot 3/2 R (189 - 300) = 10 \cdot 3/2 \cdot (-111) = -555 \text{ J}$

$W_{BC} = 0$

$Q_{BC} = \Delta U_{BC} = -555 \text{ J}$

- C → A, proceso adiabático

$Q_{CA} = 0$

$\Delta U_{CA} = n c_v (T_A - T_C) = 10 \cdot 3/2 R (300 - 189) = 10 \cdot 3/2 \cdot 111 = 555 \text{ J}$

$W_{CA} = -\Delta U_{CA} = -555 \text{ J}$

Calculo del trabajo de forma directa

Ecuación de una adiabática

$$p V^\gamma = \text{cte} = p_C V_C^\gamma = p_A V_A^\gamma \quad W_{CA} = \int_C^A p \cdot dV = \int_C^A \text{cte} V^{-\gamma} \cdot dV = \text{cte} \frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} \Big|_C^A = \frac{1}{1-\gamma} (p_A V_A^\gamma \cdot V_A^{-\gamma+1} - p_C V_C^\gamma \cdot V_C^{-\gamma+1}) = \frac{1}{1-\gamma} (p_A V_A - p_C V_C) = \frac{1}{1-1.3} (10^5 \cdot 10^{-2} - 0.315 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-2}) = -555 \text{ J}$$

Ciclo completo

Proceso	ΔU (J)	Q (J)	W (J)
A→B	0	693	693
B→C	-555	-555	0
C→A	555	0	-555
Total	0		138

- Calor absorbido, $Q_{abs}=693 \text{ J}$
- Calor cedido, $Q_{ced}=-555$
- Trabajo realizado, $W=138 \text{ J}$

Se cumple que, $Q_{abs} + Q_{ced} \approx W$

Rendimiento

$$\eta = W / Q_{abs} = 138 / 693 = 0.20 \quad (20\%)$$

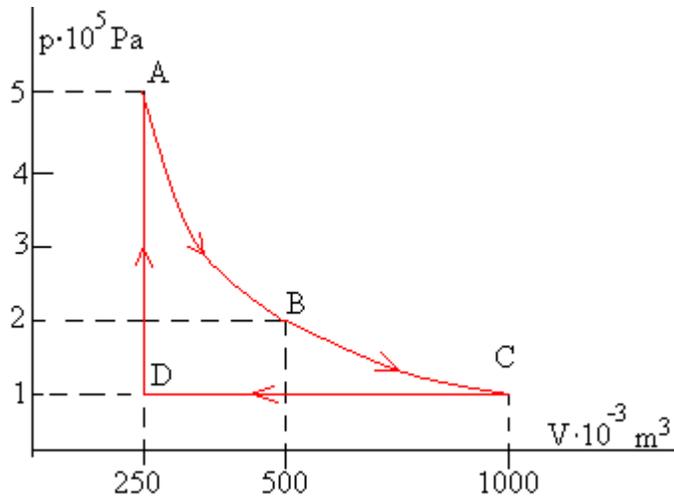
EJERCICIO 9.22

Diez moles de un gas diatómico ($c_v=5R/2$) se encuentran inicialmente a una presión de $p_A = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ y ocupando un volumen de $V_A = 249 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. Se expande adiabáticamente (proceso AB) hasta ocupar un volumen $V_B = 479 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. A continuación el gas experimenta una transformación isoterma (proceso BC) hasta una presión $p_C = 10^5 \text{ Pa}$. Posteriormente se comprime isobáricamente (proceso CD) hasta un volumen $V_D = V_A = 249 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. Por último, experimenta una transformación a volumen constante (proceso DA) que le devuelve al estado inicial.

1. Representar gráficamente este ciclo en un diagrama p - V .
2. Calcular el valor de las variables termodinámicas desconocidas en los vértices A, B, C y D.
3. Hallar el calor, el trabajo, la variación de energía interna, en Joules, de forma directa y/o empleando el Primer Principio, en cada etapa del ciclo.
4. Calcular el rendimiento.

$$R = 0.082 \text{ atm} \cdot \text{l}/(\text{mol} \cdot \text{K}) = 8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K}) ; 1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J}; 1 \text{ atm} = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

■ Solución



Índice adiabático

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5/2 R + R}{5/2 R} = 7/5$$

Vértice A. $p_A \cdot V_A = nRT_A$, $T_A = 1497.5$ K

A → B, proceso adiabático. $p_A V_A^\gamma = p_B V_B^\gamma$ $p_B = 2 \cdot 10^5$ Pa

Vértice B. $p_B \cdot V_B = nRT_B$, $T_B = 1152.7$ K

B → C, proceso isotérmico. $p_B \cdot V_B = p_C \cdot V_C$, $V_C = 958.3 \cdot 10^{-3}$ m³

Vértice D. $p_D \cdot V_D = nRT_D$, $T_D = 299.5$ K

Vértice	p (Pa)	V (m ³)	T (K)
A	$5 \cdot 10^5$	$249 \cdot 10^{-3}$	1497.5
B	$2 \cdot 10^5$	$479 \cdot 10^{-3}$	1152.7
C	$1 \cdot 10^5$	$958.3 \cdot 10^{-3}$	1152.7
D	$1 \cdot 10^5$	$249 \cdot 10^{-3}$	299.5

- A → B, proceso adiabático $Q_{AB} = 0$

$$\Delta U_{AB} = n c_v (T_B - T_A) = 10 \cdot 5/2 \cdot 8.314 (1152.7 - 1497.5) = -71667 \text{ J}$$

$$W_{AB} = -\Delta U_{AB} = 71667 \text{ J}$$

Calculo del trabajo de forma directa

$$p V^\gamma = \text{cte} = p_A V_A^\gamma = p_B V_B^\gamma \quad W_{AB} = \int_A^B p \cdot dV = \int_A^B \text{cte} V^{-\gamma} \cdot dV = \text{cte} \frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} \Big|_A^B = \frac{1}{1-\gamma} (p_B V_B^\gamma \cdot V_B^{-\gamma+1} - p_A V_A^\gamma \cdot V_A^{-\gamma+1}) = \frac{1}{1-\gamma} (p_B V_B - p_A V_A) = \frac{1}{1-7/5} (2 \cdot 10^5 \cdot 479 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^5 \cdot 249 \cdot 10^{-3}) = 71750 \text{ J}$$

Como vemos, $W_{AB} \approx -\Delta U_{AB}$

- B → C, proceso isoterma

$$\Delta U_{BC}=0$$

$$W = \int_B^C p \cdot dV = \int_B^C nRT \frac{1}{V} \cdot dV = nRT \ln \left[\frac{V_C}{V_B} \right] = 10 \cdot 8.314 \cdot 1152.7 \cdot \ln \left[\frac{958 \cdot 10^{-3}}{479 \cdot 10^{-3}} \right] = 66\,458 \text{ J}$$

$$Q_{BC} = W_{BC} = 66\,458 \text{ J}$$

- C→D, proceso isóbaro

$$\Delta U_{CD} = n c_v (T_D - T_C) = 10 \cdot 5/2 \cdot 8.314 (299.5 - 1152.7) = -177\,338 \text{ J}$$

$$Q_{CD} = n c_p (T_D - T_C) = 10 \cdot 7/2 \cdot 8.314 (299.5 - 1152.7) = -248\,273 \text{ J}$$

$$W_{CD} = p (V_D - V_C) = 10^5 (249 \cdot 10^{-3} - 958 \cdot 10^{-3}) = -70\,930 \text{ J}$$

Comprobación, $\Delta U \approx Q - W$

- D→A, proceso isócoro

$$\Delta U_{DA} = n c_v (T_A - T_D) = 10 \cdot 5/2 \cdot 8.314 (1497.5 - 299.5) = 249\,004 \text{ J}$$

$$W_{DA} = 0$$

$$Q_{DA} = \Delta U_{DA} = 249\,004 \text{ J}$$

Ciclo completo

Proceso	ΔU (J)	Q (J)	W (J)
A→B	-71 667	0	71 667
B→C	0	66 458	66 458
C→D	-177 338	-248 273	-70 930
D→A	249 004	249 004	0
Total	0		67 278

- Calor absorbido, $Q_{abs} = 315\,462 \text{ J}$
- Calor cedido, $Q_{ced} = -248\,273 \text{ J}$
- Trabajo realizado, $W = 67\,278 \text{ J}$

Se cumple que, $Q_{abs} + Q_{ced} \approx W$

$$\text{Rendimiento: } \eta = W / Q_{abs} = 67\,278 / 315\,462 = 0.21 \quad (21\%)$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

PROBLEMA 9.1

Un ciclo termodinámico que utiliza 1,20 moles de un gas ideal diatómico, se realiza en tres etapas. (1) Una expansión adiabática desde una presión inicial de 2,50 atm y volumen de 9,50 L hasta una presión final de 0,950 atm, (2) una compresión a presión constante hasta su volumen original de 9,50 L y (3) un calentamiento a volumen constante hasta su presión original de 2,50 atm. Se pide:

- Dibuje el diagrama PV correspondiente e indique si se trata de una maquina térmica o un refrigerador
- Los calores y trabajos realizados en cada etapa del ciclo

c) el rendimiento del ciclo.

PROBLEMA 9.2

Una masa de 80,0 g de CO_2 ($M_{\text{CO}_2} = 44 \text{ g/mol}$) ocupan un volumen de 50,0 litros a una presión de 1,50 atmósferas. Halle:

- El número de moles
- La temperatura
- Si se aumenta el volumen a 80 litros y se mantiene constante la temperatura ¿Cuál es la nueva Presión?

PROBLEMA 9.3

Un *Ciclo de Stirling* ideal, está formado por los siguientes pasos:

Inicialmente tenemos 500 cm^3 de aire a 300 K y 100 kPa (estado A)

A→B Se comprime el gas de forma isoterma, hasta que se reduce su volumen a 50,0 cm^3

B→C Se calienta el gas hasta una temperatura de 450 K, manteniendo fijado su volumen.

C→D Se expande el gas a temperatura constante hasta que vuelve a su volumen inicial.

D→A Se enfría el gas manteniendo constante su volumen hasta que su temperatura vuelve a ser la inicial

Para este ciclo.

- Indique gráficamente como sería en un diagrama pV.
- Calcule el trabajo y el calor que entran en el sistema en cada uno de los cuatro pasos.
- Calcule el rendimiento del ciclo.

PROBLEMA 9.4

Se desea refrescar una habitación cuya temperatura sea de 250K, estando el ambiente exterior a 300K y a una presión de 100kPa.

En una de las paredes de la habitación se instala el equipo refrigerante que experimenta el siguiente ciclo:

Inicialmente (estado A) una cámara de $0,120 \text{ m}^3$ está llena de aire (gas ideal diatomico) a la presión y temperatura exteriores.

Proceso A→B expansión adiabática hasta un volumen de $0,200 \text{ m}^3$.

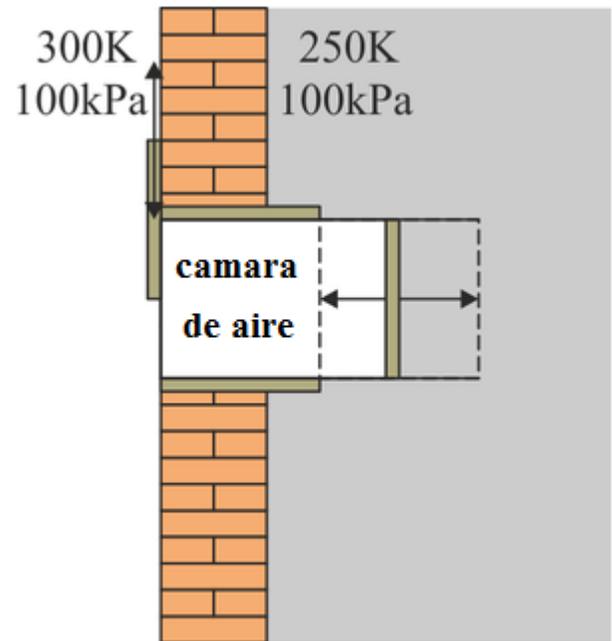
Proceso B→C: Manteniendo el volumen fijo, se deja que intercambie calor con la habitación, hasta que la temperatura del aire de la cámara iguale a la de la habitación.

Proceso C→D: La cámara se comprime adiabáticamente hasta volver al volumen de $0,120 \text{ m}^3$.

Proceso D→A: Manteniendo el volumen fijo, se deja ahora que intercambie calor con el exterior, hasta regresar al estado A.

Se pide:

- Represente el ciclo termodinámico en un diagrama pV.
- Calcule la presión, volumen y temperatura del gas en cada uno de los vértices del ciclo.
- Calcule el calor intercambiado por el aire con la habitación y con el exterior.



PROBLEMA 9.5

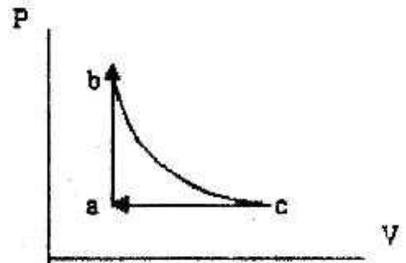
Una máquina de Carnot funciona con 18 moles de un gas ideal monoatómico, realizando 5 ciclos de 2,00 s. Las temperaturas de los focos son 450 K y 150 K y consume una potencia de 60 kW. Se pide:

- Dibujar el ciclo en un diagrama p - V especificando las transformaciones que lo componen y calcular la eficiencia.
- Calcula el calor absorbido en cada etapa.
- La variación de entropía del gas en cada transformación y en el ciclo.

PROBLEMA 9.6

Una máquina de calor contiene 0,450 moles de un gas diatómico ideal y evoluciona según la figura mostrada. Los tramos son: ab isovolumétrico, bc adiabático y ca isobárico; siendo $T_a = 250 \text{ K}$, $T_b = 550 \text{ K}$, $T_c = 400 \text{ K}$, $P_a = 1,20 \text{ atm}$. Calcular:

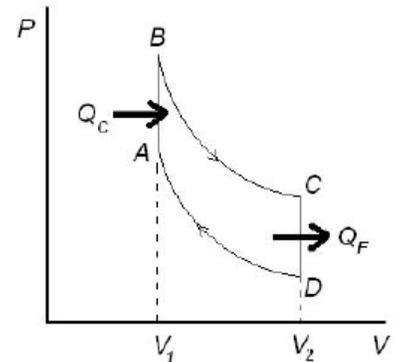
- El trabajo total efectuado en el ciclo
- La eficiencia del ciclo
- La eficiencia de un ciclo de Carnot que trabaja con las temperaturas altas y baja del ciclo mostrado.



PROBLEMA 9.7

El motor de un automóvil, opera con el ciclo mostrado en la figura, llamado ciclo de Otto idealizado. En un cilindro del motor, justo después de la combustión (estado B), el gas está confinado a un volumen de 50 cm^3 y su presión es de $3,0 \times 10^6 \text{ Pa}$. En la expansión adiabática, el émbolo se mueve hasta un volumen de 300 cm^3 . Luego del enfriamiento isócoro, la presión en D es la mitad que en C. Los otros procesos son adiabáticos e isócoro. Si la mezcla aire - gasolina pulverizada se comporta como gas ideal diatómico. Calcular:

- los cocientes: P_B/P_A , P_C/P_B y P_A/P_D ,
- los cocientes T_B/T_A , T_C/T_B , T_D/T_C y T_A/T_D ,
- la eficiencia del ciclo



PROBLEMA 9.8

Una máquina que utiliza 1,2 moles de un gas ideal diatómico inicialmente a $24,5 \text{ L}$ y 420 K funciona en un ciclo que consiste de cuatro etapas (1) Expansión isotérmica a 420 K hasta duplicar su volumen, (2) enfriamiento a volumen constante hasta los 300 K , (3) Compresión isotérmica hasta su volumen original, y (4) calentamiento a volumen constante hasta su temperatura original de 420 K . Se pide:

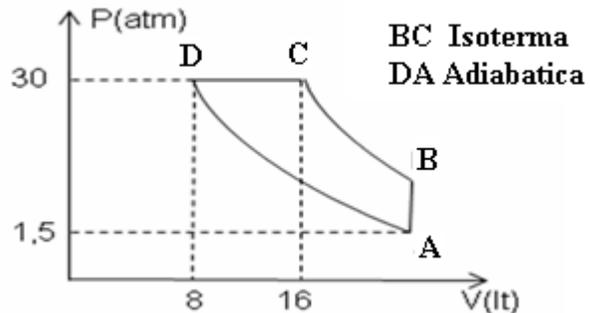
- Dibujar el ciclo en un diagrama PV
- Determinar los calores absorbidos y devueltos
- La eficiencia del sistema.

PROBLEMA 9.9

Un refrigerador trabaja con 2,5 moles de un gas monoatómico, describiendo el ciclo reversible ABCDA de la figura.

- El calor en cada etapa.
- El trabajo total.
- El rendimiento

$C_v = 3R/2$ $C_p = 5R/2$ $R = 0,082$
 $\text{atm.L/mol.K} = 8,314 \text{ J/mol.K}$
 $1 \text{ atm.Lt} = 101 \text{ J}$



PROBLEMA 9.10

Una máquina reversible lleva 1,5 moles de gas ideal monoatómico ($C_v = 3R/2$, $\gamma = 5/3$) a través del ciclo ABCDA, con las siguientes características en cada una de las etapas:

AB: Es una expansión isotérmica hasta duplicar el volumen $V_B = 2V_A$

BC: Es una expansión adiabática hasta disminuir la temperatura a la mitad $T_C = T_B/2$

CD: Es una compresión hasta $V_D = V_A$ a presión constante.

DA: Se cierra el ciclo a volumen constante, aumentando la presión hasta p_A

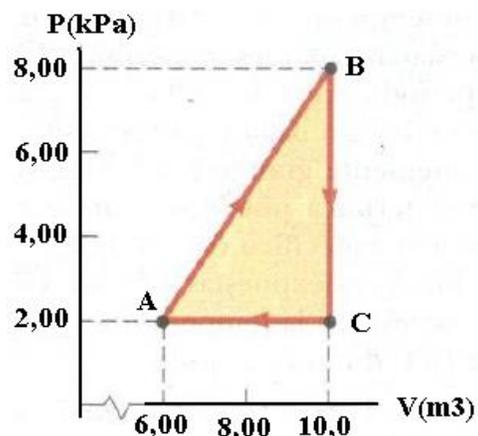
DATOS: $p_A = 16,2 \text{ atm}$, $V_A = 2 \text{ litros}$

- Graficar cualitativamente el diagrama P – V correspondiente.
- Calcular el calor absorbido por el gas y el trabajo efectuado por el gas en cada uno de los procesos.
- Indicar si este ciclo corresponde a una máquina térmica o frigorífica. Calcule la eficiencia o rendimiento según el caso.

PROBLEMA 9.12

Un gas diatómico es llevado a través del proceso cíclico descrito en la figura. Se pide:

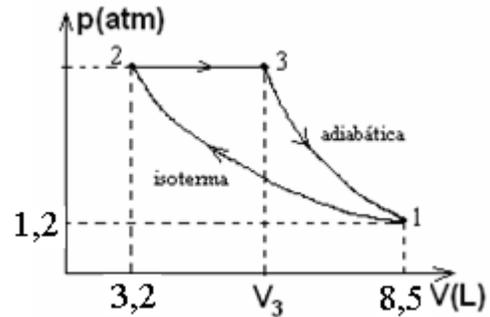
- El calor transferido en cada etapa del ciclo
- La eficiencia del ciclo



PROBLEMA 9.13

Una maquina térmica funciona según el ciclo de la figura. La sustancia de trabajo es un gas ideal monoatómico ($\gamma = 5/3 = 1,67$). Si $V_1 = 8,5$ L, $T_1 = 300$ K, $P_1 = 1,2$ atm, y $V_2 = 3,2$ L, determine:

- El calor que ingresa y el calor que es expulsado por el gas en el ciclo.
- El trabajo en el ciclo y la eficiencia de la máquina



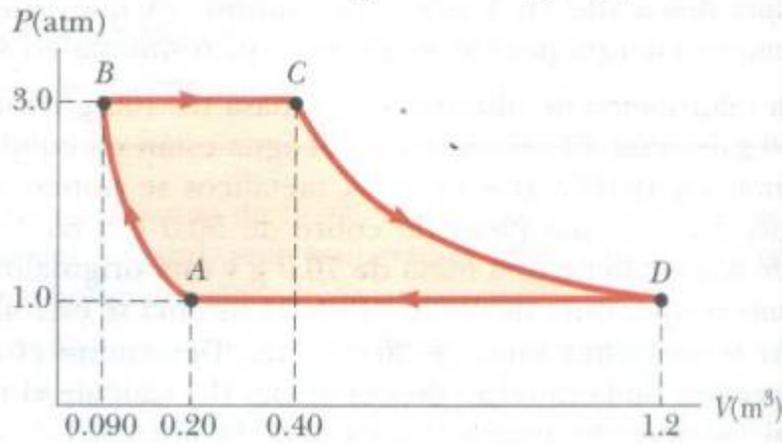
PROBLEMA 9.14

Una máquina de gas ideal monoatómico ($C_V = 3R/2$) realiza un ciclo constituido por cinco procesos: El proceso de A-B es isócoro donde $V_A = 0,5$ L, $P_A = 1$ atm y $P_B = 12$ atm; el proceso de B-C es una expansión isobárica donde $V_C = 0,5$ L; el proceso de C-D es una expansión adiabática donde $V_D = 3,0$ L; el proceso de D-E es un enfriamiento isócoro donde $P_E = P_A$ y finalmente el proceso E-A es una compresión isobárica.

- Dibujar en el diagrama P-V el ciclo completo.
- Determinar el trabajo que realiza la máquina en cada ciclo.
- La cantidad de calor absorbido por la máquina en cada ciclo.
- La eficiencia de la máquina.

PROBLEMA 9.15

Una muestra de un gas ideal pasa por el proceso que se muestra en la figura P20.32. De A a B, el proceso es adiabático; de B a C es isobárico con 100 kJ de energía entrando al sistema por calor. De C a D, el proceso es isotérmico; de D a A, es isobárico con 150 kJ de energía saliendo del sistema por calor. Determine la Diferencia en energía interna $E_{intB} - E_{intA}$



PROBLEMA 9.16

Una muestra de un gas ideal está en un cilindro vertical equipado con un émbolo. Cuando 5.79 kJ de energía se transfieren al gas por para elevar su temperatura, el peso sobre el émbolo se ajusta de modo que el estado del gas cambia del punto A al punto B a lo largo del semicírculo que se ilustra en la figura P20.33. Encuentre el cambio en energía interna del gas.

