Sistemas de ecuaciones

Dos ecuaciones lineales con dos incógnitas

Considere el siguiente sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas x y y:

Cada una de estas ecuaciones corresponde a una línea recta. Cualquier par de números reales **(x, y)** que satisface el sistema **(1)** se denomina como **solución**. Las preguntas que surgen en forma natural son**: ¿tiene este sistema varias soluciones y, de ser así, ¿cuántas?** Estas preguntas se resolverán a través de los siguientes ejemplos, en las cuales se usarán propiedades del álgebra elemental.

Los sistemas de ecuaciones se resuelven por algunos métodos tales como el suma y resta (eliminación o reducción), igualación, regla de Cramer, gráfico y sustitución. Para resolver los siguientes sistemas utilizaremos estos dos últimos métodos.

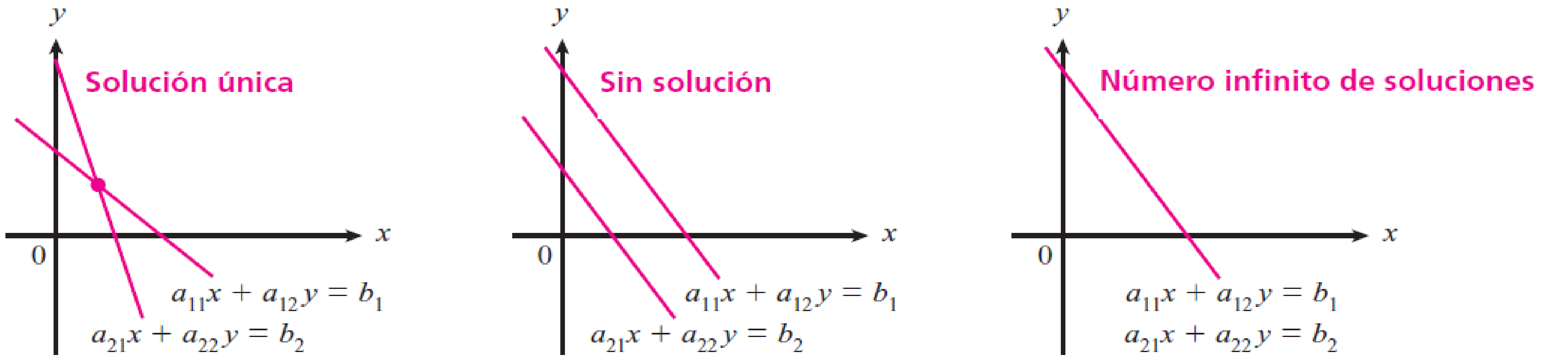
$$a_{11}x + a_{12}y = b_1$$
$$a_{21}x + a_{22}y = b_2$$

Sistema inconsistente

Un sistema que no tiene solución se dice que es **inconsistente**.

Método gráfico

Este método consiste en graficar las rectas de cada ecuación. Al resolver un sistema de ecuaciones por el método gráfico, podemos obtener lo siguiente:



a) Rectas no paralelas; un punto de intersección

b) Rectas paralelas; sin puntos de intersección

c) Rectas que coinciden; número infinito de puntos de intersección

Método de sustitución

Este método consiste en despejar una de las variables de cualquiera de las dos ecuaciones y sustituir dicho despeje en la ecuación restante, así resulta una ecuación de primer grado con una incógnita, la cual se resuelve para obtener el valor de esta incógnita. Este primer valor se sustituye en el despeje para determinar el valor de la variable que falta.

SISTEMA CON SOLUCIÓN ÚNICA

Determina los valores de x y y en el sistema: $\begin{cases} 3x-4y=-11 \\ 5x+3y=1 \end{cases}$.

SISTEMA SIN SOLUCIÓN

Determina el conjunto solución del sistema:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ 6x - 8y = 3 \end{cases}$$

Observación 1

Si se divide la segunda ecuación por dos se obtiene $\boldsymbol{3x - 4y = \frac{3}{2}}$ y esto contradice la primera ecuación. Por lo tanto, este sistema **no tiene solución**.

SISTEMA CON UN NÚMERO INFINITO DE SOLUCIONES

Obtén el conjunto solución del sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} -2x+y=-4 \\ 6x-3y=12 \end{cases}$$

Observación 2

Se puede ver que estas dos ecuaciones son **equivalentes**. Esto es, cualesquiera dos números, x y y, que satisfacen la primera ecuación también satisfacen la segunda, y viceversa.

Métodos para resolver un sistema de tres ecuaciones lineales con tres variables

Para resolver un sistema de este tipo, se pueden utilizar los mismos métodos empleados para resolver los sistemas de dos variables, aunque se recomienda emplear el de *reducción* y de *Cramer*.

El sistema puede tener solución única, conjunto infinito de soluciones o no tener solución.

Reducción (suma y resta)

Se procede de la misma forma que en los sistemas de ecuaciones con dos variables, es decir, se toman dos de las tres ecuaciones y se elimina una de las variables. Posteriormente, se toma cualquiera de las ecuaciones que se eligieron y en la que no se utilizó se elimina la misma variable, de tal manera que se obtienen dos ecuaciones con dos variables; al hallar la solución del sistema se determina el valor de las dos variables, después se sustituyen en cualquiera de las tres ecuaciones originales, para obtener la tercer variable.

Determina la solución del sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x-3y-5z=-19 \\ 3x-4y+z=-2 \\ x+y+z=6 \end{cases}$$

Solución

$$\begin{aligned} &2x-3y-5z=-19 \text{--------}(1) \\ &3x-4y+z=-2 \quad \text{--------}(2) \\ &x+y+z=6 \qquad \text{--------}(3) \end{aligned}$$


Gracias