CAP.IX PARABOLA RIDEFINIZIONE[1] E PARABOLA DI VAG

Nella Geometria Parametrica in un riferimento cartesiano (ortogonale), il luogo geometrico dei punti che distano dall'origine la somma algebrica di una costante p(p∈R⁺) ed una coordinata di tali punti, cioè:

$(p \pm y)$ (aperta verso +l'alto, -in basso; y asse di simmetria)

$(p \pm x)$ (aperta verso +destra, -sinistra; x asse di simmetria)

dà luogo ad una curva chiamata Parabola e l'Origine è detto Fuoco, e il campo di variabilità di tali coordinate è:

$$\left(-\frac{p}{2};+\infty\right) \qquad oppure \qquad \left(+\frac{p}{2};-\infty\right)$$

Dove p=Parametro della Parabola e p/2=distanza del Vertice della Parabola dal Fuoco (Origine).

Valori Parametrici:

a) $\begin{cases}(p \pm x)\cos\beta = x \\ (p \pm x)\sin\beta = y\end{cases}$ $\qquad (p \pm x)^2 = x^2 + y^2$

b) $\begin{cases}(p \pm y)\cos\beta = x \\ (p \pm y)\sin\beta = y\end{cases}$ $\qquad (p \pm y)^2 = x^2 + y^2$

da cui l'Equazione per punti della **Parabola con il Fuoco nell' Origine:**

$y^2 = p^2 \pm 2px$ (concavità verso l'asse delle x)

$x^2 = p^2 \pm 2py$ (concavità verso l'asse delle y)

Sviluppando:

$$(p \pm x)\cos\beta = x \Rightarrow [x] = \left[\frac{p}{1 \mp \cos\beta}\cos\beta\right];\ [x]\sin\beta = y\cos\beta \quad y = \left[\frac{p}{1 \mp \cos\beta}\right]\sin\beta$$

possiamo scrivere:

Eq. Polare e Parametrica con Fuoco nell' Origine:

$$OA = \frac{p}{1 \mp \cos\beta} \qquad \begin{cases} OA\cos\beta = \dfrac{p}{1 \mp \cos\beta}\cos\beta = x \\ OA\sin\beta = \dfrac{p}{1 \mp \cos\beta}\sin\beta = y \end{cases}$$

Eq. Parametrica con il Vertice nell' Origine:

$$\begin{cases} OA\cos\beta = x = \dfrac{2p}{\tan^2\beta} \\ OA\sin\beta = y = \dfrac{2p}{\tan\beta} \end{cases} \qquad y = x tan\beta;\ \ y\,tan\beta = x\,tan^2\beta = 2p$$

dalla prima espressione abbiamo l'equazione per punti:

$$OA = \frac{2p\,\cos(\beta)}{SIN^2(\beta)}; \quad OA = \frac{\frac{2px}{OA}}{\frac{y^2}{OA^2}} = \frac{2px\,OA}{y^2} \quad \Rightarrow y^2 = 2px$$

Parametrica in COSENO:

$Punto$: $\left(\frac{R}{\cos^2(\alpha)}\cos(2\alpha), \frac{R}{\cos^2(\alpha)}\sin(2\alpha)\right)$ (R=parametro)

---

[1] *GEOMETRIA PARAMETRICA CAP.III Le Curve pag.19*

$Curva$: $(R(1-tan^2(\alpha), 2R\ \tan(\alpha), \alpha, 0, 2\pi)$

Da Conica a Parametrica di angolo (β)

da Conica $f(x) = a\,x^2 + b\,x + c = x(ax+b) + c = y_1 + c$

a Parametrica con $\frac{y_1}{x} = \tan(\beta) = ax + b; \quad x = \frac{\tan(\beta) - b}{a}$

$y_1 = \frac{[(\tan(\beta)-b)^2 + (\tan(\beta)-b)b]}{a} = \frac{\tan(\beta)-b}{a}\tan(\beta)$ tenendo presente di fare

$prima\ \beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ e poi $\beta \in (\pi/2, \pi)$;

Curva Parametrica; $[(tan(\beta) - b)/a, ((tan(\beta) - b)/a)\,tan(\beta) + c, \beta, 0, \pi]$

PARABOLA DI VAG

Parabola Parametrica (fuoco nell'Origine):

Aperta a sinistra

è Eq. Di Vag di una parabola di parametro **p=2R.**

a] $\frac{R}{\cos\alpha} = \frac{R}{\cos\alpha}(1 - 2\cos\alpha)\cos\beta + \frac{R}{\cos\alpha}(\pm 2\sqrt{\cos\alpha(1-\cos\alpha)})\,\mathrm{sen}\beta$

ma moltiplicando i membri dell'Eq. di Vag per cosα :

b] $R = R(1 - 2\cos\alpha)\cos\beta + R(\pm 2\sqrt{\cos\alpha(1-\cos\alpha)})\,sen\beta$

è Eq. di Vag di una circonferenza di raggio R.

Aperta a destra

$\frac{R}{\cos\alpha} = -\frac{R}{\cos\alpha}(1 - 2\cos\alpha)\cos\beta + \frac{R}{\cos\alpha}(\pm 2\sqrt{\cos\alpha(1-\cos\alpha)})\,sen\beta$

Aperta in alto

$\frac{R}{\cos\alpha} = \frac{R}{\cos\alpha}\left[\pm 2\sqrt{\cos\alpha(1-\cos\alpha)}\right]\cos\beta + \frac{R}{\cos\alpha}(1 - 2\cos\alpha)\,\mathrm{sen}\beta$

Aperta in basso.

$\frac{R}{\cos\alpha} = \frac{R}{\cos\alpha}\left[\pm 2\sqrt{\cos\alpha(1-\cos\alpha)}\right]\cos\beta + \frac{R}{\cos\alpha} - (1 - 2\cos\alpha)\,\mathrm{sen}\beta$

M.Vaglieco

VAI SOMMARIO