



**Ministerium für Bildung,
Wissenschaft, Jugend und Kultur**

Rheinland-Pfalz

Rahmenlehrplan

Mathematik

(Klassenstufen 5 – 9/10)

Erarbeitet im Auftrag des
Ministeriums für Bildung, Wissenschaft, Jugend und Kultur
Rheinland-Pfalz

Mitglieder der fachdidaktischen Kommission:

Ursula Bicker, Pädagogisches Zentrum Bad Kreuznach

Karin Ding, Veldenz Gymnasium Lauterecken

Angela Euteneuer, Pädagogisches Zentrum Bad Kreuznach

Franz Hein, Staatliches Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien Mainz

Jürgen Jacoby, Staatliches Studienseminar für das Lehramt an Realschulen Mainz

Klaus Martin, Georg-von-Neumayer-Schule Kirchheimbolanden

Carola Nolten-Heinrichs, Ministerium für Bildung, Wissenschaft, Jugend und Kultur

Christel Schienagel-Delb, Staatliches Studienseminar für das Lehramt an Grund- und
Hauptschulen Kaiserslautern

Georg Schmitt, Realschule Saarburg (Leiter der Kommission)

Rainer Vicari, Staatliches Studienseminar für das Lehramt an Realschulen Kaiserslautern

Herausgeber:

Ministerium für Bildung, Wissenschaft, Jugend und Kultur Rheinland-Pfalz

ISBN: 3-981-0390-4-1

Stand: Mai 2007

Vorwort der Ministerin für Bildung, Wissenschaft, Jugend und Kultur

*Man löst nicht die Probleme von morgen
mit den Antworten von gestern. Albert Einstein*

Liebe Lehrerinnen und Lehrer,
liebe Schülerinnen und Schüler,
liebe Schulleiterinnen und Schulleiter,
liebe Eltern,



Mathematik ist dynamisch, sie entwickelt sich ständig weiter. Das gilt auch für den Mathematikunterricht. Die Notwendigkeit zur Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts ist uns auch angesichts der internationalen Vergleichsstudien TIMSS und PISA deutlich vor Augen geführt worden.

Zum Gelingen eines guten Mathematikunterrichts müssen alle Beteiligten beitragen: Lehrerinnen und Lehrer, Schülerinnen und Schüler sowie Schulleitung und Eltern. Sie alle sind verantwortliche Akteure in den schulischen Lehr-Lern-Prozessen. Ein weiterer Beitrag des rheinland-pfälzischen Bildungsministeriums zur Unterstützung insbesondere der Lehrkräfte ist der vorliegende Rahmenlehrplan.

Die bundesweit geltenden Bildungsstandards geben erwartete, abschlussbezogene Kompetenzen vor, die die Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht erwerben sollen, und unsere rheinland-pfälzischen Erwartungshorizonte nennen Zwischenschritte der Kompetenzentwicklung.

Dieser Rahmenlehrplan beschreibt praktikable Wege zum Erreichen der Kompetenzen. Er bietet den fachdidaktischen Weiterentwicklungen und neueren pädagogischen Ansätzen entsprechend vielfältige Impulse für den Mathematikunterricht.

Die Bildungsstandards Mathematik sind die Grundlage für diesen Rahmenlehrplan. Der Rahmenlehrplan übernimmt die Strukturierung in allgemeine und inhaltsbezogene – nach Leitideen geordnete – mathematische Kompetenzen. Der Rahmenlehrplan erweitert die in Form von allgemeinen mathematischen Kompetenzen und inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen formulierten Zielvorgaben um weitere Rahmenvorgaben in methodischer und didaktischer Hinsicht. So verpflichtet er z. B. auf eine Mindestzahl von Sequenzen zum situierten Lernen oder zum Arbeiten mit elektronischen Medien. Er konkretisiert die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen der Bildungsstandards und ergänzt sie. Er ist fach- und schulartübergreifend angelegt. Er unterstützt und strukturiert die Unterrichts- und Lernprozesse zur Erreichung der Standards. Er nennt Vernetzungen auch über die Fachgrenzen hinaus und gibt Hinweise zu Anwendungssituationen und zum Einsatz von Medien. Den Inhalten sind diejenigen allgemeinen mathematischen Kompetenzen gegenübergestellt, die sich mit Hilfe dieser ausgewählten Inhalte besonders gut entwickeln und fördern lassen. Der Rahmenlehrplan führt geeignete didaktische und methodische Konzepte auf und gibt Prinzipien der Unterrichtsgestaltung an.

Dieser Rahmenlehrplan ist in Doppeljahrgangsstufen entwickelt. Er bietet größere Freiräume, die im Sinne eines kumulativen Kompetenzaufbaus und einer gezielten Förderung der Schülerinnen und Schüler genutzt werden sollen. Hierzu sind weitere didaktische Konkretisierungen und inhaltliche Ausgestaltung in schuleigenen Arbeitsplänen erforderlich. In der Zusammenarbeit der Fach-

konferenzen und Fachgruppen wird die Wirksamkeit aller Aktivitäten vergrößert, wenn die Lehrkräfte sich gegenseitig Resonanz, Anregung und Unterstützung zukommen lassen.

Mein Wunsch ist, dass es den Lehrkräften gelingt, die selbstbewusste und aktive Auseinandersetzung aller Lernenden mit Mathematik zu fördern, dass die Schülerinnen und Schüler sich im Mathematikunterricht als leistungsstark erfahren und dass den Lehrkräften auch ihre Freude und Faszination an Mathematik und an der Entwicklung der Schülerinnen und Schüler hilft, ihre vielfältigen schulischen Aufgaben zu bewältigen. Lernen ist ein lebenslanger Prozess.

Mein Dank gilt allen, die mit viel Engagement in einem intensiven und umfassenden Diskussionsprozess diesen Rahmenlehrplan entwickelt haben.



(Doris Ahnen)

Mainz, im Mai 2007

Inhaltsverzeichnis

1 Beitrag des Faches Mathematik zur Bildung	3
2 Die Bildungsstandards als Grundlage des Rahmenlehrplans	3
2.1 Allgemeine mathematische Kompetenzen der Bildungsstandards	4
2.2 Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	5
3 Didaktisch-methodische Konzeption	6
3.1 Lernen im Mathematikunterricht.....	6
3.2 Aufbau von Kompetenzen.....	7
3.3 Konsequenzen für die Unterrichtsgestaltung	8
3.4 Konsequenzen für die Fachkonferenz	9
4 Elektronische Medien im Mathematikunterricht.....	9
4.1 Der elektronische Taschenrechner	10
4.2 Dynamische Geometriesoftware	11
4.3 Tabellenkalkulation	11
4.4 Ergänzende Software.....	11
4.5 Verpflichtendes Arbeiten mit elektronischen Medien	12
5 Leistungsfeststellung und Leistungsbeurteilung	12
5.1 Grundsätze.....	12
5.2 Zu beurteilende Leistungen.....	12
5.3 Formen der Leistungsbeurteilung	13
6 Orientierungsstufe	14
6.1 Hinweise zur Darstellung	14
6.2 Hinweise zur Umsetzung und Aufgaben der Fachkonferenz	14
6.3 Leitideen der Orientierungsstufe	15
7 Klassenstufen 7 und 8	38
7.1 Hinweise zur Darstellung	38
7.2 Individuelles Fördern.....	38
7.3 Hinweise zur Umsetzung und Aufgaben der Fachkonferenz	39
7.4 Leitideen der Klassenstufen 7 und 8.....	40
8 Klassenstufe 9 (Qualifikation der Berufsreife)	66
8.1 Hinweise zur Darstellung	66
8.2 Hinweise zur Umsetzung	66
8.3 Hinweise zur Arbeit mit den Themenfeldern	67
8.4 Aufgaben der Fachkonferenz.....	67
8.5 Leitideen der Klassenstufe 9 (Qualifikation der Berufsreife).....	67
8.6 Beispiele für Themenfelder	80
9 Klassenstufen 9 und 10 (Mittlerer Schulabschluss)	82
9.1 Hinweise zur Darstellung	82
9.2 Hinweise zur Umsetzung und Aufgaben der Fachkonferenz	82
9.3 Leitideen der Klassenstufen 9 und 10 (Mittlerer Schulabschluss)	83

1 Beitrag des Faches Mathematik zur Bildung

Die in der Schule vermittelte Bildung soll es jedem Menschen ermöglichen, sich in der gegenwärtigen und zukünftigen Welt zu orientieren und an allen Bereichen des gesellschaftlichen Lebens teilzunehmen. Daher sollen einerseits Schülerinnen und Schüler befähigt werden, ihre jeweilige Lebenswelt zu verstehen und aktiv zu gestalten, andererseits sollen sie durch den Erwerb von fachlichen und allgemeinen Kompetenzen auf Beruf oder Studium vorbereitet sowie zu lebenslangem Lernen befähigt werden. Der Mathematikunterricht trägt dazu in vielfältiger Weise bei.

Bei der Auseinandersetzung mit inner- und außermathematischen Problemen erwerben Schülerinnen und Schüler in besonderem Maße die **Fähigkeit zum Problemlösen und Vernetzen**. Die Anforderungen an Abstraktion, Folgerichtigkeit und Exaktheit schulen das systematische und logische Denken sowie das kritische Urteilen. Diese allgemeinen Fähigkeiten können Schülerinnen und Schüler auch über das Fach Mathematik hinaus in anderen Sachgebieten für die Analyse und Bewertung einsetzen. Zudem stärkt die Vermittlung heuristischer Strategien insgesamt die Problemlösekompetenz.

In einem Unterricht, der einen hohen Realitätsbezug aufweist, erfahren Schülerinnen und Schüler die Mathematik als ein Mittel zur Bewältigung von Situationen im persönlichen Lebensbereich und in der Arbeitswelt. Indem die **Mathematik als Wissenschaft mit Anwendungen in vielen Bereichen** erlebt wird, kann auch die große Bedeutung des Faches für die Schlüsseltechnologien unserer Gesellschaft vermittelt werden. Die Mathematik bietet Orientierung in einer zunehmend technisierten und ökonomisierten Welt.

Durch den Umgang mit Symbolen, Bildern und Formeln lernen Schülerinnen und Schüler, dass **Mathematik als (formale) Sprache** zur Bearbeitung von sehr verschiedenartigen Aufgaben geeignet ist. Dazu ist es notwendig, das Verhältnis der mathematischen Sprache zur Alltagssprache zu verstehen sowie formale und symbolische Sprache dekodieren und interpretieren zu können.

Die Beschäftigung mit mathematischen Problemen fördert die **Persönlichkeitsbildung** durch die Entwicklung von Leistungsbereitschaft, Konzentrationsfähigkeit, Ausdauer, Sorgfalt, Exaktheit und Zielstrebigkeit. Weiterhin verlangt das Finden neuer Ideen Kreativität und Fantasie, deshalb sind diese im Unterricht weiterzuentwickeln. Darüber hinaus führt die Überwindung von Schwierigkeiten, verbunden mit den daraus resultierenden Erfolgserlebnissen, zum Erkennen eigener Stärken und damit zu einem positiven Selbstkonzept.

Durch das selbstständige Entdecken von mathematischen Zusammenhängen, die Analyse eines interessanten Musters oder die Entwicklung oder das Nachvollziehen eines eleganten Beweises können Schülerinnen und Schüler die **Schönheit der Mathematik** erleben. Viele der vorgestellten oder selbst entdeckten Gesetzmäßigkeiten führen wieder zu neuen Fragen und Problemen; auf diese Weise machen Schülerinnen und Schüler selbst die Erfahrung, dass die Mathematik kein fertiges Gedankengebäude ist, sondern eine sehr lebendige Wissenschaft, die immer weiter wächst. Andererseits erkennen sie durch die Beschäftigung mit historischen Verfahren und Personen sowie mit mathematischen Entdeckungen anderer Kulturen die historische Dimension des Faches und seine große Bedeutung als **universelles Kulturgut**.

2 Die Bildungsstandards als Grundlage des Rahmenlehrplans

Die Kultusministerkonferenz hat zur Qualitätssicherung schulischer Bildung und zur Vergleichbarkeit schulischer Abschlüsse Bildungsstandards verabschiedet, die fachliche und überfachliche Basisqualifikationen formulieren. Sie stehen im Einklang mit dem in Kapitel 1 formulierten Auftrag schulischer Bildung. Die Bildungsstandards legen ein Abschlussniveau fest, das Schülerinnen und Schüler in der Regel erreichen sollen, denen der Hauptschulabschluss bzw. der Mittlere Schulabschluss zuerkannt wird.

Der Rahmenlehrplan unterstützt und strukturiert die Unterrichts- und Lernprozesse zur Erreichung der Standards, indem er

- die verbindlichen inhaltsbezogenen Kompetenzen konkretisiert, hierzu geeignete Inhalte vorgibt und Vertiefungsmöglichkeiten aufzeigt,
- didaktische und methodische Prinzipien und Hinweise zur Unterrichtsgestaltung aufführt,
- vertikale und horizontale Vernetzungen auch über die Fachgrenzen hinaus nennt sowie
- Empfehlungen zum zeitlichen Umfang ausweist.

Der Rahmenlehrplan ist wie die rheinland-pfälzischen Erwartungshorizonte zu den Bildungsstandards in Doppeljahrgangsstufen gegliedert. Er eröffnet damit Freiräume für Kooperation und Kommunikation.

Der Rahmenlehrplan greift die Strukturierung in allgemeine und inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen aus den Bildungsstandards auf. Die verbindlichen Inhalte der Bildungsstandards werden feiner ausdifferenziert und mit Hinweisen zu Anwendungssituationen, Methodik und Vernetzung konkretisiert. Weiterhin sind den Inhalten diejenigen allgemeinen mathematischen Kompetenzen gegenübergestellt, die sich mithilfe dieser ausgewählten Inhalte besonders gut entwickeln und fördern lassen.

2.1 Allgemeine mathematische Kompetenzen der Bildungsstandards

Im Folgenden werden die allgemeinen mathematischen Kompetenzen gemäß der Bildungsstandards genannt.

K1: Mathematisch argumentieren

Dazu gehört:

- Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind („Gibt es ... ?“, „Wie verändert sich ... ?“, „Ist das immer so ... ?“), und Vermutungen begründet äußern,
- mathematische Argumentationen entwickeln (wie Erläuterungen, Begründungen, Beweise),
- Lösungswege beschreiben und begründen.

K2: Probleme mathematisch lösen

Dazu gehört:

- vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten,
- geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden,
- die Plausibilität der Ergebnisse überprüfen sowie das Finden von Lösungsideen und die Lösungswege reflektieren.

K3: Mathematisch modellieren

Dazu gehört:

- den Bereich oder die Situation, die modelliert werden sollen, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen,
- in dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten,
- Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen.

K4: Mathematische Darstellungen verwenden

Dazu gehört:

- verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden,
- Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen,
- unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln.

K5: Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Dazu gehört:

- mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen und Tabellen arbeiten,
- symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt,
- Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen,
- mathematische Werkzeuge (wie Formelsammlungen, Taschenrechner, Software) sinnvoll und verständlich einsetzen.

K6: Kommunizieren

Dazu gehört:

- Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien,
- die Fachsprache adressatengerecht verwenden,
- Äußerungen von anderen und Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen.

2.2 Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

Allgemeine mathematische Kompetenzen werden stets in der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten erworben. Die Inhalte sind jeweils ausgewählten mathematischen Leitideen zugeordnet, um Verständnis von grundlegenden mathematischen Konzepten zu erreichen, Besonderheiten mathematischen Denkens zu verdeutlichen sowie Bedeutung und Funktion der Mathematik für die Gestaltung und Erkenntnis der Welt erfahren zu lassen.

Folgende mathematische Leitideen liegen in Anlehnung an die Bildungsstandards dem Rahmenlehrplan zugrunde:

- Zahl und Zahlbereiche,
- Messen und Größen,
- Raum und Form,
- Funktionaler Zusammenhang,
- Daten und Zufall.

Eine Leitidee vereinigt Inhalte verschiedener mathematischer Sachgebiete und durchzieht spiralförmig das gesamte mathematische Curriculum von der Grundschule bis zum Schulabschluss.

Die Zuordnung einer inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenz zu einer mathematischen Leitidee ist nicht in jedem Fall eindeutig, sondern davon abhängig, welcher Aspekt mathematischen Arbeitens im inhaltlichen Zusammenhang betont werden soll.

3 Didaktisch-methodische Konzeption

3.1 Lernen im Mathematikunterricht

Ein Mathematikunterricht, der die in Kapitel 1 genannten Erfahrungen ermöglicht, muss durch Anwendungs- und Problemorientierung an Themen mit vermittelbarem Lebensbezug lebendig und flexibel gestaltet werden. Er muss ein Bild der Mathematik als Ganzes entwerfen und darf nicht einseitig auf den Aufbau von tragem Wissen und Kalkülen ausgerichtet werden. Anschlussfähiges Wissen lässt sich nicht durch Mitteilung von Lehrenden auf Lernende übertragen. Lernen ist in vielen Bereichen **ein individueller Konstruktionsprozess** und besteht in einem fortlaufenden Knüpfen und Umstrukturieren eines flexiblen Netzes aus Wissens-elementen und Fertigkeiten. Dabei sind es die Lernenden selbst, die ihr Netz aktiv entdeckend weiter knüpfen. Das Zugrundelegen dieser konstruktivistischen Auffassung von Lernen als aktivem Prozess rückt zwei dafür geeignete Lernformen näher in den Blick: das systematische Lernen und das situierte Lernen.

Im **systematischen Lernen** werden Lernphasen so angelegt, dass neue Wissens-elemente entsprechend der Sachlogik in Vorhandenes integriert werden. Dabei ist diese Form nicht mit dem Anhäufen vieler isolierter Einzelaspekte zu verwechseln, die zumeist nur in dem gelernten Zusammenhang anwendbar sind. Vielmehr zielt systematisches Lernen auf grundlegendes Verständnis wesentlicher Arbeitsweisen und Inhaltsbereiche der Mathematik (vertikale Vernetzung) und schafft damit Transparenz, die für flexibles Anwenden in unterschiedlichen Situationen notwendig ist (anschlussfähiges Wissen). So organisierte Lernsituationen mit klar strukturierten Lernabschnitten sind – z. B. in Erarbeitungsphasen – geeignet, individuelle Fehler und Verständnisprobleme zu erkennen und rasch zu beseitigen. Auch ein solches Vorgehen ist schülerorientiert.

Für die Entwicklung von Selbsttätigkeit und zur Ausbildung allgemeiner mathematischer Kompetenzen, wie z. B. dem Problemlösen oder Modellieren, ist ein anderes Vorgehen notwendig. Hier wird Lernen so organisiert, dass in der Regel von bestimmten Situationen des Alltags sowie von innermathematischen oder von gesellschaftlich interessanten Problemen ausgegangen wird. Dieses so genannte **situierte Lernen** verbindet Unterricht mit dem praktischen Leben bzw. schafft die Voraussetzung, dass Gelerntes angewandt werden kann (horizontale Vernetzung). In solchen Lernsituationen erleben Schülerinnen und Schüler Mathematik als nützlich. Dieses Lernen erfordert größere Handlungsspielräume für Lernende und Lehrende. Hierfür eignen sich offenere Unterrichtsformen, wobei für ihre Qualität entscheidend ist, wie Lernprozesse organisiert und gestaltet werden.

Beide Lernformen gilt es, im Mathematikunterricht je nach angestrebtem Ziel einzusetzen. Dadurch nimmt die vertikale und horizontale Vernetzung stetig zu, und Schülerinnen und Schüler werden befähigt, flexibel mit mathematischen Kompetenzen und Inhalten umzugehen.

Schülerinnen und Schüler unterscheiden sich durch ihr Vorwissen, ihre Strategien, ihre Verarbeitungsweise und ihre Zugänge. Sie bringen weiterhin unterschiedliche Lernbiografien mit. Allgemeinbildender Mathematikunterricht muss dem Rechnung tragen und so gestaltet werden, dass er **unterschiedliche Lernweisen und Lernerfahrungen** zulässt, für alle Lernenden Chancen zum Weiterlernen eröffnet und unterschiedliche Zugänge und Vorgehensweisen anerkennt. Dies schließt die Analyse individueller Lernhemmungen und Begabungen sowie die Förderung von leistungsschwachen und von leistungsstarken Schülerinnen und Schülern ein. Bereits bei der Auswahl geeigneter Lernsituationen ist darauf zu achten, dass sie **individuelles Fördern** in der beschriebenen Weise ermöglichen. Die Einbeziehung verschiedener Darstellungsformen (enaktiv, ikonisch, symbolisch) sowie unterschiedliche Stufen von Komplexität, Exaktheit und Abstraktheit bei Erläuterungen und Begründungen bieten weitere Möglichkeiten der Binnendifferenzierung. Darüber hinaus müssen Schülerinnen und Schüler immer wieder Gelegenheit erhalten, ihren **individuellen Lernprozess selbst zu steuern**, indem sie sich Ziele setzen, Lernsequenzen selbst planen, Strategien spezifisch auswählen, den Lernfortschritt analysieren und bei Schwierigkeiten den Lernprozess gegebenenfalls neu gestalten.

3.2 Aufbau von Kompetenzen

Der Unterricht muss so strukturiert sein, dass die in den Bildungsstandards aufgeführten Kompetenzen von den Schülerinnen und Schülern erworben und weiterentwickelt werden können. Dies geschieht innerhalb der Klassenstufen und über die Klassenstufen hinweg in einem **kumulativen Prozess**, d. h. insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen werden an neuen Inhalten immer wieder konkretisiert, verfeinert und erweitert. Der kumulative Aufbau von Kompetenzen muss die unterschiedlichen Voraussetzungen der Schülerinnen und Schüler berücksichtigen. Hierzu bedarf es mit Blick auf das Erreichen der Bildungsstandards immer wieder einer differenzierten Analyse der Stärken und Schwächen des einzelnen Lernenden. Möglicherweise zeigt sich dabei, dass Schülerinnen und Schüler in einigen Kompetenzen hinter den Erwartungen zurückbleiben, in anderen aber überdurchschnittliche Fähigkeiten besitzen. Für einen Mathematikunterricht, der dem gerecht werden will, ist die **individuelle Förderung von Schülerinnen und Schülern** unabdingbar.

Das Erreichen der Bildungsstandards verlangt einen Unterricht, in dem das Verstehen, Vertiefen und Verknüpfen wichtiger sind als die reine „Stoffvermittlung“. Auch verändert sich die Bedeutung von und der **Umgang mit Fehlern**. Fehler sind unumgängliche Begleiterscheinungen des Lernens und können darüber hinaus vielfach positiv genutzt werden. Es gilt eine Atmosphäre zu schaffen, in der Schülerinnen und Schüler offen, ehrlich und produktiv mit den eigenen Fehlern umgehen lernen.

Für das Verstehen von Mathematik spielt neben dem schülergemäßen Aufbau und der sachgerechten Verwendung der Fachsprache das häufige **Verbalisieren, Präsentieren und Dokumentieren** von Ideen, Überlegungen, Lösungen und Problemen eine entscheidende Rolle. Darüber hinaus wird über Sprache das Verstehen entscheidend aktiviert und Gelerntes gefestigt. Das Rechenergebnis allein trägt dazu wenig bei.

Die **Fachsprache** ist geprägt von eindeutig definierten Fachbegriffen. Ausgehend von der Alltagssprache werden Begriffe und Strukturen in einem kommunikativen Prozess zunehmend präziser gefasst. So gelangen Schülerinnen und Schüler zu einer Vereinbarung über die Bedeutung von Worten und erkennen die entscheidende Wichtigkeit von eindeutig definierten Fachbegriffen. Neben der angemessenen Verwendung der Fachsprache sind sie auch in der Lage, aus mathematischen Texten und Abbildungen Informationen zu entnehmen.

Ergebnisse des Modellversuchs SINUS haben gezeigt, dass sowohl durch das Sichern von Grundwissen als auch durch eine Veränderung der im Unterricht eingesetzten Aufgaben Fortschritte bei den erwünschten Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler erzielt werden können. Beim **Sichern von Grundwissen** geht es darum, dass durch entsprechendes Üben und Wiederholen, das auf unterschiedliche Arten in den Unterricht eingebettet sein kann, ein bestimmter Katalog von Fertigkeiten und Fähigkeiten bei den Schülerinnen und Schülern einsatzbereit gehalten werden soll. An dessen Erhalt arbeiten sie eigenverantwortlich und aktiv mit, indem sie z. B. mithilfe von Büchern oder Lernprogrammen Lücken schließen oder selbstständig üben. Dabei umfasst das Sichern von Grundwissen nicht nur einfache Rechentechniken, sondern muss vielmehr auch auf Verständnissicherung, auf Einsatz in unterschiedlichen Kontexten und auf Breite hinsichtlich der angesprochenen allgemeinen mathematischen Kompetenzen ausgerichtet sein. Rückmeldungen über den erfolgten Lernzuwachs sowie über Schwächen helfen, einzelne Schülerinnen und Schüler individuell zu fördern.

Durch eine **Weiterentwicklung der im Unterricht eingesetzten Aufgaben** zu solchen, die z. B. in der Fragestellung offener sind, die mehrere Lösungswege ermöglichen, die Probleme aus der Realität modellieren und die durch eigene Fragestellungen oder Datenerhebung erweitert werden, sind die Schülerinnen und Schüler immer wieder gefordert, verschiedene mathematische Fragestellungen zu finden, Lösungsideen zu entwickeln, Lösungswege auf ihre Effizienz und Einfachheit hin zu untersuchen, Zusammenhänge zu erkunden und Mathematik insgesamt als einen Prozess der Entdeckungen kennen zu lernen. Dies setzt einen Unterricht voraus, der nicht einseitig auf eine Lösung ausgerichtet ist, sondern mit Blick auf die Individualisierung des Lernens jeden Versuch unterstützt, ein gestelltes Problem zu lösen. Fehler, unzulässige Vereinfachungen, unvollständige und fehlerhafte Lösungsansätze sowie Schwierigkeiten, überhaupt einen Ansatz zu finden, müssen ebenso wie vollständige Lösungen und elegantes Vorgehen im Gespräch themati-

siert und gewürdigt werden. Insbesondere das Bewusstmachen von Verständnisschwierigkeiten und zielführenden (heuristischen) Strategien ist Voraussetzung für die Erweiterung der Problemlösekompetenz. Ein solcher Umgang mit Denkergebnissen der Schülerinnen und Schüler stärkt darüber hinaus die Zuversicht, durch Nachdenken und eigene Anstrengung zu Erfolgen zu kommen.

Kumulativer Aufbau von Kompetenzen, Betonung des Verbalisierens, Sicherung von Grundwissen und Weiterentwicklung der Aufgabenkultur benötigen Zeit im Unterricht. Dies macht es notwendig, dass die **Kernbereiche des Faches** stärker in den Blick genommen werden. Zeitreserven sollen dadurch freigesetzt werden, dass das mechanische Üben sowie das Ausführen von Routinen und sehr speziellen Techniken auf ein vernünftiges Maß zurückgefahren werden, etwa bei der Bruch- und Prozentrechnung, bei Termumformungen und Gleichungslösen. Dadurch wird der Mathematikunterricht keineswegs einfacher. Vielmehr gilt es, die Methoden und Strategien in vielfältigen Situationen flexibel einzusetzen und etwa durch komplexere Aufgaben die Selbstständigkeit zu fördern. Insbesondere die Dokumentation und Präsentation eigener Lösungswege gewinnt dadurch an Bedeutung.

Aufgrund der veränderten didaktisch-methodischen Konzeption des Unterrichts und den verschiedenen Organisationsformen (z. B. Ganztagsangebote) werden sich auch Art und Funktion der **Hausaufgaben** ändern. Sie sollen u. a. bei Schülerinnen und Schülern Formen des selbstständigen Lernens, die im Unterricht eingeführt wurden, vertiefen. So werden neben reproduzierenden Aufgaben häufiger als bisher den Unterricht vorbereitende Fragen und Rechercheaufgaben gestellt werden.

In Zeiten der Verfügbarkeit von leistungsfähigen Taschenrechnern, Taschencomputern und mathematischer Software (z. B. Tabellenkalkulation, dynamische Geometriesoftware) stellt sich grundsätzlich die Frage nach der Bedeutung und dem **Grad der anzustrebenden schriftlichen Rechenfertigkeiten** der Schülerinnen und Schüler. Für ein grundlegendes Verständnis reicht es, einfache Berechnungen per Hand sicher ausführen zu können. Dies hat Konsequenzen für die Auswahl der Aufgaben und schafft durch Verwendung von Hilfsmitteln letztlich Freiräume für mathematisch wertvollere Tätigkeiten, wie etwa systematisches Schätzen, geschicktes Überschlagen, Entwickeln von Strategien, Interpretieren und Untersuchen der Genauigkeit der ermittelten Ergebnisse.

3.3 Konsequenzen für die Unterrichtsgestaltung

Grundsätzlich orientiert sich ein Unterricht, der auf den vorgenannten Prinzipien basiert, an den Lernprozessen und -ergebnissen der Schülerinnen und Schüler und hängt nicht allein von der Fachsystematik der mathematischen Lerninhalte ab. **Im Zentrum steht immer wieder ein Problem** (aus der Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler oder eine innermathematische Fragestellung), das Schülerinnen und Schüler motiviert und bei dessen Lösung neue mathematische Einsichten gewonnen werden und gegebenenfalls Sachwissen aus anderen Gebieten erworben werden kann. Unterschiedliche Lösungswege sind beim Problemlösen die Regel, wobei die Analyse und Beurteilung im Vordergrund stehen und nicht unbedingt das Festschreiben eines Verfahrens. Weiterhin sind grundlegende Aussagen und Begriffe propädeutisch vorzubereiten und spiralförmig aufzubauen (z. B. Variablen- und Abbildungsbegriff, Lösungsverfahren für Gleichungen).

Mathematische Fähigkeiten und Fertigkeiten müssen systematisch aufgebaut, geübt und vernetzt werden. In solchen Phasen des systematischen Lernens spielt das **Unterrichtsgespräch** eine besondere Rolle, in dem die Lehrkraft mehr als Moderator und weniger als Instruktor agiert. Durch den Einsatz von grafischen Darstellungen (z. B. einer Mindmap) kann die vertikale Vernetzung und der Zuwachs mathematischer Kompetenzen visualisiert werden.

Um den individuellen Konstruktionsprozess zu fördern, sind die **Lernsituationen möglichst variationsreich** auszuwählen. Ebenso ist darauf zu achten, dass sie in Bezug auf die Art der Darbietung (Eingangskanäle), die Wahl der Medien und Sozialformen und die unterschiedlichen Zugangsmöglichkeiten reichhaltig sind. Sowohl das Leistungsvermögen der einzelnen Schülerinnen und Schüler als auch geschlechtsspezifische Unterschiede im Lernverhalten sind zu berücksichtigen. Zudem sind innerhalb einer Lerngruppe Differenzierungen für Leistungsschwächere und -stärkere vorzusehen. Damit wird die Voraussetzung geschaffen, dass bei möglichst vielen Schü-

lerinnen und Schülern individuelle Lernprozesse angestoßen werden. Je nach Problemstellung können **unterschiedliche Lernstrategien** angemessen sein. Verfügbarkeit und Einsatz solcher Lernstrategien sind für erfolgreiches Lernen und für die Ausbildung individueller Fähigkeiten zu lebenslangem Lernen von besonderer Bedeutung. Dazu gehören z. B. die Suche nach alternativen Lösungswegen, das Wiederholen und Einüben bekannter Lösungswege und das Aufspüren von Verständnislücken.

Situiertes Lernen erfordert größere Freiräume und damit **offenere Sozial- und Unterrichtsformen**, wie Gruppenarbeit, Lernen an Stationen oder projektorientiertes Arbeiten. Schülerinnen und Schüler lernen in solchen Lernsequenzen über das Fachliche hinaus eigenverantwortliches Arbeiten und erfahren in der Gruppe sowohl Bestätigung durch das Einbringen ihrer Stärken als auch Hilfe von anderen bei Problemen. Die Freiräume können genutzt werden, eigene Fragestellungen im Zusammenhang mit dem gestellten Thema zu untersuchen. Kommunizieren, Dokumentieren und Präsentieren (Plakat, Referat, schriftliche Ausarbeitung) sind hierbei von großer Bedeutung. Es bietet sich im Sinne einer horizontalen Vernetzung an, fachübergreifende Bezüge einzubinden oder fächerverbindend vorzugehen. Die Öffnung des Mathematikunterrichts kann auch in der Einbeziehung regionaler und überregionaler außerschulischer Lernorte bestehen, z. B. Durchführung von Umfragen außerhalb der Schule, Vermessung mit dem Theodoliten, Nutzung von Computertaboren mit spezieller Software an Hochschulen oder in Firmen, Besuch einer Ausstellung nach dem Konzept „Mathematik zum Anfassen“ oder Teilnahme an Mathematikwettbewerben.

In dem oben beschriebenen Sinne soll situiertes Lernen den gesamten Unterricht durchziehen. Darüber hinaus ist in jedem Schuljahr mindestens eine Unterrichtssequenz zum situierten Lernen zu gestalten.

Im Rahmenlehrplan geben Glocke  und Pfeil → **Möglichkeiten situierten Lernens** an.

3.4 Konsequenzen für die Fachkonferenz

Für eine kontinuierliche Verbesserung der Unterrichtsqualität ist es unerlässlich, dass die Lehrkräfte in der Fachkonferenz auf der Grundlage des Qualitätsprogramms einer Schule immer wieder **gemeinsam Vorhaben planen und durchführen**, Ergebnisse mitteilen und gemeinsam reflektieren sowie Folgerungen ziehen und umsetzen. Bereits die Verständigung auf einen Katalog von Grundfähigkeiten und -fertigkeiten auf der Basis der Bildungsstandards und deren Sicherung und Evaluation macht ein solches Vorgehen unerlässlich. Dies mündet schließlich in einen **schul-eigenen Arbeitsplan**, der weit über einen Stoffverteilungsplan hinausgeht. Er weist vielmehr z. B. Möglichkeiten des Kompetenzerwerbs sowie individuelle Förderkonzepte und -systeme vor Ort aus. Es geht nicht darum, Unterricht konform zu gestalten, sondern die individuellen Stärken und Erfahrungen der Lehrkräfte zu einem Gesamten zu bündeln und stetig weiterzuentwickeln. Dabei entlastet der gegenseitige Austausch von Ideen und Materialien von der zu leistenden Entwicklungsarbeit und hilft, Mathematikunterricht ertragreicher für Lernende und Lehrende werden zu lassen.

4 Elektronische Medien im Mathematikunterricht

In der heutigen Wissensgesellschaft ist es notwendig, auch Fertigkeiten und Kenntnisse aus den Bereichen der Informations- und Kommunikationstechnologien zu erwerben und diese kompetent, kritisch und sozial verantwortlich zu nutzen. Aufgabe der Gesamtkonferenz einer Schule ist es, Vereinbarungen zu treffen, wie grundlegende Kenntnisse (z. B. in Textverarbeitung, Informationsrecherche und Präsentation), gesellschaftliche Auswirkungen und Aspekte der Medienbildung durch Zusammenwirken der verschiedenen Fächer vermittelt werden. Insbesondere den Gefahren, sich in der Informationsfülle zu verlieren, sich auf die ästhetische Gestaltung zu beschränken und dabei die Inhalte zu vergessen oder die kritische Reflexion zu verdrängen, muss medien-didaktisch gegengesteuert werden.

Elektronische Medien sind auch im Mathematikunterricht Werkzeuge zur Gewinnung von mathematischen Erkenntnissen, zum Lösen von Problemen, zur Modellbildung, zur Informationsbeschaffung und zur Ergebnispräsentation. Darüber hinaus bieten sie Möglichkeiten des individuellen und kooperativen Lernens in virtuellen Arbeitsräumen (z. B. eLearning, netzbasiertes Lernen).

Folgende Vorzüge elektronischer Medien unterstützen bei regelmäßigem Einsatz den Aufbau allgemeiner und fachlicher Kompetenzen:

- Realitätsnahe Aufgaben werden mit authentischem Zahlenmaterial bearbeitet.
- Durch gezieltes Variieren werden Gesetzmäßigkeiten und Abhängigkeiten entdeckt.
- Sachverhalte und Daten werden schnell und einfach visualisiert.
- Das Begreifen und Mathematisieren von Zusammenhängen sowie das Interpretieren mathematischer Ergebnisse werden wichtiger als das mechanische Ausführen von Berechnungen.
- Lösungsideen können unmittelbar ausgeführt und auf ihre Brauchbarkeit überprüft werden.
- Entwickelte Algorithmen können ausgeführt und auf ihre Funktionstüchtigkeit überprüft werden.
- Selbstständiges Arbeiten und Teamfähigkeit werden gefördert.
- Das individuelle Lernen kann durch elektronische Arbeitsblätter unterstützt werden.
- Das Beschaffen von Informationen sowie das Präsentieren und Bewerten von Lösungswegen wird geschult.

4.1 Der elektronische Taschenrechner

Rechnungen auf Maschinen zu übertragen hat eine lange Tradition. Bei allen Erfindungen – vom Abakus über die mechanischen Rechenmaschinen bis zum elektronischen Zuse-Rechner – war es das Ziel, aufwändige und fehleranfällige Additionen mehrerer vielstelliger Zahlen an die Maschine abzugeben und Methoden zu finden, wie auch die anderen Rechenarten auf die Addition zurückgeführt werden können.

Die Entwicklung, billige Herstellung und Verfügbarkeit numerischer elektronischer Taschenrechner machen es möglich, diesen bei der Ergebniskontrolle schon in der Grundschule und bei Anwendungsaufgaben auch in der Orientierungsstufe zu nutzen, um mit realen Daten arbeiten zu können. Die heutige Generation der Taschenrechner verarbeitet auch rationale Zahlen in Bruchdarstellung, weshalb in dem klassischen Gebiet der Orientierungsstufe, der Bruchrechnung, das Grundverständnis vom Rechnen mit Brüchen einen höheren Stellenwert erhalten muss als das Rechnen selbst. Einfache Rechnungen – im Kopf oder schriftlich – müssen von den Schülerinnen und Schülern sicher ausgeführt werden können.

Ein wissenschaftlicher Taschenrechner ist erst ab Klassenstufe 7 erforderlich. Die Art der Aufgaben und der Funktionsumfang des elektronischen Mediums bedingen sich wechselseitig. Ob ein grafikfähiger Taschenrechner, ein programmierbarer Taschenrechner oder ein Taschenrechner mit Computer-Algebra-System eingeführt wird, entscheidet die Fachkonferenz. Gegenüber dem Computer hat der Taschenrechner den Vorteil, dauernd verfügbar zu sein.

Die Fachkonferenz einer Schule kann Absprachen treffen, inwieweit mit Blick auf eine vertretbare Kosten-Nutzen-Rechnung Werkzeuge mit vergleichbarer Software (z. B. grafikfähiger Taschenrechner, Taschencomputer oder Notebook) angeschafft werden. Dabei kann es sinnvoll sein, dass allen Schülerinnen und Schülern das gleiche Werkzeug zur Verfügung steht oder dass – gerade bei integrierten Systemen – gruppenbezogene Lösungen getroffen werden. Je nach Sachlage kann die Anschaffung auch bereits ab Klassenstufe 7 erfolgen und dann den wissenschaftlichen Taschenrechner überflüssig machen.

4.2 Dynamische Geometriesoftware

Ein Vorteil der dynamischen Geometriesoftware liegt im Zugmodus, der es ermöglicht, Invarianzen und funktionale Abhängigkeiten von Objekten zu untersuchen. Mithilfe der Ortslinienfunktion können funktionale Zusammenhänge selbstständig entdeckt werden. Auch die Möglichkeit, bereits erlernte und bekannte Konstruktionen (z. B. Mittelsenkrechte oder Mittelpunktskonstruktion des Umkreises eines Dreiecks) in Form von Makros zu speichern und bei der Erstellung anderer Figuren wieder aufzurufen, stellt eine typische mathematische und informationstechnische Arbeitsweise dar: das Lösen eines Problems durch Zerlegung in bereits gelöste Teilprobleme.

Nach wie vor sind aber auch die primären elementaren Handlungserfahrungen wie Schneiden, Falten, Kleben sowie das Arbeiten mit Zirkel und Lineal oder Geodreieck an vielen Stellen insbesondere in der Orientierungsstufe im Geometrieunterricht erforderlich und müssen deshalb erhalten bleiben.

4.3 Tabellenkalkulation

Der entscheidende Vorteil einer Tabellenkalkulationssoftware liegt darin, dass einerseits wiederholte Berechnungen mit unterschiedlichen Daten in Tabellen sehr schnell durchgeführt und andererseits Parameter in Formeln gezielt variiert werden können. Gut geeignet ist diese Software zur Darstellungen funktionaler Zusammenhänge, weil die Werte in den Tabellenzellen sofort durch unterschiedliche Diagrammart visualisiert und interpretiert werden. Bei der Erarbeitung und Nutzung eines Tabellenkalkulationsblattes kann der Funktions- und Variablenbegriff gebildet und vertieft werden. Eine große Hilfe ist die Tabellenkalkulation auch bei der Ausführung von Algorithmen, der Auswertung von Daten und der Präsentation der Ergebnisse.

4.4 Ergänzende Software

Während die Arbeit mit der dynamischen Geometriesoftware und der Tabellenkalkulation von besonderer Bedeutung ist, kann die nachfolgend genannte Software ergänzend im Mathematikunterricht – in der Regel in höheren Klassenstufen – eingesetzt werden.

Funktionsplotter bieten sich dann an, wenn der Verlauf von Funktionsgraphen untersucht und analysiert wird. Fragestellungen nach dem Einfluss von Parametern, der möglichen Lage von besonderen Punkten, von Achsenschnittpunkten und dem Schnitt zweier oder mehrerer Graphen werden bei ihrer Bearbeitung visuell unterstützt.

Computeralgebra-Systeme erweitern die Fähigkeiten des Taschenrechners um symbolische Operationen, insbesondere das Umformen von Termen und das Lösen von Gleichungen. Diese Systeme lassen sich zum „verstehenden Lernen“ einsetzen, wenn funktionale Zusammenhänge, die Wirkungsweise von Befehlen oder der Einfluss von Parametern durch gezieltes Experimentieren erschlossen werden sollen.

Dynamische Modellbildungssysteme sind besonders für Fragestellungen geeignet, bei denen die Änderungsrate mit dem Bestand verknüpft ist. Es gibt zahlreiche Beispiele, die mit diesem System modelliert werden können, ohne sie mithilfe von Differentialgleichungen zu beschreiben und durch Exponentialfunktionen zu lösen. Besonders interessant hinsichtlich projektorientierten Arbeitens mit fachübergreifenden Bezügen sind Wachstums- und Abnahmeprozesse, wie z. B. Bevölkerungswachstum, Räuber-Beute-Systeme, Bewegungsvorgänge, Vorratshaltungen, Lade- und Entladevorgänge.

Viele Verlage bieten **Lern- und Übungsprogramme** für Schülerinnen und Schüler an. Dabei sind „Edutainment-Angebote“, die in ihrer Konzeption Lernen und Abenteuerspiele verbinden, von den stärker übungsorientierten elektronischen Arbeitsblättern zu unterscheiden. Während bei den einen der Unterhaltungseffekt überwiegt und die Mathematik im Hintergrund steht, erweisen sich die anderen häufig als eine Neuauflage des Päckchenrechnens. Empfehlenswert ist solche Software, die aus fehlerhaften Schülerlösungen eine Diagnose erstellt sowie eine individuelle Förderung und das Schließen von Lücken ermöglicht.

4.5 Verpflichtendes Arbeiten mit elektronischen Medien

Festgelegt wird:

- In der Orientierungsstufe kann ein Taschenrechner bei realitätsnahen Problemstellungen eingesetzt werden. Einfache Aufgaben müssen auch im Kopf oder schriftlich gerechnet werden können.
- Ab Klassenstufe 7 muss ein wissenschaftlicher Taschenrechner (zum Funktionsumfang siehe Abschnitt 4.1) eingeführt und benutzt werden.
- Ab Klassenstufe 7 müssen Schülerinnen und Schüler mindestens einmal im Schuljahr innerhalb einer Lernsequenz mit dynamischer Geometriesoftware oder einer Tabellenkalkulation selbstständig arbeiten. Die Einführung dieser Software empfiehlt sich schon in der Orientierungsstufe.

Die Fachkonferenz stellt sicher, dass allen Klassen der Zugang zu elektronischen Medien ermöglicht wird.

5 Leistungsfeststellung und Leistungsbeurteilung

5.1 Grundsätze

Mathematikunterricht beschäftigt sich nicht ausschließlich mit dem Einüben von Rechentechniken oder kalkülhaften Lösungsmustern, sondern behält neben den Kompetenzen der Bildungsstandards auch ergänzende methodische und soziale Kompetenzen gleichermaßen im Blick. Die Erfahrung, allein oder gemeinsam mit anderen Leistungen erbringen zu können, stärkt Selbstbewusstsein und Selbstvertrauen und damit die Bereitschaft, sich neuen Aufgaben zu stellen. Beobachtungen des Lernfortschritts und dessen Rückmeldung machen den Lernenden ihren Kompetenzzuwachs erfahrbar und sind daher nicht erst am Ende von Lernprozessen vorzusehen, insbesondere auch im Hinblick auf die individuelle Förderung und die Selbsteinschätzung aller Schülerinnen und Schüler. Neben ergebnisorientierten Leistungsüberprüfungen muss daher auch der Lernprozess selbst in die Leistungsfeststellung einbezogen werden.

Bei der Leistungsbeurteilung geht es um eine gerechte und transparente Einschätzung der im Unterricht erworbenen vielfältigen Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten. Die Schülerinnen und Schüler sollen darüber hinaus befähigt werden, eigene Leistungen einordnen zu können. Die Veränderung der Aufgabekultur sowie der Einsatz von Hilfsmitteln und elektronischen Medien sollen sich in der Praxis der Leistungsfeststellung und -bewertung wiederfinden. Dazu kann es sinnvoll sein, auf eingeführte Hilfsmittel und Medien (z. B. Taschenrechner) in bestimmten Phasen zu verzichten.

Besondere Sensibilität ist bei der Leistungsbewertung und -beurteilung im Umgang mit Fehlern zu üben, da diese sowohl notwendige Schritte in Erkenntnisprozessen wie Phänomene individueller Lernwege sind. In einer positiven Lernkultur werden Fehler nicht ängstlich vermieden, sondern analysierend thematisiert. Daher ist mit Fehlern in Lernphasen anders umzugehen als in Leistungsphasen.

5.2 Zu beurteilende Leistungen

Einer Bewertung und Beurteilung sind nur Leistungen zugänglich, die tatsächlich in ihren Ausprägungen beschreibbar sind und festgestellt werden können. Diese lassen sich folgenden Kategorien zuordnen:

- **Mathematisch kompetenzorientierte Leistungen** (vgl. Abschnitt 2.1) in klassenstufenspezifischen Ausprägungen entsprechend den Erwartungshorizonten,
- **Inhalts- und ergebnisorientierte Leistungen** (vgl. Abschnitt 2.2) entsprechend den inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen,
- Kumuliertes **Grundwissen**, sofern es durch regelmäßige Übung im Unterricht gesichert ist,

- **Allgemeine methodische und soziale Kompetenzen**, wie z. B.
 - Eigenverantwortliches Arbeiten (z. B. beim Lernen an Stationen, bei Tages- oder Wochenplanarbeit),
 - Produktion von Texten: Dokumentation oder Präsentation und Interpretation eines Lösungswegs (z. B. in einem mathematischen Aufsatz, Lerntagebuch, Lernplakat oder einer medialen Präsentation),
 - situationsgerechter Einsatz von Hilfsmitteln (z. B. Formelsammlung) und elektronischen Medien,
 - Zeichnen, Bau von Modellen, sachgerechter Umgang mit Materialien, Sauberkeit und Genauigkeit in der Darstellung, Beobachtungen und Messungen,
 - Gesprächsbeteiligung und -führung (unter der adressatengerechten Verwendung der mathematischen Fachsprache), Eingehen auf Argumente von Mitschülerinnen und Mitschülern und Einhalten von gemeinsam getroffenen Vereinbarungen (z. B. Gesprächsregeln),
 - Entwicklung eines Plans zur Arbeitsorganisation, evtl. Beschaffung und Auswertung von Informationen, Organisation einer Arbeitsverteilung, Festlegen und Einhalten eines Zeitrahmens, gegenseitige Unterstützung und Hilfe.

5.3 Formen der Leistungsbeurteilung

In allen Bildungsgängen und Klassenstufen sind der Unterricht und eine Vielzahl von Beurteilungssituationen so anzulegen, dass möglichst viele Kompetenzen in den Ausprägungen der drei Anforderungsbereiche der Bildungsstandards angesprochen werden:

I: Reproduzieren

Dieser Anforderungsbereich umfasst die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und in einem wiederholenden Zusammenhang.

II: Zusammenhänge herstellen

Dieser Anforderungsbereich umfasst das Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben werden.

III: Verallgemeinern und Reflektieren

Dieser Anforderungsbereich umfasst das Bearbeiten komplexer Gegebenheiten u. a. mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen.

Anspruch und Komplexität der Aufgabenstellungen und Arbeitsaufträge nehmen dabei im Allgemeinen von Anforderungsbereich I zu Anforderungsbereich III zu.

Klassenarbeiten enthalten prozess- und ergebnisorientierte Aufgabenstellungen aus den unterschiedlichen Anforderungsbereichen. Geeignet sind z. B. die Reproduktion einer Problemlösung mit geändertem Datenmaterial (Reproduzieren), die Anwendung eines erarbeiteten Lösungsverfahrens auf eine neue, aber strukturell vergleichbare Problemstellung (Zusammenhänge herstellen) sowie die Reflexion oder Wertung einer Vorgehensweise (Verallgemeinern und Reflektieren). Dabei soll dem Anforderungsbereich II der breitesten Raum gegeben werden. Die Aufgabenstellungen in einer Klassenarbeit sollen möglichst viele der im Abschnitt 5.2 aufgeführten Kategorien umfassen und die in Abschnitt 3.2 beschriebene Aufgabenkultur berücksichtigen. Für die Diagnose des Lernprozesses kann es förderlich sein, verschiedene Kompetenzen in verschiedenen Teilaufgaben anzusprechen. Um **kumulatives Lernen** zu ermöglichen, sollen Klassenarbeiten sich nicht nur auf die in der letzten Zeit behandelten Unterrichtsgegenstände beziehen. Dies erfordert eine Kultur des regelmäßigen Übens und Wiederholens, z. B. des Grundwissens.

Andere Leistungsnachweise beziehen sich auf eine Vielzahl von Arbeitsformen und Leistungskategorien (vgl. Abschnitt 5.2) und sind darüber hinaus in der Schulordnung beschrieben.

Im Hinblick auf eine sachliche Motivation und die Würdigung von Schüleraktivitäten im fortlaufenden Unterrichtsgeschehen ist über eine punktuelle Leistungsbewertung hinaus eine epochale Leistungsbeurteilung unumgänglich. Bei Unterrichtssequenzen zum situierten Lernen ist es erforderlich, neben der individuellen Leistung auch die Gesamtleistung von Gruppen in die Bewertung einzubeziehen.

Insgesamt muss sich die Beurteilung von Leistungen an sach- und situationsbezogenen Qualitätskriterien orientieren, die von den Schülerinnen und Schülern nachvollzogen und akzeptiert werden können. Es ist sinnvoll, solche Kriterien gemeinsam mit den Schülerinnen und Schülern im Unterricht zu erarbeiten.

6 Orientierungsstufe

6.1 Hinweise zur Darstellung

Der in Abschnitt 6.3 folgende Gesamtplan für die Orientierungsstufe ist nach den in den Bildungsstandards formulierten fünf mathematischen Leitideen strukturiert. Es versteht sich von selbst, dass diese unter fachlichen Gesichtspunkten erstellte Anordnung auf keinen Fall eine chronologische Abfolge darstellt.

Zu jeder Leitidee werden am Anfang Schwerpunkte benannt und allgemeine Hinweise gegeben, die insbesondere auf Vorkenntnisse aus der Grundschule aufmerksam machen.

Allgemeine mathematische Kompetenzen können nur an mathematischen Inhalten erworben werden. Die Behandlung der Inhalte führt jedoch nicht automatisch zur Ausbildung der Kompetenzen. Um ein Lernumfeld zu schaffen, innerhalb dessen Kompetenzerwerb möglich wird, bedarf es einer entsprechenden methodisch-didaktischen Aufbereitung. Im Rahmenlehrplan werden beispielhaft die allgemeinen mathematischen Kompetenzen aufgeführt, die anhand der Inhalte hauptsächlich erworben werden können. Es muss sichergestellt sein, dass alle allgemeinen mathematischen Kompetenzen in jeder Klassenstufe stetig weiterentwickelt werden. Die Inhalte selbst resultieren aus den Leitideen der Bildungsstandards und sind damit verbindlich. Ergänzende fachliche Inhalte (Addita) sind besonders gekennzeichnet (+). Diese Inhalte sind für das Verständnis der Folgethemen nicht erforderlich, bieten sich aber zur Vertiefung und Abrundung an und können je nach Zeitreserve flexibel integriert werden. Darüber hinaus bestehen damit zusätzliche Möglichkeiten zur inneren Differenzierung. Die nicht verbindlichen Inhalte (Addita) unterstützen zwar den Erwerb bestimmter Kompetenzen, es gibt aber keine Kompetenz, die ausschließlich durch diese Inhalte erworben wird.

Die Spalte „Hinweise und Vernetzung“ macht an geeigneten Stellen Verbindungen zwischen den Leitideen deutlich. Dies geschieht durch Aufzeigen von Querverbindungen oder von Integrationsmöglichkeiten von Inhalten einer Leitidee in eine andere Leitidee. Weiterhin finden sich dort Konkretisierungen zur didaktisch-methodischen Konzeption des Rahmenlehrplans (vgl. Kapitel 3).

Als Orientierungshilfe sind größere Inhaltsbereiche der Leitideen mit empfohlenen Zeitansätzen versehen. Diese verdeutlichen, in welchem Umfang und mit welcher Intensität die einzelnen Bereiche unterrichtet werden sollen.

6.2 Hinweise zur Umsetzung und Aufgaben der Fachkonferenz

Für die verpflichtenden Inhalte, an denen Kompetenzen der Bildungsstandards erworben werden sollen, sind für die Orientierungsstufe 180 Unterrichtsstunden vorgesehen. Das sind etwa 60 Prozent der im Mittel zur Verfügung stehenden Unterrichtszeit, in die bereits gemäß der didaktisch-methodischen Konzeption (vgl. Kapitel 3) vielfältige Möglichkeiten des Lernens und Lehrens integriert werden müssen. Damit verzahnt sollen in der verbleibenden Zeit die Kompetenzen vertieft und erweitert werden sowie Maßnahmen der individuellen Förderung, projekt- und handlungsorientiertes Arbeiten und die verstärkte Sicherung der mathematischen Grundbildung durchgeführt werden. Außerdem können elektronische Medien eingesetzt, unterschiedliche Vorkenntnisse angeglichen, Methoden trainiert oder außerschulische Lernorte einbezogen werden.

Zur Umsetzung trifft die Fachkonferenz auf der Grundlage des Rahmenlehrplans **Absprachen**, die die spezifische Situation an der Schule berücksichtigen und die auch in den schuleigenen Arbeitsplan einfließen können. Diese Absprachen beinhalten für die Orientierungsstufe besonders:

- Planen einer sinnvollen Abfolge einzelner Teilabschnitte aus den Leitideen,
- Erstellen eines Grundwissenskatalogs und Entwickeln von Maßnahmen zur Sicherung des Grundwissens (vgl. Abschnitt 3.2),
- Entscheiden über den Einsatz elektronischer Medien (vgl. Kapitel 4),
- Formulieren altersgemäß gestalteter Aufgaben (z. B. Öffnung und Variation) im Sinne der Bildungsstandards und Erwartungshorizonte (vgl. Abschnitt 3.2),
- Entwickeln von Maßnahmen und Materialien zum individuellen Fördern (vgl. Abschnitt 3.1),
- Abstimmen gemeinsamer Unterrichtsvorhaben zum situierten Lernen (vgl. Abschnitt 3.3),
- Abstimmen der Leistungsanforderungen (z. B. für Parallel- oder Jahresabschlussarbeiten; vgl. Kapitel 5).

6.3 Leitideen der Orientierungsstufe

SYMBOLE IN DER HINWEISSPALTE

 Es wird empfohlen, Inhalte dieser Leitidee mit Inhalten anderer Leitideen zu verknüpfen.

+ **Additum** – Die Inhalte sind nicht verbindlich.

 **Verknüpfungen** mit anderen Inhalten oder Leitideen.

→ Der Pfeil benennt **Verbindungen zu anderen Fächern** oder **Beispiele** aus Bereichen, in denen der fachliche Inhalt eine besondere Rolle spielt.

 Die Schere symbolisiert **Möglichkeiten praktischen bzw. gestalterischen Arbeitens**.

 Die Glocke nennt Möglichkeiten für **interessante innermathematische Untersuchungen** oder **Exkurse**.

 Der stilisierte Computer gibt **Möglichkeiten des Computereinsatzes** an und nennt geeignete Software.

L1: ZAHL UND ZAHLBEREICHE: NATÜRLICHE ZAHLEN

EMPFOHLENER ZEITANSATZ:
36 STUNDEN

Aus der Grundschule ist den Schülerinnen und Schülern der Zahlenraum bis 1 Million bekannt. Bei der Erweiterung des Zahlenraums wird die Größenvorstellung von natürlichen Zahlen weiterentwickelt. Der Aufbau des Stellenwertsystems kann durch den Vergleich mit einem anderen Zahlensystem stärker bewusst gemacht werden.

Die Grundrechenarten sind den Schülerinnen und Schülern in mündlicher, schriftlicher und insbesondere halbschriftlicher Form aus der Grundschule bekannt, wobei dort die Subtraktion mit nur einem Subtrahenden und die Division nur durch einstellige Divisoren gefordert wird. Daran anknüpfend werden die Vorstellungen zu den Grundrechenarten und die Beziehungen der Rechenarten untereinander weiterentwickelt. Besonderer Wert soll auf das Überschlagsrechnen zur Abschätzung und zur Kontrolle von Ergebnissen gelegt werden. Das hat auch zur Folge, dass sowohl dem Kopfrechnen als auch dem vorteilhaften Rechnen eine größere Bedeutung einzuräumen ist. Wenn das Sachproblem im Vordergrund steht, kann bei aufwändigen Berechnungen der Taschenrechner eingesetzt werden.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K2: Geeignete Strategien zum Problemlösen anwenden</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p>	<p>NATÜRLICHE ZAHLEN DARSTELLEN</p> <p>Große natürliche Zahlen lesen und schreiben</p> <p>Aufbau und Vorteile eines Stellenwertsystems angeben</p> <p>+ Binärsystem</p> <p>Natürliche Zahlen ordnen, runden und veranschaulichen</p>	<p>Stellenwerttafel des Zehnersystems → Deutschland/Erde in Zahlen (Erdkunde) → Große Zahlen in Astronomie und Biologie</p> <p>Gegenbeispiel: Römische Zahlen</p> <p>🏺 Zahldarstellungen in anderen Kulturen</p> <p>📏 L2: Messen und Größen</p> <p>Darstellung am Zahlenstrahl</p> <p>Diagramme</p> <p>🖨 Tabellenkalkulation</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und durchführen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>Zahlenfolgen analysieren und fortsetzen</p> <p>Fachbegriffe: Natürliche Zahl, Stellenwert, Stellenwertsystem, Stellenwerttafel</p>	<p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang</p> <p>📊 Tabellenkalkulation</p>
<p>K5: Lösungsverfahren ausführen</p> <p>K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten</p> <p>K6: Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse verständlich darstellen</p> <p>K5: Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen</p> <p>K5: Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen</p>	<p>RECHNEN MIT NATÜRLICHEN ZAHLEN</p> <p>Im Kopf rechnen</p> <p>Schriftliche Rechenverfahren verstehen, ausführen und anwenden</p> <p>Einfache Potenzen berechnen</p> <p>Die Zusammenhänge zwischen den Rechenarten nutzen</p> <p>Überschlagsrechnungen durchführen</p> <p>+ Mit Binärzahlen rechnen</p>	<p>↗ L2: Messen und Größen</p> <p>Aufgreifen und Weiterführen der schriftlichen Rechenverfahren aus der Grundschule</p> <p>Divisoren auf zweistellige Zahlen und Zehnerpotenzen beschränken</p> <p>🕒 Historische Rechenverfahren und -maschinen</p> <p>Addieren → Multiplizieren → Potenzieren</p> <p>Umkehroperationen</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K5: Formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt</p> <p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel und Strategien auswählen und anwenden</p> <p>K4: Unterschiedliche Darstellungen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln</p> <p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K5: Symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt</p> <p>K5: Mit Termen und Gleichungen arbeiten</p> <p>K1: Lösungswege beschreiben und begründen</p> <p>K5: Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen</p> <p>K5: Mit Termen arbeiten</p> <p>K5: Symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt</p>	<p>Einfache Terme auswerten und strukturieren</p> <p>Sachsituationen durch Terme beschreiben</p> <p>Einfache Gleichungen mit einer Variablen lösen</p> <p>Rechenvorteile erkennen und dazu Rechengesetze nutzen: Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Distributivgesetz und ihre Gültigkeit bezogen auf die Rechenarten</p> <p>+ Rechengesetze allgemein formulieren</p>	<p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang Vorrangregeln aus der Grundschule bekannt Rechenbäume</p> <p>Strukturgleiche Terme mit Platzhaltern (Variablen) schreiben</p> <p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang Z. B. durch Umkehrung der Rechenoperationen, systematisches Probieren, inhaltliches Lösen 🖨 Tabellenkalkulation</p> <p>Legitim ist auch die Verwendung der deutschen Fachausdrücke</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden	Fachbegriffe: Term, Variable, Summand, Summe, Differenz, Faktor, Produkt, Quotient, Potenz, Kommutativgesetz/Vertauschungsgesetz, Assoziativgesetz/Verbindungsgesetz, Distributivgesetz/Verteilungsgesetz	
K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern K1: Mathematische Argumentationen entwickeln K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden	TEILBARKEIT Teilbarkeitsregeln für 2, 5, 10, 4, 3, 9 kennen und anwenden Primzahlen und deren Eigenschaften angeben + Teilbarkeitsregeln begründen Fachbegriffe: Teiler, Vielfache, Primzahl, Quersumme	↗ L1: Bruchzahlen: Kürzen und Erweitern 🎩 Zaubertricks mit Zahlen Primzahlen als multiplikative Bausteine der natürlichen Zahlen 🎩 Gelöste und ungelöste Probleme aus der Zahlentheorie

L1: ZAHL UND ZAHLBEREICHE: GANZE ZAHLEN

EMPFOHLENER ZEITANSATZ:
16 STUNDEN

Die Schülerinnen und Schüler haben in der Grundschule bereits die Menge der natürlichen Zahlen kennen gelernt. Bei der Einführung der ganzen Zahlen in der Orientierungsstufe ist an eine altersgemäße, schülerorientierte Fundierung der wesentlichen Grundlagen gedacht. Erst ab der Klassenstufe 7 werden die Multiplikation und Division systematisch eingeführt und das Rechnen auf höherem Abstraktionsniveau vertieft.

Die Schülerinnen und Schüler haben Alltagserfahrungen mit negativen Zahlen. Sie stellen die neuen Zahlen an der Zahlengeraden dar, erfahren eine Erweiterung des Zahlbereichs, lernen mit anschaulichen Modellen zu arbeiten (Thermometer, Konto, geografische Höhen usw.) und können Addition und Subtraktion in Sachzusammenhängen ausführen. Dabei ist es auf dieser Entwicklungsstufe angemessen, sich beim zweiten Operanden von Rechenoperationen auf positive Zahlen zu beschränken.

Unter dem strukturellen Aspekt der Zahlbereichserweiterung erfolgt die Betrachtung der ganzen Zahlen erst ab Klassenstufe 7.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
K5: Symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache umsetzen und umgekehrt	GANZE ZAHLEN DARSTELLEN Zahlen mit Vorzeichen im jeweiligen Sachzusammenhang interpretieren	Negative Zahlen im Alltag (z. B. Temperaturen unter 0 °C, Schulden, Ortshöhen unter NN usw.) Unterscheidung von Zustand (Vorzeichen) und Zustandsänderung (Rechenzeichen)
K4: Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden K1: Mathematische Argumentationen entwickeln	Ganze Zahlen ordnen	Zahlengerade <, > mit dem alltäglichen Sprachgebrauch in Einklang bringen (z. B. „kälter“ bedeutet „weniger warm“ usw.) → Kontostände, Jahreszahlen, Temperaturen, Klimatabellen, Höhen/Tiefen (Erdkunde)
K1: Mathematische Argumentationen entwickeln	Den Zahlbereich erweitern	Mengenbild $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K4: Verschiedene Formen der Darstellung von Situationen anwenden und interpretieren</p> <p>K4: Unterschiedliche Darstellungsformen je nach Sinn und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>Daten visualisieren</p> <p>Fachbegriffe: Ganze Zahl, Vorzeichen</p>	<p>Koordinatensystem  Tabellenkalkulation → Klimadiagramme, Temperaturkurven (Erdkunde)</p>
<p>K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten</p> <p>K3: In dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten</p> <p>K2: Die Plausibilität der Ergebnisse überprüfen und die Lösungswege reflektieren</p> <p>K5: Symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt</p> <p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K4: Unterschiedliche Darstellungen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln</p>	<p>RECHNEN MIT GANZEN ZAHLEN</p> <p>Sachaufgaben über Zustandsänderungen lösen</p> <p>Einfache Terme auswerten und strukturieren</p>	<p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang Anfangszustand $\xrightarrow{\text{Veränderung}}$ Endzustand Vorzeichen kennzeichnen den Zustand, Rechenzeichen die Veränderung Für Sachsituationen werden nur folgende Aufgabentypen benötigt: $\pm a+b$, $\pm a-b$, $\pm a \cdot b$, $\pm a:b$ ($a, b > 0$)</p> <p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang Rechenvorteile nutzen</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K5: Mit Termen und Gleichungen arbeiten</p> <p>K1: Lösungswege beschreiben und begründen</p> <p>K5: Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>Einfache Gleichungen lösen</p> <p>Fachbegriffe: Gleichung, Lösung</p>	<p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang</p> <p>📊 Tabellenkalkulation</p>

Maßangaben mit einfachen Bruchzahlen sind den Schülerinnen und Schülern aus Alltag und Grundschule bekannt. In der Orientierungsstufe erfahren sie auch am Beispiel der Bruchzahlen eine Erweiterung des Zahlbereichs. Unter dem strukturellen Aspekt der Zahlbereichserweiterung erfolgt die Betrachtung der Bruchzahlen erst ab Klassenstufe 7.

Für den Umgang mit Brüchen ist das Bruchzahlverständnis von grundlegender Bedeutung. Viele Fehler sind mehr auf mangelndes Verständnis als auf unzureichendes Üben zurückzuführen. Es ist deshalb wichtig, die verschiedenen Aspekte angemessen zu berücksichtigen (Maßzahl-, Operator- und Verhältnisaspekt). Um einen vielseitigen und tief verwurzelten Bruchbegriff zu erzielen, kommt dem Arbeiten auf enaktiver und ikonischer Ebene eine besondere Bedeutung zu. Auf frühzeitige Regelformulierung soll zu Gunsten einer Stärkung der Verständnisgrundlage verzichtet werden.

Weil in der Wirtschaft und im Alltag Bruchzahlen meist in „bruchfreier Schreibweise“ notiert werden und das Rechnen mit Prozentangaben und Dezimalbrüchen im Vordergrund steht, sollten sich die Aufgaben grundsätzlich an alltagsrelevanten Brüchen ausrichten. Daher kann es sinnvoll sein, das Rechnen mit Dezimalbrüchen parallel zum Rechnen mit gewöhnlichen Brüchen zu entwickeln. Ausgedehnte Übungsphasen mit schwierigen Brüchen sollen unterbleiben. Wo immer es sich anbietet, sollen die Lerninhalte anwendungsbezogen sein und mit Sachsituationen verknüpft werden.

Die Inhalte der Bruchrechnung sollten in kleineren Themenblöcken über die Orientierungsstufe verteilt und im Wechsel mit anderen Themen (z. B. der Geometrie) unterrichtet werden. Dies erleichtert eine Verzahnung mit anderen Themen. Darüber hinaus wird der Bruchzahlbegriff unter verschiedenen Aspekten wiederholt.

Vereinbarungen: Mit „Bruchzahl“ ist die rationale Zahl gemeint, die in unterschiedlichen Darstellungsformen beschrieben werden kann.
Mit „Bruch“ ist die Bruchschreibweise gemeint.
Mit „Dezimalbruch“ ist die Kommaschreibweise gemeint.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K4: Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden</p> <p>K3: In dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten</p> <p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p> <p>K4: Unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln</p> <p>K5: Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p>	<p>BRUCHZAHLEN DARSTELLEN</p> <p>Grundvorstellungen weiterentwickeln</p> <ul style="list-style-type: none"> • Maßzahl • Operator <p>Grundaufgaben der Bruchrechnung lösen</p> <p>Bruchzahlen auf verschiedene Arten schreiben</p> <p>Bruchschreibweise</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dezimalschreibweise • Prozentschreibweise + Verhältnisschreibweise <p>Bruchzahlen vergleichen und ordnen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Größenvorstellung nutzen • Brüche erweitern und kürzen • gemischte Zahlen • Unterschied Bruch \leftrightarrow Bruchzahl <p>+ Den Zahlbereich erweitern</p>	<p>Entwicklung des Bruchzahlbegriffs</p> <p>Vielfältige ikonische Darstellung</p> <p>↗ L2: Messen und Größen Bruchzahlen als Maßzahlen mithilfe kleinerer Einheiten bruchfrei schreiben und umgekehrt</p> <p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang Operatormodell: Anfangszustand $\xrightarrow{\text{Veränderung}}$ Endzustand</p> <p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang Berechnen von Anteilen, Ganzen und Bruchteilen</p> <p>↗ L2: Messen und Größen</p> <p>↗ L5: Daten und Zufall</p> <p>Bruchstrich als Divisionszeichen</p> <p>Erweitern der Stellenwerttafel</p> <p>Prozentschreibweise als Hundertstelbruch</p> <p>Maßstäbe, Mischungsverhältnisse</p> <p>Zahlengerade</p> <p>Mengenbild je nach eingeführten Zahlbereichen</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten</p> <p>K3: In dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten</p> <p>K2: Die Plausibilität der Ergebnisse überprüfen sowie das Finden von Lösungsideen und die Lösungswege reflektieren</p> <p>K6: Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren</p> <p>K5: Mit Variablen und Termen arbeiten</p> <p>K5: Mit Termen und Gleichungen arbeiten</p> <p>K1: Lösungswege beschreiben und begründen</p> <p>K5: Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>Rechenverfahren in Sachsituationen anwenden</p> <ul style="list-style-type: none"> • Rechnen mit Größen • Überschlagsrechnungen durchführen <p>Einfache Terme auswerten und strukturieren</p> <p>Einfache Gleichungen lösen</p> <p>Fachbegriffe: Kehrbruch/Kehrwert</p>	<p>Z. B. bei Flächenberechnungen oder Mittelwertbildung</p> <p>↗ L2: Messen und Größen</p> <p>↗ L5: Daten und Zufall</p> <p>Auch negative Zahlen berücksichtigen, soweit sie Alltagsbezug haben</p> <p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang Rechenvorteile erkennen und nutzen</p> <p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang 📊 Tabellenkalkulation</p>

➔ Es wird empfohlen, die Inhalte dieser Leitidee mit Inhalten anderer Leitideen zu verknüpfen.

Messen ist eine wesentliche Tätigkeit, um die Welt durch quantitative Beschreibung mathematisch zu erfassen. Grundlegend für das Verständnis ist die Thematisierung des Messprinzips. Dabei sollen Techniken, die bereits in der Grundschule erworben wurden, aufgegriffen und erweitert werden. Die Einheiten für bestimmte Größen werden ergänzt, wobei die Schülerinnen und Schüler auch konkrete Messungen durchführen. Fragen nach der Genauigkeit und der passenden Einheit schließen sich an.

Während die Einheiten der Zeitspannen und des Winkelmaßes als Relikte anderer Zahlssysteme überlebten, kann der gemeinsame Aufbau der Größen des metrischen Systems mit den entsprechenden Vorsilben erklärt werden. Parallelen zum Dezimalsystem werden beim Aufbau der Einheitentabelle gezogen.

Der Einsatz eines (einfachen) Taschenrechners zur Lösung von Problemstellungen mit realistischen Maßzahlen ist sinnvoll.

Beim Gebrauch der Fachsprache ist zwischen Objekt und Objekteigenschaft (z. B. Fläche und Flächeninhalt) zu unterscheiden. Mit dem Begriff „Einheit“ sind der besseren Lesbarkeit wegen auch (dezimale) Vielfache bzw. Unterteilungen der Größeneinheiten gemeint.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K1: Lösungswege beschreiben und begründen</p>	<p>GRUNDPRINZIP MESSEN</p> <p>Das Grundprinzip des Messens als Vergleichen mit einer Einheit auf die Größen anwenden</p> <ul style="list-style-type: none"> • Länge • Masse • Zeitspanne • Winkelmaß 	<p>Auch konkrete Messungen durchführen</p> <p>→ Physik/Chemie</p> <p>→ Aktion „Achtung Auto“ (Verkehrserziehung)</p> <p>Historische Bezüge: Urmeter, Urkilogramm</p> <p>📱 Dynamische Geometriesoftware</p> <p>Einheiten der Zeitspanne und des Winkelmaßes in Anlehnung an den Lauf der Gestirne</p> <p>→ Kalender der Feste in verschiedenen Religionen (Religion/Ethik)</p> <p>→ Orientierung auf der Erde: Seefahrt/Luftfahrt (Erdkunde)</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p> <p>K1: Lösungswege beschreiben und begründen</p> <p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K3: Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen</p> <p>K2: Vorgegebene Probleme bearbeiten</p> <p>K5: Mit Variablen, Termen und Gleichungen arbeiten</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Flächeninhalt • Volumen <p>Größen mithilfe von Vorstellungen über geeignete Repräsentanten schätzen</p> <p>Formeln herleiten</p> <ul style="list-style-type: none"> • Umfang und Flächeninhalt des Rechtecks • Volumen und Oberflächeninhalt des Quaders <p>Fachbegriffe: Größe, Maßzahl, Maßeinheit, Länge, Umfang, Flächeninhalt, Oberflächeninhalt, Rauminhalt/Volumen, Masse, Zeit, Zeitspanne, Zeitpunkt, Winkel, Winkelmaß</p>	<p>Einheiten für Flächen- und Rauminhalt als abgeleitete Größen aus Längenmaßen entwickeln</p> <p>Auch bei beliebig geformten Flächen und Körpern</p> <p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang 📊 Tabellenkalkulation</p>
<p>K4: Unterschiedliche Darstellungsformen je nach Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln</p> <p>K5: Mit (Umrechnungs-)Tabellen arbeiten</p>	<p>RECHNEN MIT GRÖSSEN</p> <p>Dieselbe Größe in verschiedenen Einheiten angeben</p> <ul style="list-style-type: none"> • Umrechnungszahlen • Vorsilben: Milli-, Zenti-, Dezi-, Kilo- • Kommaschreibweise 	<p>↗ L1: Zahl und Zahlbereiche: Dezimalbrüche</p> <p>Beschränkung auf realistische Umwandlungen und realistische Maßzahlen</p> <p>Messergebnisse in sinnvoller Genauigkeit angeben</p> <p>Kilo, Mega, Giga (Unterscheidung zwischen dezimalen und binären Vielfachen)</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K3: Ergebnisse entsprechend der Situation interpretieren und prüfen</p> <p>K5: Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen</p> <p>K5: Mit Variablen, Termen und Gleichungen arbeiten</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>Mit Größen in Sachsituationen rechnen</p> <ul style="list-style-type: none"> • angemessen runden <p>• Maßstab</p> <p>• Formeln anwenden</p> <p>Fachbegriffe: Milli-, Zenti-, Dezi-, Kilo-, Mega-, Giga-</p>	<p>↗ L1: Natürliche Zahlen, Bruchzahlen → Transportwege der Nahrungsmittel, z. B. „Wie viele Kilometer esse ich zum Frühstück?“ (Bildung für nachhaltige Entwicklung)</p> <p>Größeneinheiten hinsichtlich der jeweiligen Situation angemessen auswählen</p> <p>Plausibilität des Ergebnisses prüfen</p> <p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang → Stadtpläne lesen, Kartendarstellung (Erdkunde)</p> <p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang Auch zusammengesetzte Flächen und Körper untersuchen</p> <p>Unterscheiden: Division einer Größe</p> <ul style="list-style-type: none"> • durch eine Zahl • durch eine Größe <p>🖨 Tabellenkalkulation</p>

L3: RAUM UND FORM

EMPFOHLENER ZEITANSATZ:
28 STUNDEN

Geometrie hilft Schülerinnen und Schülern, die Welt in Raum und Form zu erfahren, sie zu beschreiben und zu begreifen. Daher soll möglichst oft von Dingen der realen Welt ausgegangen werden. Hierbei spielen Symmetrie und Ästhetik eine besondere Rolle.

Schülerinnen und Schüler entdecken Beziehungen und entwickeln ihr räumliches Vorstellungsvermögen weiter durch Handeln mit geeigneten Materialien sowie durch Konstruieren, Zeichnen, Messen, Skizzieren, Vergleichen und Klassifizieren geometrischer Figuren. Die Geometriekenntnisse aus der Grundschule werden schrittweise erweitert und systematisiert. Die Schülerinnen und Schüler lernen den Umgang mit den Zeichengeräten Geodreieck und Zirkel. Gegebenenfalls setzen sie geeignete Geometriesoftware ein. Dies darf allerdings nicht zu Lasten der primären Handlungserfahrungen gehen. Geometrische Abbildungen (Spiegelung, Drehung, Punktspiegelung und Verschiebung) werden auf dieser Stufe propädeutisch behandelt.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K5: Symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p> <p>K2: Geeignete Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p>	<p>SYMMETRISCHE FIGUREN</p> <p>Achsensymmetrie</p> <p>Symmetrieachsen durch Falten und Zeichnen bestimmen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Beziehungen „parallel zu“, „senkrecht zu“ einschließlich der üblichen Symbole sachgerecht nutzen • Gerade, Halbgerade, Strecke unterscheiden und mithilfe von Bestimmungsstücken zeichnen • Abstand als kürzeste Entfernung nutzen 	<p>→ Beispiele aus Alltag, Natur, Architektur, Kunst oder Technik</p> <p>Bedeutungsunterschied zur Alltagssprache (senkrecht ≠ vertikal)</p> <p>Verbalisierung</p> <p>↗ L2: Messen und Größen</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen	Achsensymmetrische Figuren erzeugen	<p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang</p> <p>✂ Sterne, Scherenschnitte</p> <p>Im Koordinatensystem arbeiten (vgl. Formen und Beziehungen in Raum und Ebene)</p> <p>💻 Dynamische Geometriesoftware, Grafik-Software</p>
K1: Mathematische Argumentationen entwickeln	<p>+ Verschiebungssymmetrie</p> <p>Verschiebungspfeile einzeichnen</p>	<p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang</p> <p>✂ Einfache Parkettierungen, Bandornamente</p> <p>💻 Grafik-Software</p>
K1: Mathematische Argumentationen entwickeln	<p>Drehsymmetrie</p> <p>Drehsymmetrische Figuren erkennen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Drehzentrum und Drehwinkel angeben 	<p>Es ist nicht daran gedacht, das Drehzentrum konstruieren zu lassen</p>
K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen	<p>+ Einfache Figuren drehen</p> <p>Winkelbegriff</p>	<p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang</p> <p>💻 Dynamische Geometriesoftware</p>
K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen	<ul style="list-style-type: none"> • Schenkel, Scheitelpunkt • Winkel schätzen, messen und zeichnen • Winkel klassifizieren 	<p>↗ L2: Messen und Größen</p> <p>Umgang mit dem Geodreieck</p> <p>💻 Dynamische Geometriesoftware</p>
K2: Strategien zum Problemlösen auswählen und anwenden		<p>✂ Winkelscheibe</p> <p>→ Kurs von Schiffen und Flugzeugen (Erdkunde)</p>
K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen	<p>Kreise zeichnen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mittelpunkt, Radius, Durchmesser 	<p>✂ Zeichnen „schöner“ Figuren</p> <p>🏰 Gotische Kirchenfenster (Bildende Kunst)</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden	Fachbegriffe: Symmetrisch, achsensymmetrisch, Symmetrieachse, verschiebungssymmetrisch, drehsymmetrisch, Drehzentrum, Drehwinkel, Abstand, Winkel, Schenkel, Scheitelpunkt, Mittelpunkt, Radius, Durchmesser	
K3: Den Bereich, der modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen K1: Fragen stellen, Vermutungen begründet äußern und mathematische Argumentationen entwickeln	FORMEN UND BEZIEHUNGEN IN RAUM UND EBENE Körper in der Umwelt Mathematische Idealisierungen erkennen <ul style="list-style-type: none"> • Würfel, Quader, Kugel, Kegel, Pyramide, Zylinder, Prisma • Ecken, Kanten und Flächen 	↗ L2: Messen und Größen → Beschreibung von Formen im Alltag, z. B. von Gebäuden als zusammengesetzte Körper ✂ Modellbau, z. B. Burg/Kirche (Werken) Teilweise aus der Grundschule vertraut → Vorteile spezieller Formen von Alltagsgegenständen Dreiecke, Rechtecke, Quadrate und Kreise als Seitenflächen von Körpern erkennen 🏠 Eulersche Polyederformel Exkurs: Platonische Körper

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p> <p>K1: Fragen stellen, Vermutungen begründet äußern und mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p> <p>K3: In dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>Vierecke</p> <p>Ausgewählte Vierecke (Quadrat, Rechteck, Raute, Parallelogramm) beschreiben, zeichnen und skizzieren, z. B. mithilfe von Symmetrien</p> <p>+ Teilmengenbeziehungen</p> <p>+ Wenn-dann-Aussagen, All-Aussagen, ...</p> <p>Orientierungsmodelle</p> <p>Beziehungen zwischen Netzen und Körpern beschreiben</p> <p>Kanten- und Flächenmodelle (Netze) herstellen und zeichnen</p> <p>Quader und Würfel durch Schrägbilder darstellen</p> <p>Koordinatensystem verwenden</p> <p>Fachbegriffe: Raute, Parallelogramm, Würfel, Quader, Kugel, Kegel, Pyramide, Zylinder, Prisma, Ecke, Kante, Fläche, Netz, Körper, Schrägbild, Koordinatensystem</p>	<p>✂ Geobrett</p> <p>🖥 Dynamische Geometriesoftware</p> <p>Vorbereitung für das „Haus der Vierecke“ in Klassenstufe 7/8</p> <p>✂ Arbeiten mit Stecksystemen</p> <p>✂ Würfelgebäude, z. B. mit Soma-Würfeln</p> <p>✂ Erstellen eines Posters mit Modell, Netz und Schrägbild von Quader und Würfel (kleines Projekt)</p> <p>In zwei Dimensionen, angepasst an den eingeführten Zahlbereich</p> <p>→ Auch andere Orientierungsmöglichkeiten, wie z. B. Himmelsrichtung und Entfernung, Gradnetz der Erde (Erdkunde)</p>

L4: FUNKTIONALER ZUSAMMENHANG

Diese Leitidee wird im Lehrplanteil der Orientierungsstufe nicht eigens thematisiert. Aspekte dieser Leitidee sind bereits in andere Leitideen integriert und werden hier nur nochmals im Überblick aufgeführt. Bei folgenden Themen soll die funktionale Sichtweise vorbereitet werden:

L1: Zahl und Zahlbereiche

- Zahlenfolgen
 - Terme auswerten
 - Einfache Gleichungen mit einer Variablen durch systematisches Probieren lösen
 - Sachaufgaben über Zustandsänderungen lösen; Grundaufgaben der Bruchrechnung lösen
- Operatormodell: Anfangszustand $\xrightarrow{\text{Veränderung}}$ Endzustand

L2: Messen und Größen

- Formeln für Umfang, Flächeninhalt und Volumen
- Maßstab

L3: Raum und Form

- Einfache Figuren spiegeln und drehen

L5: Daten und Zufall

- Grafische Darstellungen von Daten

➡ Es wird empfohlen, die Inhalte dieser Leitidee mit Inhalten anderer Leitideen zu verknüpfen.

Mit dem Erfassen größerer Datenmengen mit Methoden der mathematischen Statistik werden Schülerinnen und Schüler in vielen Bereichen konfrontiert. Beispielsweise sind Diagramme und Mittelwerte täglich in den Medien zu finden und werden häufig in anderen Fächern verwendet.

Bereits in der Grundschule haben die Schülerinnen und Schüler erste Erfahrungen im Umgang mit statistischen Daten und dem Lesen und Erstellen grafischer Darstellungen gemacht. In der Orientierungsstufe wird durch die Behandlung von Zählstrategien und Datenerhebungen die Grundlage für einen eher systematischen Aufbau von Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik in den Klassenstufen 7 – 10 gelegt.

Es bietet sich an, dass die Schülerinnen und Schüler eine Umfrage planen, durchführen und auswerten sowie die Ergebnisse präsentieren.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel und Strategien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>ZÄHLSTRATEGIEN</p> <p>In konkreten Situationen geeignete Abzählverfahren entwickeln und in Baumdiagrammen darstellen</p> <p>Fachbegriff: Baumdiagramm</p>	<p>➡ L1: Zahl und Zahlbereiche: Multiplikation Z. B. Anzahl von Autokennzeichen, Einstellungen an einem Zahlenschloss</p>
<p>K3: Die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe und Strukturen übersetzen</p> <p>K6: Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, dabei die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>DATEN</p> <p>Datenerhebungen planen, durchführen und auswerten</p> <ul style="list-style-type: none"> absolute und relative Häufigkeiten arithmetisches Mittel 	<p>➡ L1: Zahl und Zahlbereiche: Bruchzahlen</p> <p>→ Datenerhebungen aus dem Erfahrungsbereich der Lerngruppe: Wasserverbrauch, Verkehrsstatistiken, Wetterdaten (Bildung für nachhaltige Entwicklung, Verkehrserziehung)</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K5: Mit Diagrammen und Tabellen arbeiten</p> <p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p> <p>K4: Unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln</p> <p>K4: Verschiedene Formen der Darstellung von Situationen interpretieren und unterscheiden</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<ul style="list-style-type: none"> • grafische Darstellungen und deren Aussagekraft <p>Informationen aus Datendarstellungen entnehmen und interpretieren</p> <p>Fachbegriffe: Häufigkeit, arithmetisches Mittel</p>	<p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang Auch Kreisdiagramme (↗ Winkel)</p> <p>📊 Tabellenkalkulation</p> <p>→ Zusammensetzung von Lebensmitteln (Gesundheitserziehung/Biologie)</p> <p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang Aufzeigen von Manipulationsmöglichkeiten</p> <p>📊 Tabellenkalkulation</p>

7 Klassenstufen 7 und 8

7.1 Hinweise zur Darstellung

Der in Abschnitt 7.4 folgende Gesamtplan für die Klassenstufen 7 und 8 ist nach den in den Bildungsstandards formulierten fünf mathematischen Leitideen strukturiert. Diese Anordnung wurde unter fachlichen Gesichtspunkten erstellt und stellt keinesfalls eine chronologische Abfolge dar.

Zu jeder Leitidee werden am Anfang Schwerpunkte benannt und allgemeine Hinweise gegeben, die insbesondere auf Vorkenntnisse aus der Orientierungsstufe aufmerksam machen. Damit wird verdeutlicht, dass die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen im Sinne eines Spiralcurriculums über die Klassenstufen hinweg kumulativ aufgebaut werden müssen.

Allgemeine mathematische Kompetenzen können nur an mathematischen Inhalten erworben werden. Die Behandlung der Inhalte führt jedoch nicht automatisch zur Ausbildung der Kompetenzen. Um ein Lernumfeld zu schaffen, innerhalb dessen Kompetenzerwerb möglich wird, bedarf es einer entsprechenden methodisch-didaktischen Aufbereitung. Im Rahmenlehrplan werden die allgemeinen mathematischen Kompetenzen aufgeführt, die anhand der Inhalte hauptsächlich erworben werden können. Es muss sichergestellt sein, dass die für alle Schülerinnen und Schüler geltenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen in jeder Klassenstufe stetig weiterentwickelt werden.

Die inhaltsbezogenen Kompetenzen der Bildungsstandards werden im Rahmenlehrplan feiner ausdifferenziert. Die mit **B** („Basis“) gekennzeichneten Inhalte sind für die Kompetenzentwicklung aller Schülerinnen und Schüler grundlegend. Sie konkretisieren die in den Bildungsstandards für den Hauptschulabschluss formulierten Inhalte und sind für das Erreichen der Standards des Hauptschulabschlusses erforderlich. Mit **E** („Erweiterung“) werden solche Inhalte gekennzeichnet, mit deren Behandlung eine weitere Förderung der mathematischen Kompetenzentwicklung erfolgen kann. Die zusätzliche Behandlung dieser Inhalte ist für das Erreichen der Standards des Mittleren Schulabschlusses erforderlich. Mit **V** („Vertiefung“) werden zusätzliche Inhalte ausgewiesen, bei deren Behandlung stärker systematisches Denken und Arbeiten entwickelt werden kann und die für den Übergang in die gymnasiale Oberstufe mit Blick auf das Erreichen der „Standards für das Abitur“ (EPA) benötigt werden. Alle allgemeinen mathematischen Kompetenzen können bereits anhand der mit **B** gekennzeichneten Inhalte ausgebildet werden.

Die Spalte „Hinweise und Vernetzung“ macht an geeigneten Stellen Verbindungen zwischen den Leitideen deutlich. Dies geschieht durch Aufzeigen von Querverbindungen oder von Integrationsmöglichkeiten von Inhalten einer Leitidee in eine andere Leitidee. Weiterhin finden sich dort Konkretisierungen zur didaktisch-methodischen Konzeption des Rahmenlehrplans (vgl. Kapitel 3).

Als Orientierungshilfe sind größere Inhaltsbereiche der Leitideen mit empfohlenen Zeitansätzen versehen. Diese verdeutlichen, in welchem Umfang und mit welcher Intensität die einzelnen Bereiche unterrichtet werden sollen und sind entsprechend der Bildungsabschlüsse ausgewiesen.

7.2 Hinweise zum individuellen Fördern in den Klassenstufen 7 und 8

In jeder Lerngruppe ist eine Streuung hinsichtlich der mathematischen Kompetenzen und dem Grad der jeweiligen Kompetenzausprägung der Schülerinnen und Schüler anzutreffen. Wie in Kapitel 3 bereits dargelegt, muss der Mathematikunterricht grundsätzlich so angelegt werden, dass er jede Schülerin und jeden Schüler mit ihrer bzw. seiner Individualität in den Blick nimmt und fördert. Eine einseitige Ausrichtung auf die Leistungsmitte hin wird dem nicht gerecht. Individuelle Förderung wird dabei gelegentlich so gesehen, als müsse die Lehrkraft für jeden Lernenden einen eigenen Lernweg entwerfen. Dies ist in der Breite so nicht praktikabel, allerdings gibt es durchaus Fälle (z. B. bei Schulwechsel oder gravierenden Defiziten im Bereich des „Grundwissens“), in denen dies notwendig ist und zeitlich befristet praktiziert wird.

Vielmehr kann individuelles Fördern auch in so genannten offenen Differenzierungsangeboten erfolgen. Typisch hierfür sind reichhaltige Lernsituationen im Rahmen des situierten Lernens (vgl. Abschnitt 3.1). Konkrete Vorschläge dazu für die Klassenstufen 7 und 8 finden sich in der Spalte „Hinweise und Vernetzung“. Die dort ausgewiesenen Projekte und Vorhaben bieten in besonderem Maße Möglichkeiten, Lernen auf die individuellen Voraussetzungen, Interessen und Fähigkei-

ten der Schülerinnen und Schüler zuzuschneiden. Darüber hinaus sollen in diesem Bereich auch fachübergreifende und fächerverbindende Themenstellungen bearbeitet werden.

Weiterhin eignen sich selbstdifferenzierende Arbeitsaufträge. Dies können etwa Problemstellungen sein, die zunehmend offener werden, oder aber Fragestellungen, die auf dem Prinzip der Aufgabenumkehr basieren (z. B. „Gib mehrere Aufgaben mit dem Ergebnis -12 an“ oder „Bestimme Gleichungen von Geraden durch den Punkt $(0,5/17)$ “). In Übungs- und Sicherungsphasen besteht darüber hinaus die Möglichkeit, einen gewissen Aufgabenpool mit Angabe des Schwierigkeitsgrades vorzugeben, so dass die Schülerinnen und Schüler eigenverantwortlich entsprechend ihres Leistungsvermögens bzw. Übungsbedarfs Aufgaben auswählen. Die Lösungen dazu sollten ebenfalls zur Verfügung stehen sowie ggf. auch Unterstützungssysteme, die auf dem Prinzip des gegenseitigen Helfens und Erklärens basieren.

Besonders wichtig ist in diesem Zusammenhang der produktive Umgang mit Fehlern. Fehler sind unvermeidbar und bieten Anstöße für weitere Lernaktivitäten. Es muss daher eine entsprechende Unterrichtskultur angestrebt werden, in der Fehler Platz haben und nicht als Unterrichtshemmnisse betrachtet werden. In besonderem Maße ist dies beim „Sichern von Grundwissen“ von Bedeutung. Die Schülerinnen und Schüler sollen hierbei in die Lage versetzt werden, ihre Defizite selbst zu diagnostizieren und mit bereit gestellten Materialien aufzuarbeiten. Darüber hinaus lernen sie, ihren Lernfortschritt selbst zu überwachen und Defizite in die Planung weiterer Lernschritte einzubeziehen. Damit das gelingen kann, dürfen solche Phasen nicht bewertet werden. Allerdings sollten dann Aufgaben oder Aufgabenteile zum Grundwissen auch Bestandteile in Leistungsüberprüfungen sein.

Langfristiges Ziel ist der kumulative Kompetenzaufbau auf Seiten der Schülerinnen und Schüler. Um entsprechende Vernetzungen zwischen verschiedenen Kompetenzbereichen herzustellen, ist es im Sinne des individuellen Förderns notwendig, immer wieder Strukturen und Zusammenhänge deutlich zu machen. Dazu können z. B. Mindmaps oder das lokale Ordnen von Begriffen („Haus der Vierecke“, Sätze der ebenen Geometrie, Grundkonstruktionen und ihre Anwendungen, Formulierungen für Konstruktionsbeschreibungen usw.) dienen. Wirksam werden solche Strukturierungshilfen allerdings nur, wenn sie von jedem Lernenden selbst erstellt werden. Insgesamt fordern solche Maßnahmen ein höheres Maß an Eigenverantwortlichkeit auf Seiten der Lernenden und ein Abgeben von Kontrolle auf Seiten der Lehrenden.

Die Darstellung des Rahmenlehrplans für die Klassenstufen 7 und 8 bietet über das bereits Gesagte hinaus weitere Ansatzpunkte, die zur individuellen Förderung genutzt werden können. Die Unterscheidung in **B**-, **E**- und **V**-Inhalte beschreibt gestufte Kompetenzausprägungen in den jeweiligen mathematischen Inhaltsbereichen. Das Erreichen der basalen inhaltlichen mathematischen Kompetenzen von allen Schülerinnen und Schülern – **B**-Inhalte – ist dabei vorrangiges Ziel. Alle allgemeinen mathematischen Kompetenzen (vgl. Abschnitt 2.1) können grundsätzlich bereits an diesen erworben werden. Leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern sollen dabei aber nicht von vorneherein bestimmte Kompetenzen vorenthalten werden. Ziel des Unterrichts ist es vielmehr, dass die Lernenden möglichst alle „Kompetenzstufen“ erreichen können. Entscheidend dafür ist die didaktisch-methodische Ausgestaltung des Unterrichts (vgl. Kapitel 3). Dabei muss mit Blick auf den angestrebten Bildungsabschluss ein entsprechendes Kompetenzniveau erreicht werden.

Die Unterscheidung in **B**-, **E**- und **V**-Inhalte bietet darüber hinaus die Möglichkeit, das Wechseln in einen anderen Bildungsgang zielgerichtet vorzubereiten bzw. den erfolgreichen Übergang in die gymnasiale Oberstufe anzubahnen.

7.3 Hinweise zur Umsetzung und Aufgaben der Fachkonferenz

Für die verpflichtenden Inhalte, an denen Kompetenzen der Bildungsstandards erworben werden sollen, sind für die Klassenstufen 7 und 8 insgesamt 170 Unterrichtsstunden¹ vorgesehen. Das sind etwa zwei Drittel der im Mittel zur Verfügung stehenden Unterrichtszeit, in die bereits gemäß der didaktisch-methodischen Konzeption (vgl. Kapitel 3) vielfältige Möglichkeiten des Lernens und

¹ Die Kontingenzstundentafel sieht für die Klassenstufen 7 bis 10 je nach Schulart 15 bzw. 16 Wochenstunden vor.

Lehrens integriert werden müssen. Damit verzahnt sollen in der verbleibenden Zeit die Kompetenzen vertieft und erweitert sowie Maßnahmen der individuellen Förderung, projekt- und handlungsorientiertes Arbeiten und die verstärkte Sicherung der mathematischen Grundbildung durchgeführt werden.

War der Einsatz elektronischer Medien in der Orientierungsstufe noch optional, so wird ab Klassenstufe 7 ein wissenschaftlicher Taschenrechner eingesetzt. Trotzdem sollen Schülerinnen und Schüler einfache Aufgaben jederzeit auch ohne Taschenrechner schriftlich oder im Kopf bewältigen können. Darüber hinaus arbeiten Schülerinnen und Schüler jetzt mindestens einmal pro Schuljahr in einer Lernsequenz mit Tabellenkalkulation oder dynamischer Geometriesoftware (zum verpflichtenden Arbeiten mit elektronischen Medien vgl. Abschnitt 4.5). Hierbei sollen auch zugrunde liegende Algorithmen thematisiert und Strukturen bewusst gemacht werden.

Zur Umsetzung trifft die Fachkonferenz auf der Grundlage des Rahmenlehrplans **Ab sprachen**, die die spezifische Situation an der Schule berücksichtigen und die auch in den schuleigenen Arbeitsplan einfließen können. Diese Absprachen beinhalten für die Klassenstufen 7 und 8 insbesondere:

- Planen einer sinnvollen Abfolge einzelner Teilabschnitte aus den Leitideen,
- Erstellen eines Grundwissenskatalogs und Entwickeln von Maßnahmen zur Sicherung des Grundwissens (vgl. Abschnitt 3.2),
- Entscheiden über die Art des anzuschaffenden Taschenrechners (evtl. Notebook; vgl. Abschnitt 4.1),
- Planen der Nutzung von Tabellenkalkulation und dynamischer Geometriesoftware sowie evtl. weiterer Software (vgl. Abschnitte 4.2 bis 4.4),
- Formulieren altersgemäß gestalteter Aufgaben (z. B. Öffnung und Variation) im Sinne der Bildungsstandards und Erwartungshorizonte (vgl. Abschnitt 3.2),
- Entwickeln von Maßnahmen und Materialien zum individuellen Fördern (vgl. Abschnitt 3.1),
- Abstimmen gemeinsamer Unterrichtsvorhaben zum situierten Lernen (vgl. Abschnitt 3.3),
- Abstimmen der Leistungsanforderungen (z. B. für Parallel- oder Jahresabschlussarbeiten; vgl. Kapitel 5).

7.4 Leitideen der Klassenstufen 7 und 8

SYMBOLE IN DER INHALTSSPALTE:

- B** Basis: Diese Inhalte sind für die Kompetenzentwicklung aller Schülerinnen und Schüler grundlegend. Sie konkretisieren die in den Bildungsstandards für den Hauptschulabschluss formulierten Inhalte und sind für das Erreichen der Standards des Hauptschulabschlusses erforderlich.
- E** Erweiterung: Die zusätzliche Behandlung dieser Inhalte ermöglicht eine weitere Förderung der mathematischen Kompetenzentwicklung und ist für das Erreichen der Standards des Mittleren Schulabschlusses erforderlich.
- V** Vertiefung: Damit werden zusätzliche Inhalte ausgewiesen, bei deren Behandlung stärker systematisches Denken und Arbeiten entwickelt werden kann und die für den Übergang in die gymnasiale Oberstufe mit Blick auf das Erreichen der „Standards für das Abitur“ (EPA) benötigt werden.

SYMBOLE IN DER HINWEISSPALTE:

→ Es wird empfohlen, Inhalte dieser Leitidee mit Inhalten anderer Leitideen zu verknüpfen.

↗ Verknüpfungen **mit anderen Inhalten oder Leitideen**.

- Der Pfeil benennt **Verbindungen zu anderen Fächern** oder **Beispiele** aus Bereichen, in denen der fachliche Inhalt eine besondere Rolle spielt.
-  Die Schere symbolisiert **Möglichkeiten praktischen bzw. gestalterischen Arbeitens**.
-  Die Glocke nennt Möglichkeiten für **interessante innermathematische Untersuchungen** oder **Exkurse**.
-  Der stilisierte Computer gibt **Möglichkeiten des Computereinsatzes** an und nennt geeignete Software.

HINWEIS ZU DEN EMPFOHLENEEN ZEITANSÄTZEN:

Der erste Wert bezieht sich auf Schülerinnen und Schüler, die den Hauptschulabschluss anstreben; der zweite Wert bezieht sich auf Lernende, die den Mittleren Schulabschluss anstreben.

L1: ZAHL UND ZAHLBEREICHE: PROZENT- UND ZINSRECHNUNG

EMPFOHLENER ZEITANSATZ:
30 STUNDEN / 20 STUNDEN

Aufgrund von Alltagserfahrungen und aus der Orientierungsstufe kennen Schülerinnen und Schüler bereits das Prozentzeichen, einfache Prozentsätze und deren Bedeutung. Die systematische Einführung der Prozentrechnung baut auf diesen Vorerfahrungen auf.

Prozent- und Zinsrechnung können sowohl als spezielle Anwendungsgebiete der Bruchrechnung als auch unter dem Aspekt der Zuordnung zwischen Größenbereichen behandelt werden.

Grundwissen sollte so gesichert sein, dass einfache Aufgaben auch im Kopf gerechnet werden können. Im Mittelpunkt des Unterrichts stehen immer wieder realitätsnahe Probleme, bei deren Lösung der Taschenrechner eingesetzt wird.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
	PROZENT- UND ZINSRECHNUNG	
K4: Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden	B Grundvorstellungen des Prozentbegriffes entwickeln	Prozent- und Promilleangaben als einfache Vergleichsmöglichkeit Verschiedene Schreibweisen für Prozentsätze Visualisierung in Form von Kreis- und Streifendiagrammen ✂ Herstellen eines Prozent-Gummibandes
K3: Die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe übersetzen	Grundaufgaben der Prozentrechnung lösen, einfache Aufgaben auch im Kopf	↗ L4: Funktionaler Zusammenhang: Terme und Gleichungen
K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel zum Problemlösen auswählen und anwenden	<ul style="list-style-type: none"> • Grundwert • Prozentsatz • Prozentwert 	Analogie zu den Grundaufgaben der Bruchrechnung herstellen Visualisierung durch informative Figuren
K5: Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen		Begriffe aus dem Wirtschaftsleben anwenden, z. B. Rabatt, Skonto, Mehrwertsteuer, Brutto, Netto, Gewinn, Verlust → Gesunde Ernährung, Zusammensetzung von Nahrungsmitteln (Biologie)

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K3: Die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe übersetzen</p> <p>K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme lösen</p> <p>K6: Äußerungen von anderen und Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen</p>	<p>B Zinsrechnung als Anwendung der Prozentrechnung verstehen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kapital, Zinssatz, Jahreszinsen <p>Prozent- und Zinsrechnung in Sachsituationen anwenden</p>	<p>↗ L5: Daten und Zufall: Daten</p> <p>→ „Deutschland versinkt im Müllberg“ (Bildung für nachhaltige Entwicklung)</p> <p>→ Möglichkeiten des Energiesparens (Bildung für nachhaltige Entwicklung)</p> <p>→ Wer verdient am Turnschuh? (Religion, Erdkunde)</p> <p>Zwischen Prozentsätzen und Prozentpunkten unterscheiden (z. B. bei Wahlergebnissen)</p> <p>Bei der Zinsrechnung verschiedene Zeiträume (auch über einem Jahr) berücksichtigen</p> <p>Informationsbeschaffung, Expertenbefragung z. B. zu verschiedenen Sparformen</p> <p> Tabellenkalkulation</p>
<p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K3: Die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe übersetzen</p> <p>K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme lösen</p> <p>K6: Äußerungen von anderen und Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen</p>	<p>Fachbegriffe: Grundwert, Prozentsatz, Prozentwert, Promille Kapital, Zinssatz, (Jahres-)Zinsen</p> <p>E Prozent- und Zinsrechnung in komplexen Sachsituationen anwenden</p>	<p>Vermehrter und verminderter Grundwert</p> <p>Zeitfaktor bei Zinsen</p>

L1: ZAHL UND ZAHLBEREICHE: RATIONALE ZAHLEN

EMPFOHLENER ZEITANSATZ:
8 STUNDEN / 16 STUNDEN

In der Orientierungsstufe wurden Grundvorstellungen bezüglich der ganzen Zahlen aufgebaut, die aufgegriffen und vertieft werden. Hinzu kommen – falls noch nicht in der Orientierungsstufe behandelt – negative Bruchzahlen. Sachaufgaben werden als Zustandsänderungen interpretiert und gelöst. Trotz der Verfügbarkeit des Taschenrechners werden einfache Aufgaben auch im Kopf gelöst.

In den Erweiterungsteilen (**E**) kann bei Addition und Subtraktion der zweite Operand auch negativ sein. Bei der formalen Behandlung der Rechenarten soll der Schwerpunkt nicht auf der Formulierung und Anwendung abstrakter Regeln (4-fache Fallunterscheidung) liegen, sondern durch Rückführung auf die Addition bzw. Subtraktion positiver Zahlen die „Kurzschreibweise“ erarbeitet werden. Grundlage für das Verständnis ist immer die Anschauung. Daher soll auf Übungsphasen mit aufwändigen Rechentermen verzichtet werden. Nach der Zahlbereichserweiterung von \mathbb{N} nach \mathbb{Q}^+ (Bruchzahlen) soll nun mit der Erweiterung auf \mathbb{Q} die Abgeschlossenheit bezüglich der Grundrechenarten bewusst gemacht werden.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K5: Symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt</p> <p>K4: Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K4: Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden und interpretieren</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>RATIONALE ZAHLEN DARSTELLEN</p> <p>B Negative (Bruch-)Zahlen im jeweiligen Sachzusammenhang interpretieren und darstellen</p> <p>Rationale Zahlen ordnen</p> <ul style="list-style-type: none"> Betrag <p>Rationale Zahlen als Pfeile an der Zahlengeraden darstellen</p> <p>Fachbegriffe: Rationale Zahl, Betrag</p>	<p>Ausgehend von Situationen des täglichen Lebens</p> <p>→ Klimadiagramme, Schmelz- und Siedediagramme (Erdkunde, Physik, Chemie)</p> <p>☞ Tabellenkalkulation</p> <p>Rationalen Zahlen Punkte auf der Zahlengeraden zuordnen und umgekehrt</p> <p>Betrag als Abstand vom Nullpunkt</p> <p>→ Erstellen einer Zeitleiste (Geschichte)</p> <p>Positionen (Punkte) von Veränderungen (gerichteten Strecken) unterscheiden; Pfeillänge entspricht dem Betrag</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten</p> <p>K3: In dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten</p> <p>K2: Die Plausibilität der Ergebnisse überprüfen und die Lösungswege reflektieren</p> <p>K5: Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen</p> <p>K4: Verschiedene Formen der Darstellung interpretieren</p> <p>K5: Symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umkehrt</p> <p>K5: Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen</p> <p>K5: Mit Termen arbeiten</p> <p>K4: Verschiedene Formen der Darstellung interpretieren</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p>	<p>MIT RATIONALEN ZAHLEN RECHNEN</p> <p>B Sachaufgaben über Zustandsänderungen lösen</p> <p>E Rationale Zahlen addieren und subtrahieren</p> <ul style="list-style-type: none"> • additive Gegenzahl <p>Rationale Zahlen multiplizieren und dividieren</p> <ul style="list-style-type: none"> • multiplikative Gegenzahl <p>Terme auswerten und interpretieren</p> <ul style="list-style-type: none"> • Rechenvorteile erkennen und dazu Rechengesetze nutzen <p>Die Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterungen begründen</p>	<p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang: Zuordnungen und Funktionen</p> <p>Anfangszustand $\xrightarrow{\text{Veränderung}}$ Endzustand</p> <p>Vorzeichen kennzeichnen den Zustand, Rechenzeichen die Veränderung</p> <p>Für Sachsituationen werden nur folgende Aufgabentypen benötigt: $\pm a+b, \pm a-b, \pm a \cdot b, \pm a:b$ ($a, b \in \mathbb{Q}^+$)</p> <p>Keine abstrakten Regelformulierungen (vielfache Fallunterscheidung), sondern Rückführung auf die Grundanschauung (Addition bzw. Subtraktion positiver rationaler Zahlen) – „Kurzschreibweise“</p> <p>Subtraktion negativer Zahlen interpretieren (z. B. Wegnehmen von Schulden, U-Boot verliert an Tiefe)</p> <p>Definition von „Minus mal Minus“ über das Permanenzprinzip einsichtig machen</p> <p>Auch mit Potenzen operieren</p> <p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang: Terme und Gleichungen</p> <p>Besondere Bedeutung des Distributivgesetzes</p> <p>Mengenbild $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$</p> <p>Abgeschlossenheit bezüglich der Rechenoperationen und ihrer Umkehrungen</p> <p>🕒 Geschichte der rationalen Zahlen</p>

➔ L2: MESSEN UND GRÖSSEN

EMPFOHLENER ZEITANSATZ:
28 STUNDEN / 16 STUNDEN

➔ Es wird empfohlen, Inhalte dieser Leitidee mit Inhalten anderer Leitideen (insbesondere L3: Raum und Form) zu verknüpfen.

Die Bestimmung von Flächeninhalten ebener Figuren (z. B. Dreieck, Trapez, Parallelogramm) und von Volumina gerader Prismen sowie von Zylindern bildet den Schwerpunkt der Leitidee in den Klassenstufen 7 und 8. Dabei wird an die Kenntnisse der Orientierungsstufe angeknüpft, Parallelogramme und Zylinder sind beispielsweise als Figuren bzw. Körper bekannt, aber Berechnungen wurden bisher nicht durchgeführt.

Das in der Orientierungsstufe benutzte Verfahren, gesuchte Flächeninhalte mit Einheitsquadraten auszulegen, kann bei vielen Flächen nicht angewendet werden. Stattdessen ermitteln Schülerinnen und Schüler Flächeninhalte dieser Figuren durch das Zurückführen auf Figuren, deren Flächeninhalt bereits bestimmt werden kann. Sie führen dazu Flächenumwandlungen mittels Zerlegungen oder Ergänzungen konkret durch.

Der Kreisumfang kann experimentell bestimmt werden; aus diesen Messungen leitet sich die Kreiszahl π als Proportionalitätsfaktor ab. Der Inhalt der Kreisfläche kann approximativ ermittelt werden (z. B. Zusammenlegen von Sektoren zu einem „Parallelogramm“). Näherungsverfahren zur Bestimmung der Kreiszahl π werden erst in den Klassenstufen 9 und 10 durchgeführt.

Auch bei der Volumenbestimmung sollen experimentelle Methoden zum Einsatz kommen.

Beim Gebrauch der Fachsprache ist zwischen Objekt und Objekteigenschaft (z. B. Fläche und Flächeninhalt) zu unterscheiden.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K2: Vorgegebene Probleme bearbeiten</p> <p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p>	<p>BERECHNUNGEN AN EBENEN FIGUREN</p> <p>B Flächeninhalte folgender Figuren durch Zurückführung auf Vielecke mit bekanntem Flächeninhalt bestimmen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Parallelogramm • Dreieck • Trapez 	<p>Experimentelle Bestimmung des Flächeninhaltes</p> <p>Anschauungsgebundenes Beschreiben und Begründen</p> <p>Es soll bewusst werden, dass flächeninhaltsgleiche Figuren nicht den gleichen Umfang haben müssen</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K2: Vorgegebene Probleme bearbeiten</p> <p>K5: Mit Variablen, Termen und Gleichungen arbeiten</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K1: Lösungswege beschreiben und begründen</p> <p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K3: Ergebnisse entsprechend der Situation interpretieren und prüfen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>B Flächeninhaltsformeln herleiten</p> <ul style="list-style-type: none"> • Parallelogramm • Dreieck <p>Umfang und Flächeninhalt vom Kreis bestimmen und die Formeln aufstellen</p> <p>Berechnungen an zusammengesetzten ebenen Figuren (auch in Sachsituationen) durchführen</p> <p>Fachbegriffe: Trapez Kreiszahl π</p>	<p>Die Herleitung der Trapezformel eignet sich ebenfalls, um das zugrunde liegende mathematische Prinzip zu verdeutlichen</p> <p>Kreisformeln experimentell ermitteln</p> <p>π als Proportionalitätsfaktor einführen</p> <p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang: Zuordnungen und Funktionen</p> <p>→ Kreisberechnung in alten Kulturen (Geschichte)</p> <p>Auch Kreisausschnitte berücksichtigen</p> <p>→ Flurbereinigung (Erdkunde, Gesellschaftslehre)</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K2: Vorgegebene Probleme bearbeiten</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K3: Ergebnisse entsprechend der Situation interpretieren und prüfen</p>	<p>BERECHNUNGEN AN KÖRPERN</p> <p>B Volumina und Oberflächeninhalte bestimmen</p> <ul style="list-style-type: none"> • gerade Prismen • gerade Zylinder <p>Berechnungen an zusammengesetzten Körpern (auch in Sachsituationen) durchführen</p>	<p>↗ L3: Raum und Form Herstellen der Körper aus den zugehörigen Netzen</p> <p>Experimentelle Bestimmung</p> <p>Grundprinzip der Volumenberechnung für gerade Körper (Grundfläche · Höhe) herausarbeiten</p> <p>→ Bestimmen von Rauminhalten von Körpern durch Wasserverdrängung (Physik)</p> <p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang: Zuordnungen und Funktionen Zusammenhänge zwischen Volumen und Höhe bzw. Radius untersuchen</p> <p>Z. B. Kirchtürme, Wasserbehälter u. ä.</p> <p>→ Arbeitslehre, Technisches Zeichnen</p> <p>→ Hochwasserschutz: Deichbau und Rückhaltebecken (Bildung für nachhaltige Entwicklung)</p>

L3: RAUM UND FORM

EMPFOHLENER ZEITANSATZ:
28 STUNDEN / 38 STUNDEN

Während in der Orientierungsstufe das Erkennen und Erzeugen symmetrischer Figuren im Mittelpunkt steht, liegt der Schwerpunkt in den Klassenstufen 7 und 8 auf dem Abbildungsbegriff. Durch die Vernetzung mit Leitidee 4 (Funktionaler Zusammenhang) wird der funktionale Charakter geometrischer Abbildungen deutlich.

Aufbauend auf dem propädeutischen Zugang zu den geometrischen Abbildungen führen Schülerinnen und Schüler nun auch Verschiebung und Drehung durch. Im Bereich der Erweiterung (E) werden darüber hinaus die Kongruenzabbildungen auch hinsichtlich ihrer Eigenschaften untersucht. Durch Beschränkung auf charakteristische Dreieckskonstruktionen wird der Begriff der Kongruenz bereits einsichtig. Grundsätzlich genügt die exemplarische Behandlung zweier Kongruenzsätze.

Neben der Konstruktion mit Zirkel, Lineal und Geodreieck wird auch dynamische Geometriesoftware eingesetzt. In beiden Fällen beschreiben Schülerinnen und Schüler ihre Konstruktionen.

Bei der Behandlung von Sätzen der ebenen Geometrie oder dem „Haus der Vierecke“ können die Kompetenzen K1 (Mathematisch argumentieren) und K6 (Kommunizieren) in besonderer Weise erweitert und vertieft werden. Beim Begründen können grundsätzlich verschiedene Zugänge (enaktiv, ikonisch, symbolisch) zur Binnendifferenzierung benutzt werden. In den Erweiterungsteilen (E) kann an dem Satz über die Winkelsumme im Dreieck und am Satz des Thales bereits der systematische Aufbau eines Beweises aufgezeigt werden.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen und zwischen ihnen wechseln</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p>	<p>EIGENSCHAFTEN UND BEZIEHUNGEN GEOMETRISCHER OBJEKTE</p> <p>Körper</p> <p>B Schrägbilder und Netze zeichnen und Beziehungen herstellen</p> <ul style="list-style-type: none"> • gerade Prismen • gerade Zylinder 	<p>↗ L2: Messen und Größen</p> <p>Schrägbild des Zylinders nur skizzieren</p> <p>✂ Herstellung der Körper</p> <p>→ Modellbau (Bildende Kunst, Werken)</p> <p>🌀 „Unmögliche“ Figuren</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K3: Die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K3: Ergebnisse in der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p> <p>K3: Die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K3: Ergebnisse in der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p> <p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p>	<p>Grundkonstruktionen</p> <p>B Mittelsenkrechten und Winkelhalbierende zeichnen und deren Eigenschaften in Sachsituationen anwenden</p> <p>Kreistangente in einem vorgegebenen Berührungspunkt zeichnen und dieses in Sachsituationen anwenden</p> <p>E Grundkonstruktionen nur mit Zirkel und Lineal durchführen</p>	<p>Das Geodreieck kann verwendet werden</p> <p>Kreis durch drei Punkte, die nicht auf einer Geraden liegen</p> <p>→ Standortplanung (Umkreis, Inkreis)</p> <p>→ Gotisches Maßwerk (Bildende Kunst)</p> <p>→ Mandalas (Religion)</p> <p> Dynamische Geometriesoftware</p> <p> Verpackungen runder Gegenstände</p> <p>D. h. beim Konstruieren wird auf die Verwendung von Längen- und Winkelmaß verzichtet</p> <p> Dynamische Geometriesoftware: eigene Makros für Grundkonstruktionen erstellen</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K6: Überlegungen sowie Lösungswege dokumentieren und verständlich darstellen, auch unter Nutzung geeigneter Medien</p> <p>K6: Äußerungen von anderen und Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K1: Fragen stellen, Vermutungen begründet äußern und mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p>	<p>Symmetrische Figuren</p> <p>B Symmetrische Dreiecke und Vierecke beschreiben und zeichnen</p> <ul style="list-style-type: none"> • gleichschenkliges Dreieck • gleichseitiges Dreieck • Trapez • Drachenviereck <p>Konstruktionsbeschreibungen erstellen</p> <p>Fachbegriffe: Gleichschenkliges Dreieck, gleichseitiges Dreieck, Basis, Schenkel, Trapez, Drachenviereck</p> <p>E Zusammenhänge zwischen den Vierecken beschreiben und begründen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Teilmengenbeziehungen • Wenn-dann-Aussagen, All-Aussagen, ... <p>V Verschiedene Definitionsmöglichkeiten für Vierecke und Dreiecke angeben</p>	<p>Figuren auch unter Verwendung vorgegebener Symmetrieelemente erzeugen</p> <p>✂ Geobrett</p> <p>→ Geometrie in der Architektur (Bildende Kunst, Geschichte)</p> <p>💻 Dynamische Geometriesoftware: Rückblende nutzen</p> <p>„Haus der Vierecke“</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel (z. B. Planfigur), Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K6: Überlegungen sowie Lösungswege dokumentieren und verständlich darstellen, auch unter Nutzung geeigneter Medien</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K6: Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen</p>	<p>Kongruente Figuren</p> <p>B Dreiecke aus gegebenen Seitenlängen und Winkelmaßen konstruieren und die Konstruktion beschreiben</p> <p>E Eigenschaften kongruenter Vielecke beschreiben</p>	<p>Im Vordergrund steht der anschauliche und handlungsbezogene Aufbau des Begriffs „Kongruenz“ („Deckungsgleichheit“)</p> <p>Auch mehrdeutige Konstruktionen</p> <p>Unzugängliche Größen (Streckenlängen, Winkelgrößen) durch maßstabgetreue Konstruktion näherungsweise ermitteln</p> <p>→ Vermessungen im Gelände (Erdkunde)</p> <p> Dynamische Geometriesoftware</p> <p>Übereinstimmung entsprechender Längen und Winkel</p> <p> Konstruktion von Escher-Figuren (→ Bildende Kunst)</p> <p>→ Gelenkrauten (Arbeitslehre, Werken)</p>
<p>K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten</p> <p>K1: Fragen stellen, Vermutungen begründet äußern und mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>Ausgewählte Kongruenzsätze kennen und zur Konstruktion von Dreiecken nutzen</p> <p>Fragen zur Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von Konstruktionen untersuchen</p> <p>Fachbegriff: Kongruent</p>	<p>Beschränkung auf zwei Kongruenzsätze, z. B. SSS und SsW</p> <p>Z. B. Dreieckskonstruktion bei Vorgabe zweier Seiten und eines Winkels</p>
<p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p>	<p>V Kongruente Figuren erkennen und für Begründungen verwenden</p>	<p>Hierfür müssen alle Kongruenzsätze bekannt sein</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p>	<p>SÄTZE DER EBENEN GEOMETRIE</p> <p>B Winkelsumme bei Dreiecken und Vierecken kennen und anwenden</p> <p>E Winkelsätze an einfachen und doppelten Geradenkreuzungen begründen und anwenden</p> <p>Den Satz über die Winkelsumme im Dreieck begründen</p> <p>Den Satz des Thales begründen und anwenden</p> <p>V Zwischen dem Satz des Thales und seiner Umkehrung unterscheiden und die Umkehrung begründen</p>	<p>Die Aussagen sollen einsichtig gemacht werden</p> <p>Winkelsumme in Polygonen</p> <p>Systematischen Aufbau eines Beweises verdeutlichen</p> <p> Internetrecherche rund um Thales von Milet</p> <p>Idee des indirekten Beweisens verdeutlichen</p>
<p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p>	<p>GEOMETRISCHE ABBILDUNGEN</p> <p>B Drehungen und Verschiebungen im ebenen kartesischen Koordinatensystem ausführen</p>	<p> L4: Funktionaler Zusammenhang: Zuordnungen und Funktionen</p> <p> Experimente mit klappbaren Spiegeln (Spiegelbuch)</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten</p> <p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K3: Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p>	<p>E Geometrische Abbildungen hinsichtlich ihrer Bestimmungsstücke untersuchen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Symmetrieachse • Drehzentrum und -winkel • Verschiebungspfeil <p>Fixelemente und Invarianten kennen und bei Konstruktionen anwenden</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kongruenzabbildung <p>Konstruktions- und Sachaufgaben mithilfe von Kongruenzabbildungen lösen</p> <p>Fachbegriffe: Verschiebungspfeil, Kongruenzabbildung</p> <p>V Zusammenhänge zwischen ausgewählten Kongruenzabbildungen und der Verkettung zweier Achsenspiegelungen beschreiben und begründen</p>	<p>→ Astronomie: z. B. Bewegungen von Himmelskörpern (Physik, Erdkunde)</p> <p>→ Analyse von Parketten (Bildende Kunst)</p> <p>Auch auf Abbildungen hinweisen, bei denen Bild und Urbild nicht zueinander kongruent sind (z. B. Schattenwurf)</p> <p> Dynamische Geometriesoftware</p> <p> Dynamische Geometriesoftware</p>

L4: FUNKTIONALER ZUSAMMENHANG: ZUORDNUNGEN UND FUNKTIONEN

EMPFOHLENER ZEITANSATZ:
32 STUNDEN / 32 STUNDEN

Diese Leitidee ist in die Themenkreise „Zuordnungen und Funktionen“ und „Terme und Gleichungen“ unterteilt, die miteinander verzahnt unterrichtet werden sollen.

Bereits in der Grundschule werden einfache funktionale Zusammenhänge (z. B. Stückzahl → Preis) thematisiert und in sprachlicher sowie tabellarischer Form dargestellt. In der Orientierungsstufe werden dazu weitere Beispiele und Eigenschaften ergänzt und das Operatormodell sowie propädeutisch geometrische Abbildungen (Spiegelung, Drehung) eingeführt. Im Vordergrund stehen dabei das intuitive Umgehen und Anwenden einfacher Funktionen, das weitgehend ohne Symbolik auskommt.

In den Klassenstufen 7 und 8 werden Zuordnungen und Funktionen in vielfältigen Sachsituationen aufgespürt, beschrieben und untersucht. Durch verschiedene Darstellungsformen (Text, Tabelle, Graph, Term) ergeben sich unterschiedliche Interpretationsmöglichkeiten. Auf intuitive Weise entwickeln Schülerinnen und Schüler ein Verständnis dafür, dass zu deren Beschreibung Variablen eine besondere Rolle spielen und in dynamischer Beziehung zueinander stehen. Dies soll durch vielfältige Handlungen und auch durch den Einsatz einer Tabellenkalkulation unterstützt werden. Fachübergreifende Bezüge insbesondere zu den Naturwissenschaften bieten sich an.

In den Erweiterungs- und Vertiefungsteilen werden u. a. charakteristische Eigenschaften von linearen Funktionen und deren Graphen thematisiert.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K4: Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden und unterscheiden</p> <p>K4: Unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln</p> <p>K3: Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen</p>	<p>GRUNDLAGEN</p> <p>B Zuordnungen im Alltag erkennen, beschreiben und darstellen</p> <ul style="list-style-type: none"> • verbal • Tabelle • Graph 	<p>↗ L3: Raum und Form (Geometrische Abbildungen)</p> <p>↗ L1: Zahl und Zahlbereiche: Rationale Zahlen</p> <p>„Diagramme erzählen Geschichten“</p> <p>„Durchzeichnen“ von Graphen</p> <p>Auch nichtlineare Zusammenhänge, z. B. Klimadiagramm, Fieberkurve, Aktienkurse, Fahrtenstreifen</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K5: Mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen und Tabellen arbeiten</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>B Alltagssituationen mit Hilfe von Zuordnungen analysieren und interpretieren, auch unter dem Aspekt der Eindeutigkeit</p> <p>Fachbegriffe: Zuordnung, Graph einer Zuordnung</p> <p>E Eindeutige Zuordnungen als Funktionen benennen und Beispiele daraufhin analysieren</p> <p>Funktionen erkennen, beschreiben und darstellen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionsterm • $f: x \rightarrow \dots$ oder $f(x) = \dots$ als Schreibweise für die Funktion <p>Fachbegriffe: Funktion, Funktionsterm</p>	<p>Z. B. Tageszeit \rightarrow Stromverbrauch oder: Alter \rightarrow Taschengeld \rightarrow Body-Mass-Index (Gesundheitserziehung)</p> <p> Handytarife</p> <p>Kennzeichen \rightarrow Autobesitzer</p> <p>Eindeutigkeit am Graphen und am Pfeildia- gramm verdeutlichen</p> <p> L3: Raum und Form (Geometrische Abbil- dungen)</p> <p>Auch die Umkehrung von Zuordnungen be- trachten</p> <p> Tabellenkalkulation</p> <p>Beschreibung des grafischen Verlaufs (stei- gend, fallend, Hoch- oder Tiefpunkt)</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K3: In dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten</p> <p>K3: Ergebnisse in der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p>	<p>BESONDERE ZUORDNUNGEN UND FUNKTIONEN</p> <p>B In Sachsituationen proportionale bzw. anti-proportionale Zuordnungen erkennen und unterscheiden</p> <p>Sachaufgaben zu proportionalen bzw. anti-proportionalen Zuordnungen mithilfe ihrer Eigenschaften lösen</p> <p>Fachbegriffe: Proportional, antiproportional</p> <p>E In Sachsituationen lineare Funktionen erkennen und nutzen sowie proportionale Funktionen als Sonderfälle deuten</p>	<p>Z. B. „Je mehr ... desto mehr“-Zuordnungen von proportionalen unterscheiden</p> <p>↗ L2: Messen und Größen Zusammenhänge zwischen Volumen des Zylinders und dessen Höhe bzw. Radius untersuchen</p> <p>Idealisierungen (z. B. Verwendung von Durchschnittswerten) bewusst machen</p> <p>Lösungsverfahren über Zuordnungstabelle veranschaulichen (Dreisatz)</p> <p>Kostenkalkulation (z. B. für Klassenfahrten oder Schulfeste)</p> <p>↗ L1: Zahl und Zahlbereiche: Prozent- und Zinsrechnung</p> <p>📊 Tabellenkalkulation</p> <p>Experimentelle Bestimmung eines linearen Zusammenhangs:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Füllgraph (z. B. Wasserhöhe in einem Zylinder bei gleich bleibender Zulaufgeschwindigkeit) – Ausgleichsgerade (z. B. „Zählen“ von Nägeln durch Wiegen)

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K6: Überlegungen und Ergebnisse verständlich darstellen, auch unter Nutzung geeigneter Medien</p> <p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p> <p>K5: Symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt</p> <p>K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern</p> <p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K5: Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen</p>	<p>E Die Graphen linearer bzw. antiproportionaler Funktionen beschreiben</p> <ul style="list-style-type: none"> • Gerade • Hyperbel <p>Charakteristische Eigenschaften linearer Funktionen kennen und sachgerecht nutzen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Steigung • y-Achsenabschnitt • Achsenschnittpunkte <p>Parameteränderungen bei linearen Funktionen und deren Auswirkungen auf den Graphen erläutern und in Kontexten interpretieren</p> <p>Fachbegriffe: Lineare Funktion, Steigung, y-Achsenabschnitt, Hyperbel</p> <p>V Zuordnungen mithilfe von Quotienten- und Produktgleichheit untersuchen</p>	<p>→ Hooke'sches Gesetz (Physik)</p> <p>→ Boyle-Mariotte'sches Gesetz (Chemie, Physik) – dazu konkrete Messungen durchführen</p> <p> Funktionsplotter, Tabellenkalkulation</p> <p>Einfluss der Steigung auf den Graphen Sonderfall der Parallelität zur y-Achse</p> <p> Muster (z. B. Fantasietiere) aus Graphen linearer Funktionen zusammensetzen</p> <p> Funktionsplotter, Tabellenkalkulation</p> <p> Funktionsplotter, Tabellenkalkulation</p> <p>Propädeutisch werden Geradenscharen untersucht</p>

L4: FUNKTIONALER ZUSAMMENHANG: TERME UND GLEICHUNGEN

EMPFOHLENER ZEITANSATZ:
24 STUNDEN / 32 STUNDEN

Diese Leitidee ist in die Themenkreise „Terme und Gleichungen“ und „Zuordnungen und Funktionen“ unterteilt, die miteinander verzahnt unterrichtet werden sollen.

Terme und Gleichungen sind ein universelles Werkzeug der Mathematik. Das Vereinfachen von Termen und das Lösen von Gleichungen ist allerdings kein Selbstzweck, sondern soll gerade zu Beginn immer wieder an konkrete Sachprobleme angebunden werden. Ein Tabellenkalkulationsprogramm kann den Aufbau des Variablenbegriffs und das systematische Auffinden von Lösungen unterstützen.

Für den verständigen Umgang mit Termen und Gleichungen ist das Erfassen der Termstruktur von entscheidender Bedeutung. Die Fähigkeiten aus der Orientierungsstufe werden dabei ausgebaut (Vorrang- und Klammernregeln) und durch die Verwendung von Variablen erweitert. Die Anzahl der Variablen und die Komplexität der Terme sollen den Erfordernissen angepasst werden. Dadurch entfällt ausuferndes Umformen von Termen.

Die Methoden aus der Orientierungsstufe zum Lösen von Gleichungen (Umkehren der Rechenoperationen, systematisches Probieren und inhaltliches Lösen) werden aufgegriffen und durch grafische Lösungsverfahren sowie das Anwenden von Äquivalenzumformungen erweitert und systematisiert. Mit grafischen und tabellarischen Lösungsverfahren lassen sich auch solche Gleichungen (näherungsweise) lösen, für die den Schülerinnen und Schülern noch keine Lösungsalgorithmen zur Verfügung stehen. Die Stärken algorithmischen Vorgehens (z. B. einfach, breite Anwendbarkeit, stets zum Ziel führend) sollen jedoch bewusst werden. Darüber hinaus werden Terme auch funktional interpretiert.

In den Erweiterungs- und Vertiefungsteilen werden u. a. die Verfahren im Hinblick auf Spezialfälle untersucht und Klassen von Gleichungen (mit Parametern) bearbeitet.

Der Themenkreis „Terme und Gleichungen“ ist in zwei Blöcke gegliedert, welche mit zeitlicher Distanz zueinander unterrichtet werden sollen.

Bruchterme und Bruchgleichungen werden erst in den Klassenstufen 9 und 10 behandelt.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K5: Mit Variablen und Termen arbeiten</p>	<p>TERME UND GLEICHUNGEN TEIL I</p> <p>B Terme zu Sachproblemen aufstellen, deren Struktur erfassen und für gegebene Werte ausrechnen</p>	<p>Z. B. Materialverbrauch bei Modellbau oder Verpackungen</p> <p>Variablenbezeichnungen variieren</p> <p>Vorrangregeln und Rechengesetze sind aus der Orientierungsstufe bekannt</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K5: Mit Variablen und Termen arbeiten</p> <p>K5: Mit Variablen, Termen und Gleichungen arbeiten</p> <p>K1: Lösungswege beschreiben und begründen</p> <p>K5: Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen</p> <p>K5: Symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt</p> <p>K3: Ergebnisse in der entsprechenden Sachsituation interpretieren und prüfen</p> <p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K5: Mit Variablen und Termen arbeiten</p> <p>K5: Mit Variablen, Termen und Gleichungen arbeiten</p>	<p>B Einfache Terme in äquivalente umformen</p> <p>Einfache lineare Gleichungen lösen, auch mit Äquivalenzumformungen</p> <p>Sachaufgaben zu linearen Gleichungen lösen</p> <p>E Komplexere Terme erfassen, für gegebene Werte ausrechnen und in äquivalente umformen</p> <p>Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen durch Äquivalenzumformungen lösen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lösungsmenge • Sonderfälle 	<p>Terme mit nur einer Variablen</p> <p>Methoden der Orientierungsstufe aufgreifen (systematisches Probieren, Umkehroperationen durchführen, inhaltliches Lösen)</p> <p>Visualisierungsmöglichkeiten: Waage, Zahlengerade</p> <p>Texte in Gleichungen umwandeln und zu gegebenen Gleichungen Textaufgaben erfinden</p> <p>Zahlen- und Altersrätsel</p> <p>Maximal drei Variablen</p> <p>Summen und Differenzen von Termen mit Klammern; nicht ineinander verschachtelt</p> <p>↗ L1: Zahl und Zahlbereiche: Rationale Zahlen</p> <p>Noch keine Produkte von Termen der Form $(a \pm b)(c \pm d)$</p> <p>🔔 Zahlentricks durch Terme analysieren</p> <p>Visualisierung mithilfe grafischer Interpretationen</p> <p>Es genügt, einfache Ungleichungen zu betrachten und den Blick auf die Unterschiede bei Äquivalenzumformungen zu richten</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K5: Symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt</p> <p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K3: Ergebnisse in der entsprechenden Sachsituation interpretieren und prüfen</p> <p>K4: Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten anwenden, interpretieren und unterscheiden</p> <p>K5: Mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen und Tabellen arbeiten</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>E Sachaufgaben mit Hilfe von Gleichungen und Ungleichungen lösen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundmenge <p>Terme mit einer Variablen funktional interpretieren und grafisch darstellen</p> <p>Fachbegriffe: Grundmenge, Lösungsmenge, Ungleichung</p>	<p>Beispiele: Mischungs- und Bewegungsaufgaben</p> <p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang: Zuordnungen und Funktionen</p> <p>📊 Tabellenkalkulation, Funktionsplotter, grafikfähiger Taschenrechner</p>
<p>K5: Mit Variablen, Termen und Gleichungen arbeiten</p> <p>K1: Lösungswege beschreiben und begründen</p>	<p>TERME UND GLEICHUNGEN TEIL II</p> <p>B Einfache Gleichungen mit Parametern nach einer Variablen auflösen</p>	<p>↗ L1: Zahl und Zahlbereiche: Prozent- und Zinsrechnung</p> <p>Beispiele für „Formeln“: Flächeninhalts- und Volumenformeln; auch „Formeln“ verwenden, die in anderen Fächern benutzt werden, z. B. Weg = Geschwindigkeit · Zeit oder Masse = Dichte · Volumen</p> <p>Vor dem Auflösen sollen für die Parameter die gegebenen Zahlenwerte eingesetzt werden, so dass einzig die Lösungsvariable stehen bleibt</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K5: Mit Variablen, Termen und Gleichungen arbeiten</p> <p>K1: Lösungswege beschreiben und begründen</p> <p>K5: Mit Variablen und Termen arbeiten</p> <p>K1: Lösungswege beschreiben und begründen</p> <p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel (z. B. informative Figuren), Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K3: Ergebnisse in der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K5: Mit Variablen, Termen und Gleichungen arbeiten</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K1: Lösungswege beschreiben und begründen</p>	<p>E Gleichungen mit Parametern lösen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lösungsvariable <p>Produkte von Termen mit Variablen umformen</p> <ul style="list-style-type: none"> • $(a \pm b)(c \pm d)$ • binomische Formeln <p>Sachaufgaben lösen, die auf entsprechende Terme bzw. Gleichungen führen</p> <p>Fachbegriffe: Lösungsvariable, binomische Formeln</p> <p>V Gleichungen mit Parametern lösen, bei denen eine Fallunterscheidung erforderlich ist</p>	<p>Unterscheidung zwischen Lösungsvariablen und Parametern (Formvariablen)</p> <p>Vor dem Einsetzen gegebener Werte soll die Formel zunächst nach der Lösungsvariablen umgeformt werden</p> <p>Visualisierung als Flächenteile</p> <p>→ Fehlerfortpflanzung (Naturwissenschaften)</p> <p>Bei binomischen Formeln beide Richtungen: Ausmultiplizieren und Faktorisieren</p> <p> Binomische Formeln mit höheren Exponenten (Pascalsches Dreieck)</p> <p>Beispiel: allgemeine Lösung von $ax + b = c$</p> <p> Tabellenkalkulation</p>

L5: DATEN UND ZUFALL

EMPFOHLENER ZEITANSATZ:
20 STUNDEN / 16 STUNDEN

Im Bereich der Daten werden in den Klassenstufen 7 und 8 die Begriffe aus der Orientierungsstufe (absolute bzw. relative Häufigkeit und arithmetisches Mittel) aufgegriffen und um den Prozentbegriff und weitere statistische Kennwerte (Spannweite und Median) und Darstellungsweisen (z. B. Boxplots zum Vergleich von Datenreihen) ergänzt. Lag in den Klassenstufen 5 und 6 ein Schwerpunkt auf der Planung und Durchführung von Datenerhebungen, so kann jetzt auch auf bereits verfügbare Daten zurückgegriffen werden, um Datenanalysen durchführen zu können.

Alltagssituationen, in denen der Zufall eine Rolle spielt, sind den Schülerinnen und Schülern wohl vertraut (z. B. Gesellschaftsspiele, Ziehung der Lotozahlen, Regenwahrscheinlichkeit). Sie sind von subjektiven Erfahrungen geprägt, bei denen die Bedeutsamkeit des jeweiligen Ereignisses eine entscheidende Rolle spielt und die individuelle Wahrnehmung gegenüber der theoretischen Wahrscheinlichkeit stark abweichen kann. Es gilt zu verdeutlichen, dass der Blick auf den Einzelfall bzw. auf Einzelergebnisse (z. B. der nächste Spielzug) nicht ausreicht, um Prognosen zu erstellen, sondern dass diese nur auf lange Sicht eingeschätzt werden können. Damit die Lernenden mithilfe des in der Schule erworbenen Wissens auch alltägliche Zufallssituationen besser bewältigen können, gilt es, ihre Vorerfahrungen aufzugreifen (etwa durch Schätzungen im Vorfeld), Zufallsexperimente tatsächlich durchzuführen und auszuwerten sowie Abweichungen von den Schätzungen zu diskutieren. Überhaupt sind zum Aufbau tragfähiger Vorstellungen zu zufälligen Erscheinungen vielfältige Untersuchungen und Experimente nötig, die von den Schülerinnen und Schülern selbst durchzuführen sind.

Eine frühzeitige Eingrenzung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs auf Laplace-Experimente dient nicht dem Aufbau tragfähiger Vorstellungen bzw. eines flexiblen Umgangs mit Wahrscheinlichkeiten im Alltag und ist deshalb zu vermeiden.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K4: Verschiedene Formen der Darstellung von Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden</p> <p>K3: Ergebnisse in der entsprechenden Situation interpretieren</p>	<p>DATEN</p> <p>B Daten grafisch aufbereiten, auswerten und interpretieren</p> <ul style="list-style-type: none"> • Spannweite, Median (Zentralwert) • Boxplot 	<p>↗ L1: Zahl und Zahlbereiche: Prozent- und Zinsrechnung</p> <p>📊 Tabellenkalkulation</p> <p>Auch irreführende Darstellungen, z. B. durch unterschiedliche Skalierung der Achsen oder durch unterschiedliche Intervallbreiten bei Säulendiagrammen</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K3: Ergebnisse in der entsprechenden Situation prüfen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>B Datenerhebungen hinsichtlich ihrer Repräsentativität hinterfragen</p> <p>Fachbegriffe: Spannweite, Median, Boxplot</p>	<p>Beispiele angeben, etwa mit zu geringem Stichprobenumfang oder Verletzung des Zufallsprinzips bei der Auswahl</p> <p>→ Seriosität und Datenschutz bei Umfragen, z. B. mittels Telefon oder Internet</p>
<p>K6: Äußerungen von anderen und Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen</p> <p>K2: Probleme mathematisch lösen</p> <p>K4: Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden</p>	<p>ZUFÄLLIGE ERSCHEINUNGEN</p> <p>B Zufällige Erscheinungen erkennen und beschreiben</p> <ul style="list-style-type: none"> • einstufige Zufallsexperimente: Spiele • Prognosen <p>Wahrscheinlichkeiten durch relative Häufigkeiten bei langen Versuchsreihen schätzen</p>	<p>Aus dem Alltag der Schülerinnen und Schüler Z. B. bei Wahlen (auch im schulischen Umfeld) oder zu Chancen beim nächsten Spielzug</p> <p>✂ Bau und Einsatz von Glücksrädern und Zufallsgeräten (z. B. „ungewöhnliche“ Würfel)</p> <p>Gesetz der großen Zahlen – propädeutisch</p> <p>Durchführung und Auswertung von Versuchsreihen, auch mithilfe von Computerprogrammen</p> <p>→ Spiele erfinden und realisieren bzw. „vermarkten“, z. B. Verkauf bei einem Schulfest (Bildende Kunst, Werken)</p> <p>→ Entschlüsselung durch Analyse von Buchstabenhäufigkeiten (Deutsch)</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>B Wahrscheinlichkeiten bei zufälligen Erscheinungen berechnen bzw. deuten</p> <ul style="list-style-type: none"> • Wahrscheinlichkeiten im Alltag • Wahrscheinlichkeit bei Laplace-Experimenten als Verhältnis der Anzahl der günstigen zu den möglichen Ergebnissen <p>Fachbegriffe: Zufallsexperiment, Ergebnis, Wahrscheinlichkeit</p>	<p>Z. B. Niederschlagswahrscheinlichkeit, Tref-ferwahrscheinlichkeit im Fußball</p> <p>Spielsituationen in Gesellschaftsspielen</p>

8 Klassenstufe 9 (Qualifikation der Berufsreife)

Für Schülerinnen und Schüler, die mit der 9. Klassenstufe das Erreichen des Hauptschulabschlusses anstreben, steht die Qualifikation der Berufsreife und die Fortsetzung des Bildungsweges in berufsbezogenen Bildungsgängen im Vordergrund. Neben der Vermittlung neuer inhaltsbezogener Kompetenzen, die sich aus den Leitideen der Bildungsstandards für den Hauptschulabschluss ergeben, liegt der Schwerpunkt des Mathematikunterrichts in der integrierenden und zusammenfassenden Wiederholung sowie in der Vertiefung von Kenntnissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten. Diese sind zum Lösen alltagspraktischer Probleme und realitätsnaher Aufgaben erforderlich, wie sie sich in möglichen Berufsfeldern ergeben können. Es gilt in besonderem Maße, die inhaltsbezogenen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen auf neue Sachverhalte und Bereiche anzuwenden und somit die Basis für lebenslanges Lernen weiter auszubauen. Aus diesen Gründen wird für diese Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 9 ein eigener Lehrplanteil ausgewiesen.

8.1 Hinweise zur Darstellung

Der unterschiedlichen Schwerpunktsetzung folgend gibt es in diesem Lehrplanteil zwei verschiedene Darstellungsformen:

Für neu zu erarbeitende Inhalte wird die Dreispaltigkeit des Rahmenlehrplans beibehalten. Über die Bereiche der Basis (**B**) finden sich mit Blick auf binnendifferenzierende Maßnahmen auch Gebiete aus der Erweiterung (**E**). Um über anwendungsfähiges und anschlussfähiges Wissen zu verfügen, sind diese Inhalte besonders wichtig für Schülerinnen und Schüler, die nach dem Hauptschulabschluss beispielsweise den Mittleren Schulabschluss anstreben oder einen Beruf wählen, der erhöhte mathematische Anforderungen stellt.

Die Lernsequenzen, die sich schwerpunktmäßig der integrierenden Wiederholung und Vertiefung inhaltsbezogener Kompetenzen widmen, orientieren sich an Themenfeldern. Im Rahmenlehrplan werden zwei **Themenfelder** – „Auskommen mit dem Einkommen“ und „Unsere Schule“ – beispielhaft in Form von Mindmaps dargestellt (vgl. Abschnitt 8.6). Es handelt sich um eine Ideensammlung, die keinen Anspruch auf Vollständigkeit erhebt, sondern vielmehr als Anregung zur Weiterarbeit und eigener Schwerpunktsetzung zu sehen ist, die sowohl die Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler als auch die Rahmenbedingungen vor Ort berücksichtigt. Weitere Beispiele für Themenfelder sind: „Ein Haus wird gebaut“, „Bau und Unterhaltung eines Schwimmbads“, „Erschließung eines Neubaugebiets“ oder „Die erste eigene Wohnung“. Die Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten im Rahmen von Themenfeldern entspricht lerntheoretischen Erkenntnissen und ist besonders gut geeignet, inhaltsbezogene und allgemeine mathematische Kompetenzen anzuwenden, zu erweitern und zu vernetzen.

Mit den Themenfeldern können grundsätzlich alle allgemeinen mathematischen Kompetenzen erweitert und vertieft werden. Bei der Auswahl des Themenfeldes spielen auch lerngruppenspezifische Voraussetzungen und Interessen eine Rolle; bei der unterrichtspraktischen Umsetzung bieten sich vielfältige Möglichkeiten individuellen Förderns an.

8.2 Hinweise zur Umsetzung

Die im Unterricht der Klassenstufen 5 bis 8 aufgebauten Wissens- bzw. Erkenntnisstrukturen werden nun in zunehmend komplexeren Problemstellungen angewendet. In der Auseinandersetzung mit gegenwarts- und zukunftsrelevanten Themenfeldern können gezielt bereits bekannte Lösungsstrategien wiederholt, systematisiert, vertieft und ergänzt werden (vgl. Anmerkungen zum Sichern von Grundwissen auf S. 7). Unterschiedliche Lernwege und die Nutzung unterschiedlicher Lösungswege werden zugelassen und gewürdigt. Es soll eine Diskussionskultur weiterentwickelt werden, die gegenseitige Wertschätzung zum Ausdruck bringt und das Zutrauen in die eigene Leistungsfähigkeit stärkt. Darüber hinaus werden soziale Kompetenzen wie Ausdauer, Verantwortungsbereitschaft, Teamfähigkeit und Konfliktfähigkeit weiter gefördert.

Das fachbezogene Lernen soll durch die Zusammenarbeit mit anderen Fächern ergänzt werden. Es ist sinnvoll, den Unterricht zumindest phasenweise gemeinsam zu gestalten bzw. Themen auf-

einander abzustimmen. Mit einer solchen Konzeption und den damit verbundenen Planungs- und Gestaltungsprinzipien zeigt sich die Nähe zum Projektunterricht, für den Aktualität, Lebensnähe, Selbsttätigkeit und eigenverantwortliches Arbeiten, die Entwicklung einer Fragehaltung, das Lernen an außerschulischen Lernorten, das Einbeziehen von Experten und fachübergreifende Aspekte charakteristisch sind.

Festgelegt wird: In der Klassenstufe 9 muss mindestens einmal im Schulhalbjahr ein Themenfeld bearbeitet werden.

8.3 Hinweise zur Arbeit mit den Themenfeldern

In Absprache mit den Schülerinnen und Schülern wird die Schwerpunktsetzung innerhalb eines Themenfeldes gemäß der Lehrplanvorgaben festgelegt. Bevor die Arbeitsphase beginnt, werden die Ideen und Fragen der Lernenden gesammelt. Dies kann z. B. über ein Brainstorming oder die Erstellung einer eigenen Mindmap erfolgen. Mögliche Leitfragen bei der Arbeitsplanung:

- Was genau ist unser Vorhaben?
- Wie viel Zeit steht uns zur Verfügung?
- Welche Themenschwerpunkte sind von besonderem Interesse?
- Was wollen wir am Ende unserer Arbeit wissen?
- Welche mathematischen Kenntnisse und Fertigkeiten brauchen wir dazu?
- Wie können wir Defizite im Grundwissen beheben?
- Was müssen wir neu dazulernen?
- Welche Informationen brauchen wir?
- Wo finden wir Unterstützung?
- Wie soll das Produkt unserer Arbeit aussehen?

8.4 Aufgaben der Fachkonferenz

Zusätzlich zu den mit **B** (Basis) gekennzeichneten Inhalten, die für die Kompetenzentwicklung aller Schülerinnen und Schüler grundlegend sind, können zur inneren Differenzierung auch Inhalte aus den Erweiterungsbereichen (**E**) unterrichtet werden. Die Fachkonferenz stimmt sich ab bezüglich der Auswahl dieser Inhalte für die unterschiedlichen Lerngruppen und arbeitet diese in die entsprechenden schuleigenen Arbeitspläne ein. In Vorlaufklassen für das freiwillige 10. Schuljahr gilt der Lehrplanteil 9 – 10 für den Mittleren Schulabschluss (vgl. Kapitel 9).

Weiterhin obliegt der Fachkonferenz die Aufgabe, Absprachen zu treffen hinsichtlich der Auswahl der Themenfelder sowie der fachlichen und inhaltlichen Schwerpunktsetzung. Dabei sollen insbesondere Möglichkeiten des individuellen Förderns geplant und umgesetzt werden; weiterhin können regional- und schulspezifische Aspekte Beachtung finden. In jedem Fall ist sicherzustellen, dass Schülerinnen und Schüler die Möglichkeiten haben, alle in den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Hauptschulabschluss verbindlich ausgewiesenen allgemeinen und inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen zu erwerben bzw. zu erweitern.

8.5 Leitideen der Klassenstufe 9 (Qualifikation der Berufsreife)

SYMBOLE IN DER INHALTSSPALTE:

B Basis: Diese Inhalte sind für die Kompetenzentwicklung aller Schülerinnen und Schüler grundlegend. Sie konkretisieren die in den Bildungsstandards für den Hauptschulabschluss formulierten Inhalte und sind für das Erreichen der Standards des Hauptschulabschlusses erforderlich.

E Erweiterung: Die zusätzliche Behandlung dieser Inhalte ermöglicht eine weitere Förderung der mathematischen Kompetenzentwicklung und ist für das Erreichen der Standards des Mittleren Schulabschlusses erforderlich.

SYMBOLS IN DER HINWEISSPALTE:

-  Es wird empfohlen, Inhalte dieser Leitidee mit Inhalten anderer Leitideen zu verknüpfen.
-  Verknüpfungen **mit anderen Inhalten oder Leitideen**.
-  Der Pfeil benennt **Verbindungen zu anderen Fächern** oder **Beispiele** aus Bereichen, in denen der fachliche Inhalt eine besondere Rolle spielt.
-  Die Schere symbolisiert **Möglichkeiten praktischen bzw. gestalterischen Arbeitens**.
-  Die Glocke nennt Möglichkeiten für **interessante innermathematische Untersuchungen** oder **Exkurse**.
-  Der stilisierte Computer gibt **Möglichkeiten des Computereinsatzes** an und nennt geeignete Software.

HINWEIS ZU DEN EMPFOHLENE ZEITANSÄTZEN:

Die Zeitansätze beziehen sich auf die neuen Inhalte, die in den Basisbereichen (**B**) ausgewiesen sind. Damit sind ca. 40 % der Unterrichtszeit verplant. Für die Bearbeitung der Themenfelder ist in etwa derselbe Zeitraum anzusetzen. Die übrige Zeit steht für eigene Schwerpunktsetzungen zur Verfügung.

L1: ZAHL UND ZAHLBEREICHE

EMPFOHLENER ZEITANSATZ (NUR B-INHALTE):
8 STUNDEN

Wurden bisher die Umkehrungen der Grundrechenarten betrachtet, so wird nun das Wurzelziehen als Umkehrung des Quadrierens thematisiert. Die Existenz der Quadratwurzel kann an geometrischen Fragestellungen entwickelt werden. Dabei sollen durch anschauliche Verfahren Einsichten in den Prozess der Annäherung gewonnen werden. Mit dem Taschenrechner werden Näherungswerte für Quadratwurzeln ermittelt; auf sinnvolle Genauigkeit ist dabei zu achten.

In den Erweiterungsteilen (E) werden zum einen systematisch durch Iterationsverfahren Näherungswerte für Quadratwurzeln berechnet. Zum anderen wird mit der Verallgemeinerung des Potenzbegriffs auf der Basis 10 auch die n-te Wurzel einer Zahl eingeführt.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K2: Geeignete Strategien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten</p> <p>K3: In dem jeweiligen Modell arbeiten</p> <p>K2: Die Plausibilität der Ergebnisse überprüfen und die Lösungswege reflektieren</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>QUADRATWURZELN</p> <p>B Quadratwurzeln durch Umkehrung des Quadrierens bestimmen oder abschätzen</p> <p>Sachaufgaben lösen, die auf Quadratwurzeln führen, und mit Näherungswerten sinnvoll umgehen</p> <p>Fachbegriff: Quadratwurzel</p>	<p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang</p> <p>Quadratzahlen bis 400 auswendig lernen</p> <p>Prinzip des Einschachtelns</p> <p>Z. B. zu vorgegebenem Flächeninhalt die Seitenlänge eines flächengleichen Quadrates annähern</p> <p>Bei Verwendung des Taschenrechners auf sinnvolle Genauigkeit achten</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K1: Lösungswege beschreiben und begründen</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p>	<p>NÄHERUNGSVERFAHREN</p> <p>E Ein Iterationsverfahren zur Bestimmung irrationaler Wurzeln begründen und ausführen</p>	<p>Intervallschachtelung, Heron-Verfahren</p> <p> Tabellenkalkulation, grafikfähiger Taschenrechner</p>
<p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p> <p>K4: Unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>POTENZEN</p> <p>B Zahlen in Sachsituationen angemessen darstellen, auch als Zehnerpotenzen mit negativem Exponenten</p> <p>Fachbegriffe: Potenz, Basis, Exponent</p>	<p>$10^1 = 10$, $10^0 = 1$, $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$</p> <p>Beispiele aus Makro- und Mikrokosmos</p> <p>Zahldarstellung auf dem Taschenrechner und Computer</p>

➡ L2: MESSEN UND GRÖSSEN

EMPFOHLENER ZEITANSATZ (NUR B-INHALTE):
8 STUNDEN

➡ Es wird empfohlen, die Inhalte dieser Leitidee mit Inhalten anderer Leitideen zu verknüpfen.

Die Berechnungen an Körpern werden auf weitere räumliche Objekte ausgedehnt. In der Basis (**B**) werden Oberflächeninhalt und Volumen von Pyramiden bestimmt, in der Erweiterung (**E**) auch von Kegel und Kugel. Bei der Volumenbestimmung sollen experimentelle Methoden zum Einsatz kommen. Es ist nicht daran gedacht, alle Formeln zu erarbeiten, vielmehr sollen die Schülerinnen und Schüler auch den Umgang mit einer Formelsammlung üben. Reflektierend soll der Aufbau der Formeln für Oberflächeninhalt und Volumen gerader und spitzer Körper betrachtet werden. Mit der Herstellung entsprechender Körper wird durch den Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungen (Schrägbild, Netz und Modell) das räumliche Vorstellungsvermögen geschult (vgl. L3 „Raum und Form“).

Während bislang die Schülerinnen und Schüler Streckenlängen nur aus maßstabsgerechten Zeichnungen entnehmen können, stehen in der Erweiterung (**E**) mit den Strahlensätzen nun Techniken zur Verfügung, Streckenlängen zu berechnen. Vielfältige Sachsituationen und Messmethoden unterstreichen die Einsatzmöglichkeiten etwa auch bei der Vermessung.

Beim Gebrauch der Fachsprache ist zwischen Objekt und Objekteigenschaft (z. B. Fläche und Flächeninhalt) zu unterscheiden.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K2: Vorgegebene Probleme bearbeiten</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p>	<p>BERECHNUNGEN AN KÖRPERN</p> <p>B Volumen und Oberflächeninhalt bestimmen</p> <ul style="list-style-type: none"> Pyramide 	<p>➡ L3: Raum und Form (Körper und ihre Darstellungen)</p> <p>Experimentelle Bestimmung, z. B. durch Wasserverdrängung oder Umfüllen</p> <p>Im Zusammenhang mit dem Kegelvolumen kann das Grundprinzip der Volumenberechnung spitzer Körper ($\frac{1}{3} \cdot \text{Grundfläche} \cdot \text{Höhe}$) bewusstgemacht werden</p> <p>Herstellen der Körper aus den zugehörigen Netzen</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p> <p>K3: Ergebnisse entsprechend der Situation interpretieren und prüfen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>E Berechnungen von einfachen und zusammengesetzten Körpern (auch in Sachsituationen) durchführen</p> <p>Fachbegriffe: Mantel, Mantellinie, Mantelfläche</p>	<p>Formelsammlung</p> <p>→ Die Erde als Kugel (Erdkunde)</p>
<p>K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern</p> <p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K3: Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>STRAHLENSÄTZE</p> <p>E Beziehungen zwischen Streckenlängen zentrisch gestreckter Figuren herstellen (Strahlensätze) und in Sachsituationen anwenden</p> <p>Fachbegriffe: 1. und 2. Strahlensatz</p>	<p>↗ L3: Raum und Form (Geometrische Abbildungen)</p> <p>Verschiedene Methoden der Messung unzugänglicher Strecken</p> <p>Förderdreieck, Jakobsstab, Messkeil, Proportionalzirkel</p> <p>DIN-Papierformate</p> <p>📏 Messungen im Gelände</p>

L3: RAUM UND FORM

EMPFOHLENER ZEITANSATZ (NUR B-INHALTE):
28 STUNDEN

→ Es wird empfohlen, die Inhalte dieser Leitidee mit Inhalten anderer Leitideen zu verknüpfen.

Wurden in den Klassenstufen 7 und 8 die Kongruenzabbildungen behandelt, so erzeugen Schülerinnen und Schüler nun in der Basis (**B**) ähnliche Figuren. Darauf aufbauend werden in der Erweiterung (**E**) zentrische Streckungen durchgeführt und analysiert sowie der funktionale Aspekt deutlich gemacht. Neben der Konstruktion per Hand wird auch dynamische Geometriesoftware eingesetzt.

Die Aussage des Satzes von Pythagoras leiten Schülerinnen und Schüler im Bereich der Basis (**B**) anschaulich her. Bei der Anwendung in Sachsituationen erfahren sie die praktische Bedeutung des Satzes bei der Berechnung von Längen. Ergänzend wird auch die geometrische Bedeutung durch Visualisierung über Flächeninhalte („Pythagorasfigur“) bewusst gemacht. In der Erweiterung (**E**) wird über die anschauliche Herleitung hinaus ein Beweisverfahren erarbeitet und präsentiert.

Schrägbilder und Netze von Pyramide und Kegel werden erarbeitet und im Zusammenhang mit Berechnungen an diesen Körpern (vgl. L2 „Messen und Größen“) genutzt.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen	GEOMETRISCHE ABBILDUNGEN B Ähnliche Figuren durch Vergrößern bzw. Verkleinern erzeugen	Beispiele aus dem Alltag, z. B. Modellautos, Matrioschka-Puppen, Schattenprojektionen Winkelinvarianz nutzen → Anfertigen maßstabgerechter Zeichnungen (Arbeitslehre, Technisches Zeichnen) → Pantograf (Storchenschnabel) bauen und anwenden (Werken)

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K6: Überlegungen und Ergebnisse verständlich darstellen und präsentieren</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>B Auswirkungen maßstabsgetreuer Vergrößerungen und Verkleinerungen auf Winkelgrößen, Streckenlängen und Flächeninhalt untersuchen und beschreiben</p> <p>Fachbegriff: Ähnlich</p> <p>E Zentrische Streckungen durchführen und hinsichtlich ihrer Bestimmungsstücke untersuchen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Streckfaktor • Streckzentrum <p>Fachbegriffe: Zentrische Streckung; Streckfaktor, Streckzentrum</p>	<p>Irreführende Darstellungen in Bilddiagrammen</p> <p>→ Beleuchtungsstärke in Abhängigkeit von der Entfernung zur Lichtquelle (Physik)</p> <p>Auch negative Streckfaktoren benutzen</p> <p>→ Zentralperspektive (Bildende Kunst)</p> <p> Dynamische Geometriesoftware</p>

<p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K3: Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K6: Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien</p>	<p>SATZ DES PYTHAGORAS</p> <p>B Den Satz von Pythagoras begründen und in Sachsituationen anwenden</p> <p>Fachbegriffe: Hypotenuse, Kathete</p> <p>E Einen Beweis zum Satz des Pythagoras erarbeiten und verständlich darstellen</p>	<p>Anschauliche Herleitung, z. B. über Kästchenzählen oder Flächenzerlegungen</p> <p>Visualisierung über Flächeninhalte („Pythagorasfigur“)</p> <p>→ Ägyptische Seilspanner (Geschichte)</p> <p>→ Leben und Bedeutung von Pythagoras (Geschichte)</p> <p> Dynamische Geometriesoftware</p> <p> Pythagoräische Zahlentripel</p>
<p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen und zwischen ihnen wechseln</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p>	<p>KÖRPER UND IHRE DARSTELLUNGEN</p> <p>B Schrägbilder und Netze zeichnen und Beziehungen herstellen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pyramide • Kegel 	<p> L2: Messen und Größen (Berechnungen an Körpern)</p> <p>Schrägbild des Kegels nur skizzieren</p> <p> Herstellung der Körper</p>

L4: FUNKTIONALER ZUSAMMENHANG

EMPFOHLENER ZEITANSATZ (NUR B-INHALTE):
-- STUNDEN

Hinweis: Diese Leitidee enthält nur Themen, die zur Erweiterung (E) gehören.

Bereits in den Klassenstufen 7 und 8 wurden Zuordnungen und Funktionen thematisiert. Nun werden insbesondere solche Sachsituationen thematisiert und untersucht, die mithilfe nicht-linearer Funktionen (z. B. quadratische Funktionen) beschrieben werden können. Gemeinsame Eigenschaften können in der Auseinandersetzung mit Sachsituationen bewusst gemacht werden. Mithilfe elektronischer Medien wie Tabellenkalkulation, Funktionsplotter oder grafikfähiger Taschenrechner können Sachprobleme auch grafisch gelöst werden.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K3: Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen</p> <p>K6: Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien</p>	<p>NICHT-LINEARE FUNKTIONEN</p> <p>E In Sachsituationen nicht-lineare Funktionen erkennen, von anderen funktionalen Zusammenhängen unterscheiden und nutzen</p> <ul style="list-style-type: none"> • quadratische Funktionen • nicht-lineare Wachstumsfunktionen 	<p>📊 Tabellenkalkulation</p> <p>Z. B. Seitenlänge eines Quadrats → Flächeninhalt, Geschwindigkeit → Bremsweg → Maximale Wurfhöhe und -weite (Physik)</p> <p>Brückenkonstruktionen</p> <p>Z. B. bei Kapital, Erdbevölkerung, Bakterienkulturen</p> <p>Z. B. Abbau von Wirkstoffen, radioaktiver Zerfall</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K5: Mit Funktionen, Diagrammen und Tabellen arbeiten</p> <p>K1: Lösungswege beschreiben und begründen</p>	<p>LINEARE GLEICHUNGSSYSTEME</p> <p>E Sachaufgaben, die auf lineare Gleichungssysteme mit zwei Gleichungen und zwei Variablen führen, grafisch oder durch systematisches Probieren lösen</p>	<p>Z. B. Vergleich von Tarifen, Bewegungsaufgaben</p>

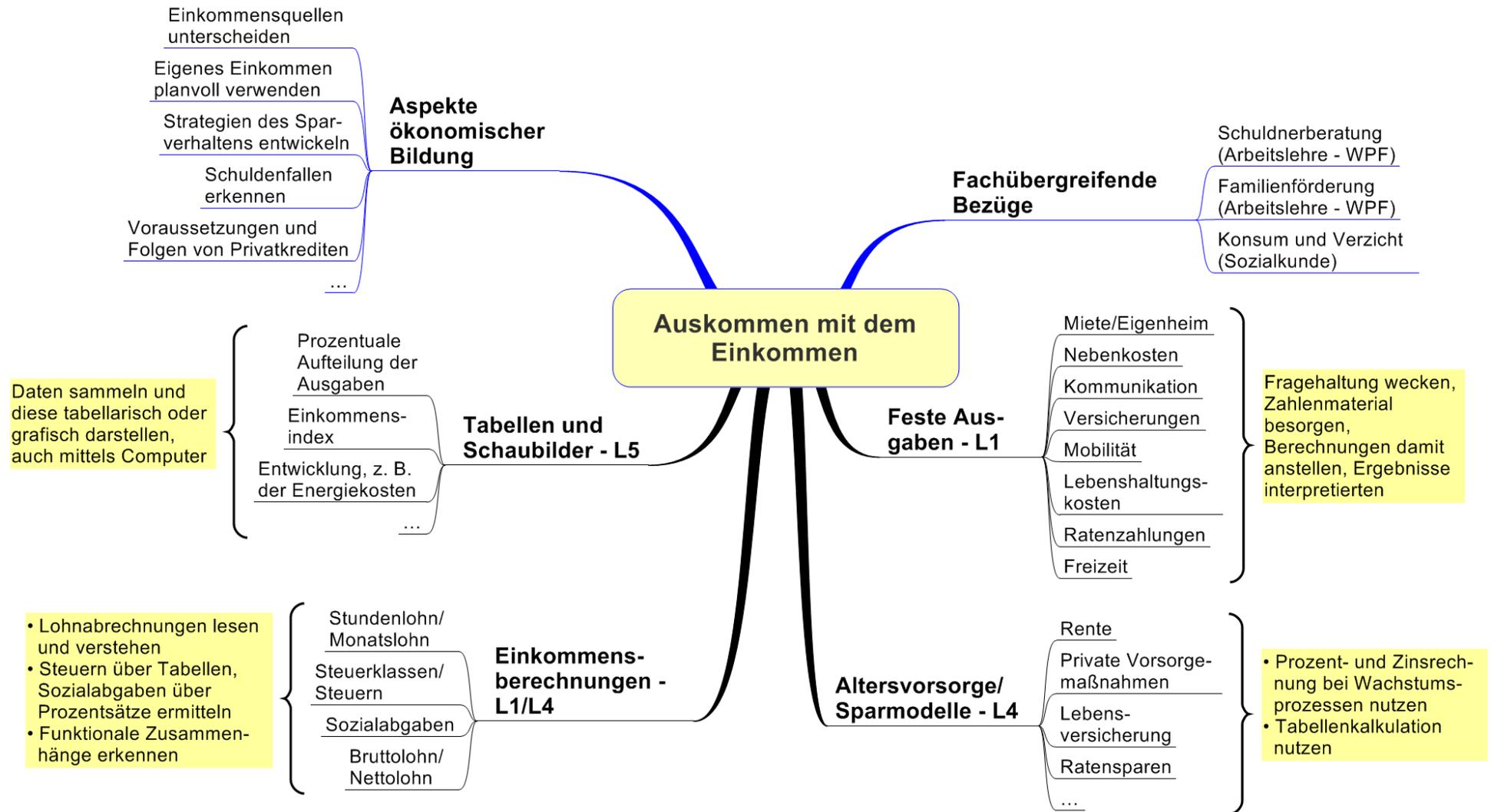
L5: DATEN UND ZUFALL

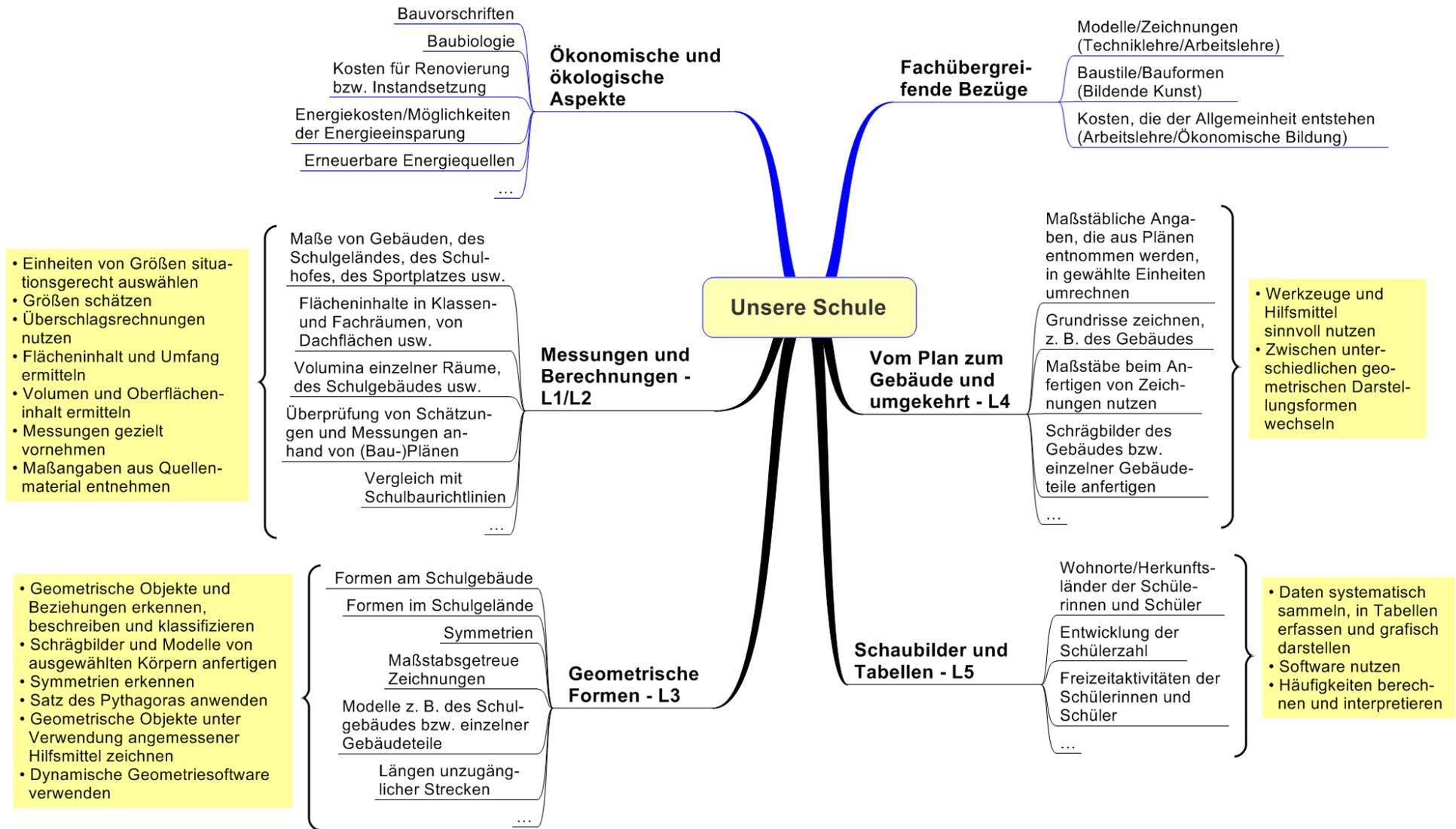
EMPFOHLENER ZEITANSATZ (NUR B-INHALTE):
12 STUNDEN

In den Klassenstufen 7 und 8 wurden Zufallsversuche bzw. statistische Erhebungen hinsichtlich der Häufigkeit bzw. Wahrscheinlichkeit nur eines Merkmals untersucht. Betrachtet man jedoch insbesondere bei statistischen Erhebungen gleichzeitig zwei Merkmale, so lassen sich die dazugehörigen Häufigkeits- bzw. Wahrscheinlichkeitsverteilungen in Form von Vierfeldertafeln notieren. In diesem Zusammenhang bieten aktuelle Pressemeldungen, die unvollständige Daten beinhalten, die Gelegenheit, Informationen zu verarbeiten sowie darzustellen, Angaben zu vervollständigen und Sachverhalte zu interpretieren.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K4: Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden</p> <p>K6: Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>DATEN</p> <p>B Statistische Daten aus Quellen herauslesen, darstellen und interpretieren</p> <ul style="list-style-type: none"> • Vierfeldertafeln <p>Fachbegriff: Vierfeldertafel</p>	<p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang Z. B. Wachstum der Weltbevölkerung, Ausbreitung von Krankheiten</p> <p>Zuverlässigkeit von Tests (z. B. Gesundheitstest, Produktionskontrollen)</p>

8.6 Beispiele für Themenfelder





9 Klassenstufen 9 und 10 (Mittlerer Schulabschluss)

9.1 Hinweise zur Darstellung

Während in Kapitel 8 die Bildungsstandards für den Hauptschulabschluss (Klassenstufe 9) als Grundlage dienen, ist der Lehrplanteil für die Klassenstufen 9 und 10 auf das Erreichen der Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss ausgerichtet. Seine Vorgaben gelten damit für alle Schülerinnen und Schüler, die diesen Abschluss anstreben.

Beide Lehrplanteile zielen auf die Ausbildung derselben allgemeinen mathematischen Kompetenzen für alle Schülerinnen und Schüler. Die Lehrplanteile unterscheiden sich aber – orientiert an den jeweiligen Bildungsstandards für den Hauptschul- bzw. den Mittleren Schulabschluss – hinsichtlich der angestrebten inhaltlichen Kompetenzen und entsprechender didaktischer und methodischer Folgerungen. Die mit **B** („Basis“) gekennzeichneten Inhalte konkretisieren die in den Bildungsstandards für den Hauptschulabschluss formulierten Inhalte und sind damit für alle Schülerinnen und Schüler verbindlich. Mit **E** („Erweiterung“) werden solche Inhalte gekennzeichnet, mit deren Behandlung eine weitere Förderung der mathematischen Kompetenzentwicklung erfolgen kann. Die zusätzliche Behandlung dieser Inhalte ist für das Erreichen der Standards des Mittleren Schulabschlusses erforderlich. Mit **V** („Vertiefung“) werden zusätzliche Inhalte ausgewiesen, bei deren Behandlung stärker systematisches Denken und Arbeiten entwickelt werden kann und die für den Übergang in die gymnasiale Oberstufe mit Blick auf das Erreichen der „Standards für das Abitur“ (EPA) benötigt werden.

Im Sinne des individuellen Förderns ist darauf zu achten, den Schülerinnen und Schülern einer Lerngruppe ein differenziertes Lernangebot bereitzustellen und damit eine optimale Kompetenzausprägung jedes Lernenden anzustreben. Insbesondere muss Schülerinnen und Schülern, die nach dem Erreichen des Mittleren Schulabschlusses die gymnasiale Oberstufe besuchen wollen, ein Einblick in die Arbeitsweise der gymnasialen Oberstufe gegeben werden sowie Entscheidungshilfen für die Wahl der jeweiligen Leistungsfächer; dazu zählt z. B. eine Betrachtung mathematischer Sachverhalte unter stärkerer Betonung des funktionalen Zusammenhangs und die Thematisierung weiterer Beweisideen und -methoden. Weitere Hinweise zum individuellen Fördern finden sich in Abschnitt 7.2.

Daneben dient vor allem das zehnte Schuljahr auch der Wiederholung und Zusammenführung mathematischer Lernbereiche. Dadurch und durch die Bearbeitung komplexer anwendungsbezogener Aufgabenstellungen werden insbesondere diejenigen Lernenden gefördert, die nach dem Erreichen des Mittleren Bildungsabschlusses eine berufliche Ausbildung anstreben. Anregungen finden sich z. B. in dem in den Abschnitten 8.1 und 8.6 vorgestellten Konzept der Themenfelder.

Die Spalte „Hinweise und Vernetzung“ macht an geeigneten Stellen Verbindungen zwischen den Leitideen deutlich. Dies geschieht durch Aufzeigen von Querverbindungen oder von Integrationsmöglichkeiten von Inhalten einer Leitidee in eine andere Leitidee. Weiterhin finden sich dort Konkretisierungen zur didaktisch-methodischen Konzeption des Rahmenlehrplans (vgl. Kapitel 3).

Als Orientierungshilfe sind größere Inhaltsbereiche der Leitideen mit empfohlenen Zeitansätzen versehen. Diese verdeutlichen, in welchem Umfang und mit welcher Intensität die einzelnen Bereiche unterrichtet werden sollen.

9.2 Hinweise zur Umsetzung und Aufgaben der Fachkonferenz

Für die verpflichtenden Inhalte, an denen Kompetenzen der Bildungsstandards erworben werden sollen, sind für die Klassenstufen 9 und 10 insgesamt 180 Unterrichtsstunden² vorgesehen. Das sind etwa zwei Drittel der im Mittel zur Verfügung stehenden Unterrichtszeit, in die bereits gemäß der didaktisch-methodischen Konzeption (vgl. Kapitel 3) vielfältige Möglichkeiten des Lernens und Lehrens integriert werden müssen. Damit verzahnt sollen in der verbleibenden Zeit die Kompetenzen vertieft und erweitert sowie Maßnahmen der individuellen Förderung, projekt- und handlungsorientiertes Arbeiten und die verstärkte Sicherung der mathematischen Grundbildung durchgeführt werden.

² Die Kontingenzstundentafel sieht für die Klassenstufen 7 bis 10 je nach Schulart 15 bzw. 16 Wochenstunden vor.

Wie bereits in den Klassenstufen 7 und 8 arbeiten Schülerinnen und Schüler mindestens einmal pro Schuljahr in einer Lernsequenz mit Tabellenkalkulation oder dynamischer Geometriesoftware (zum verpflichtenden Arbeiten mit elektronischen Medien vgl. Abschnitt 4.5). Hierbei sollen auch zugrunde liegende Algorithmen thematisiert und Strukturen bewusst gemacht werden.

Zur Umsetzung trifft die Fachkonferenz auf der Grundlage des Rahmenlehrplans **Abspraken**, die die spezifische Situation an der Schule berücksichtigen und die auch in den schuleigenen Arbeitsplan einfließen können. Diese Absprachen beinhalten für die Klassenstufen 9 und 10 insbesondere:

- Planen einer sinnvollen Abfolge einzelner Teilabschnitte aus den Leitideen,
- Erstellen eines Grundwissenskatalogs und Entwickeln von Maßnahmen zur Sicherung des Grundwissens (vgl. Abschnitt 3.2),
- Planen der Nutzung von Tabellenkalkulation und dynamischer Geometriesoftware sowie evtl. weiterer Software (vgl. Abschnitte 4.2 bis 4.4),
- Entscheiden über den Einsatz einer – evtl. selbst erstellten – Formelsammlung;
- Formulieren altersgemäß gestalteter Aufgaben (z. B. Öffnung und Variation) im Sinne der Bildungsstandards und Erwartungshorizonte (vgl. Abschnitt 3.2),
- Entwickeln von Maßnahmen und Materialien zum individuellen Fördern (vgl. Abschnitt 3.1),
- Abstimmen gemeinsamer Unterrichtsvorhaben zum situierten Lernen (vgl. Abschnitt 3.3),
- Abstimmen der Leistungsanforderungen (z. B. für Parallelarbeiten; vgl. Kapitel 5).

9.3 Leitideen der Klassenstufen 9 und 10 (Mittlerer Schulabschluss)

SYMBOLE IN DER INHALTSSPALTE:

- B** Basis: Diese Inhalte sind für die Kompetenzentwicklung aller Schülerinnen und Schüler grundlegend. Sie konkretisieren die in den Bildungsstandards für den Hauptschulabschluss formulierten Inhalte und sind für das Erreichen der Standards des Hauptschulabschlusses erforderlich.
- E** Erweiterung: Die zusätzliche Behandlung dieser Inhalte ermöglicht eine weitere Förderung der mathematischen Kompetenzentwicklung und ist für das Erreichen der Standards des Mittleren Schulabschlusses erforderlich.
- V** Vertiefung: Damit werden zusätzliche Inhalte ausgewiesen, bei deren Behandlung stärker systematisches Denken und Arbeiten entwickelt werden kann und die für den Übergang in die gymnasiale Oberstufe mit Blick auf das Erreichen der „Standards für das Abitur“ (EPA) benötigt werden.

SYMBOLE IN DER HINWEISSPALTE:

-  Es wird empfohlen, Inhalte dieser Leitidee mit Inhalten anderer Leitideen zu verknüpfen.
-  Verknüpfungen **mit anderen Inhalten oder Leitideen**.
-  Der Pfeil benennt **Verbindungen zu anderen Fächern** oder **Beispiele** aus Bereichen, in denen der fachliche Inhalt eine besondere Rolle spielt.
-  Die Schere symbolisiert **Möglichkeiten praktischen bzw. gestalterischen Arbeitens**.
-  Die Glocke nennt Möglichkeiten für **interessante innermathematische Untersuchungen** oder **Exkurse**.
-  Der stilisierte Computer gibt **Möglichkeiten des Computereinsatzes** an und nennt geeignete Software.

L1: ZAHL UND ZAHLBEREICHE

EMPFOHLENER ZEITANSATZ:
28 STUNDEN

Wurden bisher die Umkehrungen der Grundrechenarten betrachtet, so werden nun die Umkehrungen des Potenzierens thematisiert. Die Existenz der Quadratwurzel kann an geometrischen Fragestellungen entwickelt werden. Dabei sollen durch anschauliche Verfahren Einsichten in den Prozess der Annäherung gewonnen werden. Mit dem Taschenrechner werden Näherungswerte für Quadratwurzeln ermittelt; auf sinnvolle Genauigkeit ist dabei zu achten. In den Erweiterungsteilen (**E**) werden systematisch durch Iterationsverfahren Näherungswerte für Quadratwurzeln und auch für die Kreiszahl π berechnet. Im Bereich der Vertiefung (**V**) werden anhand dieser Iterationsverfahren Kennzeichen eines Algorithmus erarbeitet.

Der Nachweis der Irrationalität einzelner Quadratwurzeln wird in der Erweiterung (**E**) thematisiert und damit der Zahlbereich der reellen Zahlen eingeführt. Es bietet sich an, die bisherigen Zahlbereichserweiterungen ins Bewusstsein zu rücken und darauf hinzuweisen, dass auch mit den reellen Zahlen nicht alle Gleichungen lösbar sind (z. B. $x^2 = -1$). In der Vertiefung (**V**) wird darüber hinaus die Dezimaldarstellung reeller Zahlen untersucht.

In der Erweiterung (**E**) werden mit der Verallgemeinerung des Potenzbegriffs auch die beiden möglichen Umkehroperationen – die n-te Wurzel und der Logarithmus einer Zahl – eingeführt. Auf ausgedehnte Übungsphasen bei Potenz- und Wurzeltermen ist zu verzichten; das Rechnen mit Logarithmen beschränkt sich auf das Lösen einfacher Exponentialgleichungen, wie sie in Anwendungsbezügen auftreten (vgl. L4 „Funktionaler Zusammenhang: Nicht-lineare Funktionen“).

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K2: Geeignete Strategien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten</p> <p>K3: In dem jeweiligen Modell arbeiten</p> <p>K2: Die Plausibilität der Ergebnisse überprüfen und die Lösungswege reflektieren</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p>	<p>QUADRATWURZELN – REELLE ZAHLEN</p> <p>B Quadratwurzeln durch Umkehrung des Quadrierens bestimmen oder abschätzen</p> <p>Sachaufgaben lösen, die auf Quadratwurzeln führen, und mit Näherungswerten sinnvoll umgehen</p>	<p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang: Nicht-lineare Funktionen</p> <p>Quadratzahlen bis 400 auswendig lernen</p> <p>Prinzip des Einschachtelns</p> <p>Z. B. zu vorgegebenem Flächeninhalt die Seitenlänge eines flächengleichen Quadrates annähern</p> <p>Bei Verwendung des Taschenrechners auf sinnvolle Genauigkeit achten</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K4: Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten anwenden, interpretieren und unterscheiden</p> <p>K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern</p>	<p>V Dezimaldarstellung rationaler und irrationaler Zahlen miteinander vergleichen</p>	<p>„Dicht-Liegen“ und Mächtigkeit rationaler Zahlen auf der Zahlengeraden</p>
<p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K1: Lösungswege beschreiben und begründen</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p> <p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K1: Lösungswege beschreiben und begründen</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p> <p>K6: Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien</p>	<p>NÄHERUNGSVERFAHREN</p> <p>E Ein Iterationsverfahren zur Bestimmung irrationaler Wurzeln begründen und ausführen</p> <p>Ein Iterationsverfahren zur Bestimmung von π begründen und ausführen, auch mit geeigneter Software</p>	<p>Intervallschachtelung, Heron-Verfahren</p> <p> Tabellenkalkulation, grafikfähiger Taschenrechner</p> <p>Einsatz von Tabellenkalkulation oder Geometriesoftware</p> <p> L5: Daten und Zufall Monte-Carlo-Methode</p> <p> Geschichtliches zur Zahl π</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K3: Verwendete mathematische Verfahren reflektieren und kritisch beurteilen</p> <p>K5: Symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt</p>	<p>V Verfahren hinsichtlich der Merkmale eines Algorithmus analysieren</p>	<p>Ausführbar, eindeutig, endlich</p> <p>→ Algorithmusbegriff (Informatik)</p>
<p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K5: Mit Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen arbeiten</p> <p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p> <p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p> <p>K4: Unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln</p> <p>K5: Mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen, Tabellen arbeiten</p> <p>K4: Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten anwenden</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K5: Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen</p>	<p>POTENZIEREN UND ENTSPRECHENDE UMKEHRUNGEN</p> <p>E Die Erweiterung von Potenzen auf negative und gebrochene Exponenten erläutern und dabei notwendige Definitionen beachten</p> <p>Zahlen in Zehnerpotenzschreibweise darstellen und damit umgehen</p> <p>Potenzgesetze bei Termumformungen anwenden</p> <p>Zusammenhänge zwischen Potenzieren, Wurzelziehen und Logarithmieren erkennen, interpretieren und nutzen</p>	<p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang: Nicht-lineare Funktionen</p> <p>$a^1 = a, a^0 = 1, a^{-n} = \frac{1}{a^n}$</p> <p>$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$</p> <p>Auch auf einschränkende Bedingungen achten</p> <p>Beispiele aus Makro- und Mikrokosmos</p> <p>Zahldarstellung auf dem Taschenrechner und Computer</p> <p>Ausgedehnte Übungsphasen sind zu vermeiden</p> <p>Zwischen Lösung(en) der Gleichung $x^n = a$ und $\sqrt[n]{a}$ unterscheiden</p> <p>$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$ (für $a, b \geq 0$ und $a \neq 1$)</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p>	<p>E Fachbegriffe: Potenz, Basis, Exponent n-te Wurzel, Logarithmus</p> <p>V Die Gültigkeit eines Potenzgesetzes für rationale Exponenten begründen</p> <p>Das Logarithmengesetz $\log(a^x) = x \cdot \log(a)$ begründen</p>	<p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang (Exponentialfunktionen)</p>

→ Es wird empfohlen, die Inhalte dieser Leitidee mit Inhalten anderer Leitideen zu verknüpfen.

Während bislang die Schülerinnen und Schüler Streckenlängen nur aus maßstabsgerechten Zeichnungen entnehmen können, stehen mit den Strahlensätzen nun Techniken zur Verfügung, Streckenlängen zu berechnen. Vielfältige Sachsituationen und Messmethoden unterstreichen die Einsatzmöglichkeiten etwa auch bei der Vermessung. Alternativ zur elementargeometrischen Einführung können die Strahlensätze auch im Zusammenhang mit der zentrischen Streckung als deren Eigenschaften abgeleitet werden (vgl. L3 „Raum und Form“).

In diesem Zusammenhang treten immer wieder einfache Bruchgleichungen auf, wobei ein elementares Lösungsverfahren und die Besonderheiten dieser Gleichungen (Definitions- und Lösungsmenge) thematisiert werden. Im Bereich der Vertiefung (**V**) werden zum einen die Umkehrungen der Strahlensätze untersucht und zum anderen einfache Bruchgleichungen mit Parametern gelöst. Umfangreiche Übungen im Umgang mit Bruchtermen, insbesondere auch das Addieren und Subtrahieren solcher Terme, sind dazu nicht erforderlich.

Die Einführung in die Trigonometrie kann entweder über Beziehungen der Seitenlängen im rechtwinkligen Dreieck und deren anschließende Erweiterung auf Winkelgrößen über 90° erfolgen oder über die Betrachtung trigonometrischer Funktionen zur Beschreibung periodischer Vorgänge (vgl. L4 „Funktionaler Zusammenhang: Nicht-lineare Funktionen“). Bei der Betrachtung trigonometrischer Funktionen fällt auf, dass die Funktionsargumente Winkelgrößen und keine reellen Zahlen sind. Dazu wird in der Vertiefung (**V**) das Bogenmaß als weiteres Winkelmaß eingeführt.

Die Berechnungen an Körpern werden auf weitere räumliche Objekte ausgedehnt. In der Basis (**B**) werden Oberflächeninhalt und Volumen von Pyramiden bestimmt, in der Erweiterung (**E**) auch von Kegel und Kugel. Bei der Volumenbestimmung sollen auch experimentelle Methoden zum Einsatz kommen. Weiterhin ist nicht daran gedacht, alle Formeln herzuleiten, vielmehr sollen die Schülerinnen und Schüler sich gerade bei Anwendungsaufgaben auch im Umgang mit einer Formelsammlung üben. Reflektierend soll der Aufbau der Formeln für Oberflächeninhalt und Volumen gerader und spitzer Körper betrachtet werden. Mit der Herstellung entsprechender Körper wird durch den Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungen (Schrägbild, Netz und Modell) das räumliche Vorstellungsvermögen geschult (vgl. L3 „Raum und Form“).

Beim Gebrauch der Fachsprache ist zwischen Objekt und Objekteigenschaft (z. B. Fläche und Flächeninhalt) zu unterscheiden.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K3: Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen</p> <p>K5: Mit Variablen, Termen und Gleichungen arbeiten</p> <p>K1: Lösungswege beschreiben und begründen</p> <p>K5: Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>STRAHLENSÄTZE</p> <p>E Beziehungen zwischen Streckenlängen zentrisch gestreckter Figuren herstellen (Strahlensätze) und in Sachsituationen anwenden</p> <p>Einfache Bruchgleichungen unter Beachtung der Definitionsmenge lösen</p> <p>Fachbegriffe: 1. und 2. Strahlensatz, Bruchgleichung, Definitionsmenge</p>	<p>⇒ L3: Raum und Form (Geometrische Abbildungen)</p> <p>Verschiedene Methoden der Messung unzugänglicher Strecken</p> <p>Försterdreieck, Jakobsstab, Messkeil, Proportionalzirkel</p> <p>DIN-Papierformate</p> <p>📏 Messungen im Gelände</p> <p>Gemeint sind damit solche Bruchgleichungen, wie sie bei Verwendung der Strahlensätze auftreten können, z. B. $\frac{x}{2-x} = \frac{5}{3}$</p> <p>Strategie: Multiplikation mit den Nennern</p> <p>Exemplarisch soll bewusst werden, dass vor Angabe der Lösungsmenge entweder die Probe erforderlich oder die Definitionsmenge zu beachten ist</p> <p>⇒ L4: Funktionaler Zusammenhang: Terme und Gleichungen</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K6: Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren</p> <p>K5: Mit Variablen, Termen und Gleichungen arbeiten</p> <p>K1: Lösungswege beschreiben und begründen</p>	<p>V Zwischen den Strahlensätzen und deren Umkehrungen unterscheiden und deren Gültigkeit untersuchen</p> <p>Einfache Bruchgleichungen mit Parametern lösen, bei denen eine Fallunterscheidung erforderlich ist</p>	<p>↗ L3: Raum und Form (Geometrische Abbildungen)</p> <p>Gegenbeispiel zur Umkehrung des 2. Strahlensatzes</p> <p>Beschränkung auf einen Parameter möglich → Linsengleichung (Physik)</p>
<p>K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p>	<p>TRIGONOMETRISCHE BEZIEHUNGEN</p> <p>E Verhältnisse in ähnlichen rechtwinkligen Dreiecken bestimmen und damit Winkel und Seitenlängen in rechtwinkligen Dreiecken berechnen</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$ • $\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$ • $\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$ 	<p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang (Trigonometrische Funktionen)</p> <p>Je nach gewähltem Zugang handelt es sich um die Einführung der trigonometrischen Funktionen oder um die Anwendung auf rechtwinklige Dreiecke</p> <p>📱 Näherungswerte am Einheitskreis mit dynamischer Geometriesoftware</p> <p>→ Snelliussches Brechungsgesetz (Physik)</p> <p>Umgang mit dem Taschenrechner</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K5: Mit Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen arbeiten</p> <p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K2: Geeignete Strategien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K6: Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>E Beziehungen zwischen Sinus, Kosinus und Tangens für spitze Winkel erarbeiten</p> <p>Sachaufgaben unter Verwendung trigonometrischer Beziehungen lösen</p> <p>Fachbegriffe: Sinus, Kosinus, Tangens, Ankathete, Gegenkathete, Hypotenuse</p>	$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ $(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$ $\sin \alpha = \cos (90^\circ - \alpha)$ <p>Werte für besondere Winkel kennen: 0°, 30°, 45°, 60°, 90°</p> <p>Z. B. Höhe einer angelehnten Leiter, Steigungswinkel, Schattenwurf</p> <p>Sinus- oder Kosinussatz können im Sinne des Problemlösens exemplarisch erarbeitet und angewendet werden</p> <p> Messungen mit dem Theodoliten</p>
<p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p>	<p>BOGENMASS</p> <p>V Winkelgrößen vom Gradmaß ins Bogenmaß umrechnen und umgekehrt</p> <p>Werte von Sinus, Kosinus und Tangens für Winkel im Bogenmaß angeben</p>	<p> L4: Funktionaler Zusammenhang (Trigonometrische Funktionen)</p> <p>Einfache Winkelgrößen, z. B. 30°, 45°, 60°, 90°, auch im Kopf als Vielfache von π</p> <p>Visualisierung am Einheitskreis</p> <p>Umgang mit dem Taschenrechner</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden	V Fachbegriff: Bogenmaß	
<p>K2: Vorgegebene Probleme bearbeiten</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p> <p>K3: Ergebnisse entsprechend der Situation interpretieren und prüfen</p> <p>K2: Vorgegebene Probleme bearbeiten</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p>	<p>BERECHNUNGEN AN KÖRPERN</p> <p>B Volumen und Oberflächeninhalt bestimmen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pyramide <p>Berechnungen von einfachen und zusammengesetzten Körpern (auch in Sachsituationen) durchführen</p> <p>E Volumen und Oberflächeninhalt bestimmen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kegel • Kugel 	<p>⇒ L3: Raum und Form (Körper und ihre Darstellungen)</p> <p>Experimentelle Bestimmung, z. B. durch Wasserverdrängung oder Umfüllen</p> <p>Im Zusammenhang mit dem Kegelvolumen kann das Grundprinzip der Volumenberechnung spitzer Körper ($\frac{1}{3} \cdot \text{Grundfläche} \cdot \text{Höhe}$) bewusstgemacht werden</p> <p>Herstellen der Körper aus den zugehörigen Netzen</p> <p>Formelsammlung</p> <p>Z. B. Kirchtürme und Verpackungen</p> <p>→ Arbeitslehre/Technisches Zeichnen</p> <p>🔔 Die Pyramiden am Nil</p> <p>→ Bestimmen von Volumina durch Wasserverdrängung (Physik)</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K6: Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien</p> <p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p> <p>K3: Ergebnisse entsprechend der Situation interpretieren und prüfen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>E Formeln herleiten</p> <ul style="list-style-type: none"> • Volumen der Pyramide • Oberflächeninhalt des Kegels <p>Berechnungen von einfachen und zusammengesetzten Körpern (auch in Sachsituationen) durchführen</p> <p>Fachbegriffe: Mantel, Mantellinie, Mantelfläche</p>	<p>Z. B. mithilfe des Satzes von Cavalieri</p> <p>Netz und Schrägbild eines Kegels analysieren (Grundfläche, Mantelfläche, Mantellinie)</p> <p>Formelsammlung</p> <p>→ Die Erde als Kugel (Erdkunde)</p> <p>→ Bergmannsche Regel (Biologie)</p> <p> Verpackungen</p>

→ Es wird empfohlen, die Inhalte dieser Leitidee mit Inhalten anderer Leitideen zu verknüpfen.

Wurden in den Klassenstufen 7 und 8 die Kongruenzabbildungen behandelt, so erzeugen Schülerinnen und Schüler nun in der Basis (**B**) ähnliche Figuren. Darauf aufbauend werden in der Erweiterung (**E**) zentrische Streckungen durchgeführt und analysiert sowie der funktionale Aspekt deutlich gemacht. Die Strahlensätze (vgl. L2 „Messen und Größen“) können dabei als Eigenschaften zentrischer Streckungen abgeleitet werden. Umgekehrt kann auch die elementargeometrische Einführung der Strahlensätze zur Behandlung der zentrischen Streckungen führen. Neben der Konstruktion per Hand wird auch dynamische Geometriesoftware eingesetzt.

Die Aussage des Satzes von Pythagoras leiten Schülerinnen und Schüler im Bereich der Basis (**B**) anschaulich her. Bei der Anwendung in Sachsituationen erfahren sie die praktische Bedeutung des Satzes bei der Berechnung von Längen. Ergänzend wird auch die geometrische Bedeutung durch Visualisierung über Flächeninhalte („Pythagorasfigur“) bewusst gemacht. In der Erweiterung (**E**) wird über die anschauliche Herleitung hinaus ein Beweisverfahren erarbeitet und präsentiert. Bei der Untersuchung der Umkehrung des Satzes von Pythagoras lernen Schülerinnen und Schüler, Voraussetzung und Behauptung einer Satzaussage zu unterscheiden. Auch die Aussagen der anderen Sätze der Satzgruppe des Pythagoras (Kathetensatz, Höhensatz) sowie ihre Zusammenhänge werden erarbeitet; dabei genügt es, einen der beiden Sätze zu beweisen. In der Vertiefung (**V**) wird ein weiterer Beweis des Satzes von Pythagoras erarbeitet und mit den vorherigen Begründungen verglichen.

Schrägbilder und Netze von Pyramide und Kegel werden erarbeitet und im Zusammenhang mit Berechnungen an diesen Körpern (vgl. L2 „Messen und Größen“) genutzt.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p>	<p>GEOMETRISCHE ABBILDUNGEN</p> <p>B Ähnliche Figuren durch Vergrößern bzw. Verkleinern erzeugen</p>	<p>Beispiele aus dem Alltag, z. B. Modellautos, Matrioschka-Puppen, Schattenprojektionen</p> <p>Winkelinvarianz nutzen</p> <p>→ Anfertigen maßstabgerechter Zeichnungen (Arbeitslehre, Technisches Zeichnen)</p> <p>→ Pantograf (Storchenschnabel) bauen und anwenden (Werken)</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K6: Überlegungen und Ergebnisse verständlich darstellen und präsentieren</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten</p> <p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>B Auswirkungen maßstabsgetreuer Vergrößerungen und Verkleinerungen auf Winkelgrößen, Streckenlängen und Flächeninhalt untersuchen und beschreiben</p> <p>Fachbegriff: Ähnlich</p> <p>E Zentrische Streckungen durchführen und hinsichtlich ihrer Bestimmungsstücke untersuchen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Streckfaktor • Streckzentrum <p>Fixelemente und Invarianten der zentrischen Streckung kennen und bei Konstruktionen anwenden</p> <p>Fachbegriffe: Zentrische Streckung; Streckfaktor, Streckzentrum</p>	<p>Irrführende Darstellungen in Bilddiagrammen</p> <p>→ Beleuchtungsstärke in Abhängigkeit von der Entfernung zur Lichtquelle (Physik)</p> <p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang</p> <p>Auch negative Streckfaktoren benutzen</p> <p>→ Zentralperspektive (Bildende Kunst)</p> <p> Dynamische Geometriesoftware</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
K1: Mathematische Argumentationen entwickeln	V Ähnliche Figuren durch Verkettung einer zentrischen Streckung mit Kongruenzabbildungen aufeinander abbilden <ul style="list-style-type: none"> • Ähnlichkeitsabbildung 	Auch auf Abbildungen hinweisen, bei denen Bild und Urbild nicht zueinander ähnlich sind (z. B. Schrägprojektion, Zerrspiegel)  Selbstähnliche Figuren
K1: Mathematische Argumentationen entwickeln K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen K3: Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden K1: Mathematische Argumentationen entwickeln K6: Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen	<p style="text-align: center;">SATZGRUPPE DES PYTHAGORAS</p> B Den Satz von Pythagoras begründen und in Sachsituationen anwenden Fachbegriffe: Hypotenuse, Kathete E Einen Beweis zum Satz des Pythagoras erarbeiten und verständlich darstellen Zwischen dem Satz des Pythagoras und seiner Umkehrung unterscheiden Den Kathetensatz oder den Höhensatz beweisen Sätze aus der Satzgruppe des Pythagoras in Sachsituationen anwenden	Anschauliche Herleitung, z. B. über Kästchenzählen oder Flächenzerlegungen Visualisierung über Flächeninhalte („Pythagorasfigur“) → Ägyptische Seilspanner (Geschichte) → Leben und Bedeutung von Pythagoras (Geschichte)  Dynamische Geometriesoftware  Pythagoräische Zahlentripel

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K6: Äußerungen von anderen und Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen</p> <p>K2: Das Finden der Lösungsideen und die Lösungswege reflektieren</p>	<p>V Einen weiteren Beweis zum Satz des Pythagoras nachvollziehen und mit anderen vergleichen</p>	<p>Sätze lassen sich i. d. R. auf verschiedene Arten beweisen</p>
<p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen und zwischen ihnen wechseln</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p>	<p>KÖRPER UND IHRE DARSTELLUNGEN</p> <p>B Schrägbilder und Netze zeichnen und Beziehungen herstellen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pyramide • Kegel 	<p>↗ L2: Messen und Größen (Berechnungen an Körpern)</p> <p>Schrägbild des Kegels nur skizzieren</p> <p>✂ Herstellung der Körper</p> <p>📐 Zwei- und Dreitafelprojektion</p>

L4: FUNKTIONALER ZUSAMMENHANG: NICHT-LINEARE FUNKTIONEN

EMPFOHLENER ZEITANSATZ:
44 STUNDEN

Diese Leitidee ist in die Themenkreise „Nicht-lineare Funktionen“ und „Terme und Gleichungen“ aufgeteilt, die miteinander verzahnt unterrichtet werden sollen.

Bereits in den Klassenstufen 7 und 8 wurden Zuordnungen und Funktionen thematisiert, wobei der Schwerpunkt auf den linearen Funktionen lag. Nun werden solche Sachsituationen aufgespürt, beschrieben und untersucht, die zu nicht-linearen Funktionen führen (quadratische, Potenz-, Exponential- und trigonometrische Funktionen). Neben dem Aspekt der Modellierung spielt der strukturell-formale Gesichtspunkt bei dieser Leitidee eine besondere Rolle. Gemeinsame Eigenschaften (Verschiebung, Streckung, Einfluss von Parametern) werden thematisiert, spezifische Eigenschaften für bestimmte Funktionstypen untersucht (z. B. Symmetrie, Scheitelpunkt, Periodizität). Durch den Einsatz elektronischer Medien wie Tabellenkalkulation, Funktionsplotter, dynamischer Geometriesoftware oder grafikfähiger Taschenrechner können die Zusammenhänge zwischen Funktionsterm und zugehörigem Graphen eindrucksvoll verdeutlicht werden; damit wird in besonderem Maße selbstständiges und entdeckendes Lernen bei Schülerinnen und Schülern unterstützt. In den Vertiefungsteilen (**V**) werden insbesondere bei den quadratischen und Exponentialfunktionen Umkehrfunktionen bzw. die Bedingungen für die Umkehrbarkeit untersucht.

Die trigonometrischen Funktionen können ausgehend von periodischen Vorgängen oder über die Seitenverhältnisse im rechtwinkligen Dreieck eingeführt werden (vgl. L2 „Messen und Größen“). Im Vertiefungsteil (**V**) werden die trigonometrischen Funktionen auch im Bogenmaß betrachtet.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K4: Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden</p> <p>K4: Unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln</p>	<p>QUADRATISCHE FUNKTIONEN</p> <p>E In Sachsituationen quadratische Funktionen erkennen, von anderen funktionalen Zusammenhängen unterscheiden und nutzen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tabelle • Graph • Funktionsterm 	<p>Z. B. Seitenlänge eines Quadrats → Flächeninhalt, Geschwindigkeit → Bremsweg</p> <p>→ Freier Fall, schiefe Ebene (Physik)</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe und Strukturen übersetzen</p> <p>K3: Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen</p> <p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p> <p>K6: Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>E Kennzeichnende Eigenschaften von Graphen quadratischer Funktionen (Parabeln) kennen und in Sachsituationen nutzen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Symmetrie • Nullstellen • Scheitelpunkt • Definitions- und Wertemenge <p>Beziehungen zwischen Funktionsterm und Graph einer quadratischen Funktion herstellen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Normalparabel • Verschiebung entlang der Koordinatenachsen • Streckung in y-Richtung <p>Fachbegriffe: Quadratische Funktion, Parabel, Normalparabel, Nullstelle, Scheitelpunkt, Definitionsmenge, Wertemenge</p>	<p>Grafisches Lösen von Optimierungsaufgaben durch Ermitteln des Scheitelpunkts</p> <p>→ Maximale Wurfhöhe und -weite (Physik)</p> <p>Brückenkonstruktionen</p> <p>✂ Solarkocher</p> <p>Auch zu einer vorgegebenen Parabel Sachsituationen angeben und mithilfe der kennzeichnenden Eigenschaften der Funktion beschreiben</p> <p>💻 Tabellenkalkulation, Funktionsplotter, dynamische Geometriesoftware, grafikfähiger Taschenrechner</p> <p>↗ L3: Raum und Form (Geometrische Abbildungen)</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>V Quadratische Funktionen umkehren</p> <ul style="list-style-type: none"> • eingeschränkte Definitionsmenge • Wurzelfunktionen • Spiegelung des Graphen an der ersten Winkelhalbierenden <p>Fachbegriff: Wurzelfunktion</p>	<p>Z. B. Bremsweg → Geschwindigkeit, Fallhöhe → Fallzeit</p> <p>↗ L1: Zahl und Zahlbereiche (Quadratwurzeln – Reelle Zahlen)</p>
<p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern</p> <p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p> <p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p>	<p>POTENZFUNKTIONEN</p> <p>E Kennzeichnende Eigenschaften der Graphen von Potenzfunktionen und Zusammenhänge mit den Funktionstermen beschreiben</p> <ul style="list-style-type: none"> • Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten (Symmetrie, Definitions- und Wertemenge, Monotonie) • Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten (Symmetrie, Definitions- und Wertemenge, Monotonie, Asymptote) <p>Beziehungen zwischen Funktionsterm und Graph einer Potenzfunktion der Form $f(x) = a(x+b)^2 + c$ herstellen</p>	<p>↗ L1: Zahl und Zahlbereiche (Potenzieren und entsprechende Umkehrungen)</p> <p>💻 Tabellenkalkulation, Funktionsplotter, grafikfähiger Taschenrechner zur Untersuchung des Einflusses des Exponenten auf den Funktionsverlauf</p> <p>$f(x) = x^{-1}$ als Funktionsgleichung einer anti-proportionalen Zuordnung</p> <p>💻 Tabellenkalkulation, Funktionsplotter, grafikfähiger Taschenrechner zur Untersuchung des Einflusses der Parameter auf den Funktionsverlauf</p> <p>🖼 Bilder aus Funktionsgraphen zusammensetzen</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p>	<p>E Fachbegriffe: Potenzfunktion, Monotonie, Asymptote</p> <p>V Anzahl und Existenz der Lösungen von Potenzgleichungen $x^n = a$ untersuchen</p>	<p>↗ L1: Zahl und Zahlbereiche (Potenzieren und entsprechende Umkehrungen)</p>
<p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe und Strukturen übersetzen</p> <p>K3: Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen</p> <p>K6: Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern</p> <p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p>	<p>EXPONENTIALFUNKTIONEN</p> <p>E In Sachsituationen Exponentialfunktionen erkennen, von anderen funktionalen Zusammenhängen unterscheiden, durch Funktions-terme beschreiben und nutzen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Wachstumsprozesse • Zerfallsprozesse <p>Kennzeichnende Eigenschaften der Graphen von Exponentialfunktionen und Zusammenhänge mit dem Funktionsterm beschreiben</p>	<p>Unterschiede zum linearen bzw. quadratischen Wachstum</p> <p>Z. B. bei Kapital, Erdbevölkerung, Bakterienkulturen, Energiebedarf</p> <p>Z. B. Abbau von Wirkstoffen, radioaktiver Zerfall</p> <p>🖨 Tabellenkalkulation</p> <p>🔔 Mittelwerte bei Wachstumsprozessen</p> <p>Monotonie, Asymptote, Schnittpunkt mit der y-Achse, Definitions- und Wertemenge</p> <p>Auch verschobene, gestreckte und an der y-Achse gespiegelte Funktionsgraphen betrachten</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden</p> <p>K5: Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen</p> <p>K5: Mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen und Tabellen arbeiten</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>E In Sachsituationen einfache Exponentialgleichungen lösen</p> <ul style="list-style-type: none"> • durch systematisches Probieren • durch grafisches Lösen • durch Logarithmieren <p>Fachbegriffe: Exponentialfunktion, Wachstumsprozess, Zerfallsprozess</p> <p>V Einfache Exponentialfunktionen umkehren</p> <ul style="list-style-type: none"> • Logarithmusfunktion <p>Fachbegriff: Logarithmusfunktion</p>	<p>Z. B. Halbwertszeit, Verdopplungszeit</p> <p>Überprüfung durch Potenzieren</p> <p>$a^x = c \Leftrightarrow x = \frac{\lg c}{\lg a}$ ($a, c \geq 0, a \neq 1$) plausibel machen</p> <p>⇒ L1: Zahl und Zahlbereiche (Potenzieren und entsprechende Umkehrungen)</p> <p>Grafisch und rechnerisch</p> <p>Logarithmische Skalen (z. B. Weber-Fechner'sches Gesetz, dB(A)-Skala, pH-Wert)</p> <p>🔧 Rechenschieber</p>
<p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe und Strukturen übersetzen</p> <p>K6: Überlegungen und Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien</p>	<p>TRIGONOMETRISCHE FUNKTIONEN</p> <p>E In Sachsituationen periodische Funktionen erkennen und von anderen funktionalen Zusammenhängen unterscheiden</p>	<p>⇒ L2: Messen und Größen (Trigonometrische Beziehungen)</p> <p>Z. B. EKG, Gezeiten, Sonnenstand, Mondphasen, Sichtbarmachen akustischer Schwingungen, Rollkurven (z. B. Zykloide)</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe und Strukturen übersetzen</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p> <p>K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern</p> <p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K4: Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten anwenden und unterscheiden</p>	<p>E Kreisbewegungen als besondere periodische Vorgänge erkennen und mithilfe trigonometrischer Funktionen beschreiben</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sinus- und Kosinusfunktion • Deutung am Einheitskreis <p>Kennzeichnende Eigenschaften der Graphen von Sinus- bzw. Kosinusfunktion und Zusammenhänge mit dem Funktionsterm beschreiben</p> <ul style="list-style-type: none"> • Symmetrie • besondere Punkte (Nullstellen, Extremstellen) • Periode • Definitions- und Wertemenge <p>Fachbegriffe: Trigonometrische Funktionen, $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, Periode</p> <p>V Trigonometrische Funktionen im Bogenmaß darstellen</p>	<p>Z. B. Riesenrad</p> <p>→ Schwingungen und Wellen (Physik)</p> <p>Je nach Einführung ggf. Sinus und Kosinus auf beliebige Winkel im Gradmaß erweitern</p> <p>☞ Tabellenkalkulation, Funktionsplotter, dynamische Geometriesoftware, grafikfähiger Taschenrechner Unterschiedliche Winkeleingaben besprechen</p> <p>Funktionswerte für besondere Winkel kennen</p> <p>Auch Beziehungen zwischen Sinus- und Kosinusfunktion herstellen; dabei kann auch die Tangensfunktion thematisiert werden</p> <p>Auswirkungen der Parameteränderungen in $f(\alpha) = a \cdot \sin(b \cdot \alpha + c)$ auf den Graphen untersuchen</p> <p>Problem der Umkehrbarkeit thematisieren</p>

L4: FUNKTIONALER ZUSAMMENHANG: TERME UND GLEICHUNGEN

EMPFOHLENER ZEITANSATZ:
28 STUNDEN

Die Leitidee ist in die Themenkreise „Terme und Gleichungen“ und „Nicht-lineare Funktionen“ unterteilt, die miteinander verzahnt unterrichtet werden sollen. Der Themenkreis „Terme und Gleichungen“ wiederum ist in zwei Blöcke („Lineare Gleichungssysteme“ und „Quadratische Gleichungen“) aufgeteilt, die in zeitlicher Distanz zueinander behandelt werden sollen. In beiden Blöcken soll das mathematische Werkzeug „Gleichung“ als Mittel zur Bewältigung von Sachsituationen bewusst werden.

Bereits in den Klassenstufen 7 und 8 wurden lineare Gleichungen durch grafische Lösungsverfahren und Äquivalenzumformungen gelöst. Die Verfahren werden nun auf lineare Gleichungssysteme mit zwei Gleichungen und zwei Lösungsvariablen übertragen. Dabei sollen die Vorteile der Lösungsverfahren gegenüber dem grafischen Lösen herausgestellt sowie die Effektivität verschiedener Verfahren untersucht werden. Wenn das Sachproblem im Vordergrund steht, können elektronische Hilfsmittel (wie z. B. Tabellenkalkulation, Funktionsplotter oder grafikfähiger Taschenrechner) eingesetzt werden, um die Schülerinnen und Schüler von aufwändigen Berechnungen zu entlasten. In den Vertiefungsteilen (**V**) wird das Grundprinzip der Lösungsverfahren auf drei Gleichungen mit drei Variablen übertragen.

Zu den quadratischen Gleichungen werden – neben grafischen Lösungen – Lösungsalgorithmen erarbeitet und Fragen der Lösbarkeit untersucht. Letztere werden in den Vertiefungsteilen (**V**) auf quadratische Gleichungen mit einem Parameter übertragen.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K5: Mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen und Tabellen arbeiten</p> <p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p> <p>K1: Lösungswege beschreiben und begründen</p> <p>K2: Das Finden der Lösungsideen und die Lösungswege reflektieren</p>	<p>LINEARE GLEICHUNGSSYSTEME</p> <p>E Lineare Gleichungssysteme mit zwei Gleichungen und zwei Variablen lösen</p> <ul style="list-style-type: none"> • grafisch • rechnerisch <p>Effektivität der verschiedenen Lösungsverfahren vergleichen</p>	<p>Additionsverfahren und ein weiteres rechnerisches Verfahren</p> <p>Auch Vergleich mit systematischem Probieren</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern</p> <p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p> <p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K3: Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p> <p>K5: Mit Variablen, Termen und Gleichungen arbeiten</p> <p>K1: Mathematische Argumentationen entwickeln</p>	<p>E Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von linearen Gleichungssystemen untersuchen</p> <p>Sachaufgaben lösen, die auf lineare Gleichungssysteme führen</p> <p>Fachbegriff: Lineares Gleichungssystem</p> <p>V Einfache lineare Gleichungssysteme mit drei Gleichungen und drei Variablen lösen</p>	<p>Visualisierung durch grafische Interpretation</p> <p>Auch umgekehrt zu linearen Gleichungssystemen Textaufgaben formulieren</p> <p> Tabellenkalkulation, Funktionsplotter, grafikfähiger Taschenrechner</p> <p> Lineares Optimieren</p> <p>Verständnis des Grundprinzips</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K5: Mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen und Tabellen arbeiten</p> <p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p> <p>K1: Lösungswege beschreiben und begründen</p> <p>K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen</p> <p>K3: Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen</p> <p>K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern</p> <p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>QUADRATISCHE GLEICHUNGEN</p> <p>E Die Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung bestimmen</p> <ul style="list-style-type: none"> • grafisch • Lösungsformel <p>Sachaufgaben lösen, die auf quadratische Gleichungen führen</p> <p>Fragen der Lösbarkeit quadratischer Gleichungen untersuchen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diskriminante <p>Fachbegriffe: Quadratische Gleichung, Diskriminante</p>	<p>Auch zu einer gegebenen Lösungsmenge passende quadratische Gleichungen angeben</p> <p>Spezialfälle geschickt lösen</p> <p>↗ L1: Zahl und Zahlbereiche (Quadratwurzeln – Reelle Zahlen)</p> <p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang (Quadratische Funktionen)</p> <p>Satz von Viëta</p> <p>🎨 Goldener Schnitt (→ Bildende Kunst)</p> <p>Grundmenge beachten</p> <p>Visualisierung durch grafische Interpretation</p> <p>💻 Tabellenkalkulation, Funktionsplotter, grafikfähiger Taschenrechner</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern</p> <p>K5: Mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich einsetzen</p> <p>K4: Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen</p>	<p>V Fragen der Lösbarkeit quadratischer Gleichungen mit einem Parameter untersuchen</p>	<p> Tabellenkalkulation, Funktionsplotter, grafikfähiger Taschenrechner</p>

L5: DATEN UND ZUFALL

EMPFOHLENER ZEITANSATZ:
16 STUNDEN

In den Klassenstufen 7 und 8 wurden Zufallsversuche bzw. statistische Erhebungen hinsichtlich der Häufigkeit bzw. Wahrscheinlichkeit nur eines Merkmals untersucht. Betrachtet man jedoch insbesondere bei statistischen Erhebungen gleichzeitig zwei Merkmale, so lassen sich die dazugehörigen Häufigkeits- bzw. Wahrscheinlichkeitsverteilungen in Form von Vierfeldertafeln notieren. In diesem Zusammenhang bieten aktuelle Pressemeldungen, die unvollständige Daten beinhalten, die Gelegenheit, Informationen zu verarbeiten sowie darzustellen, Angaben zu vervollständigen und Sachverhalte zu interpretieren. Diese grundlegenden Kompetenzen werden in der Basis (**B**) weiterentwickelt.

Jede Datensammlung, die in Form einer Vierfeldertafel wiedergegeben ist, lässt sich auch in Form eines zweistufigen Baumdiagramms darstellen. Umgekehrt kann damit jeder zweistufige Zufallsversuch in eine Vierfeldertafel übertragen werden. Diese Zusammenhänge werden in der Erweiterung (**E**) thematisiert. Wie in den vorhergehenden Klassenstufen sind auch für zweistufige Zufallsexperimente zum Aufbau tragfähiger Vorstellungen vielfältige Untersuchungen und Experimente nötig, die von den Schülerinnen und Schülern selbst durchzuführen sind.

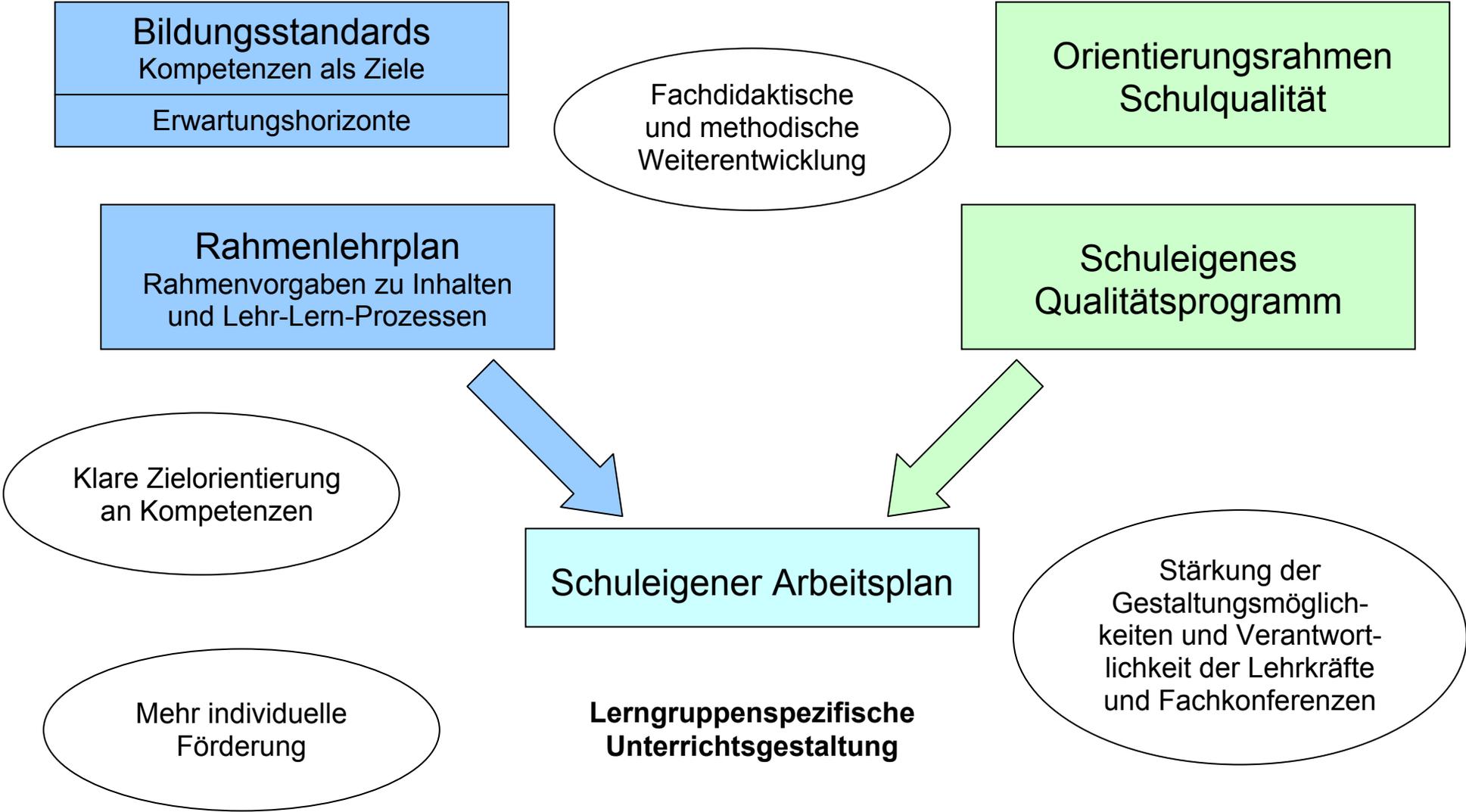
Formalisierungen (z. B. bedingte Wahrscheinlichkeit oder Satz von Bayes) bleiben der Oberstufe des Gymnasiums vorbehalten.

Die meisten Vorgänge der realen Welt sind zu komplex, um exakte Vorhersagen treffen zu können. Daher bedient man sich stochastischer Modelle, bei denen die reale Situation mit Hilfe von Zufallsgeräten simuliert wird. Neben einfachen Zufallsgeräten wie Münzen, Würfeln, Spielkarten oder Glücksrad können in der Vertiefung (**V**) im Unterricht auch Zufallsziffern zur Simulation genutzt werden (Monte-Carlo-Methode), die mithilfe von Tabellenkalkulationsprogrammen oder von Taschenrechnern erzeugt werden können. Die Schwierigkeit für die Schülerinnen und Schüler besteht dabei weniger in der Ausführung und Auswertung der Simulation als in der geeigneten Modellierung des Sachproblems.

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K4: Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden</p> <p>K6: Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen</p> <p>K6: Die Fachsprache adressatengerecht verwenden</p>	<p>DATEN</p> <p>B Statistische Daten aus Quellen herauslesen, darstellen und interpretieren</p> <ul style="list-style-type: none"> • Vierfeldertafeln <p>Fachbegriff: Vierfeldertafel</p>	<p>↗ L4: Funktionaler Zusammenhang (Exponentialfunktionen) Z. B. Wachstum der Weltbevölkerung, Ausbreitung von Krankheiten</p> <p>Zuverlässigkeit von Tests (z. B. Gesundheitstest, Produktionskontrollen)</p>

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
<p>K3: Die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Strukturen übersetzen</p> <p>K5: Symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt</p> <p>K3: Ergebnisse in der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen</p> <p>K3: Die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Strukturen übersetzen</p> <p>K3: In dem jeweiligen Modell arbeiten</p> <p>K3: Ergebnisse in der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen</p>	<p>ZUFÄLLIGE ERSCHEINUNGEN</p> <p>E Wahrscheinlichkeiten bei zweistufigen Zufallsexperimenten bestimmen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Baumdiagramm • Pfadregeln <p>V Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Simulationen bestimmen</p>	<p>Übertragung einer Vierfeldertafel in mögliche Baumdiagramme und umgekehrt</p> <p>Klassische Zufallsexperimente (Glücksrad, Urne, Würfel, Münze) Ziehen mit und ohne Zurücklegen</p> <p>Vereinfachung von Baumdiagrammen durch geschicktes Zusammenfassen von Ergebnissen, z. B. Verwendung des Gegenereignisses</p> <p> Geburtstagsproblem</p> <p> Ziegenproblem</p> <p>Simulation z. B. mithilfe von Münzen, Würfeln, Glücksrad, Spielkarten, Zufallszahlen</p> <p> „Monte-Carlo-Verfahren“, z. B. zur Annäherung von π</p> <p>Wahrscheinlichkeit, sich beim „Wichteln“ selbst zu ziehen</p>

Kontext des Rahmenlehrplans Mathematik



ISBN: 3-981-0390-4-1