

_Rezept III zur Verfertigung ...

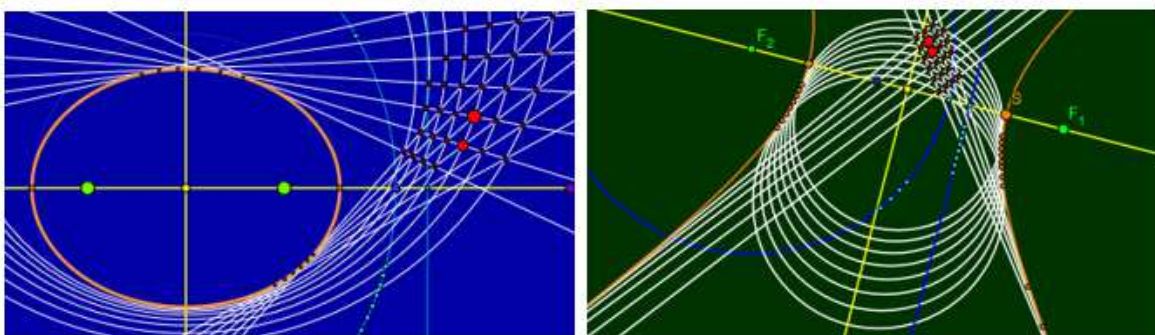
Nach diesem Rezept lässt sich auch online kochen, das entstandene Gericht muss allerdings gespeichert werden, sonst ist die Mühe umsonst!

Nützlicher ist es, das Applet downzuloaden und offline zu kochen.

Die Küchengeräte und Kochutensilien (moebius-werkzeuge etc.) werden mitgeliefert. Das Rezept ist als pdf-Datei erhältlich!

Diese Seite ist Teil des **GeoGebra-Books** Moebius Ebene (August 2019)

- Drei Scharen von **Kreisen**, welche einen **Kegelschnitt** (**Ellipse** oder **Hyperbel**) **doppelt-berühren**, erzeugen ein **Sechs-Eck-Gewebe**! siehe die Seiten ↔ Ellipsen-6-Eck-Netz und ↔ Hyperbel-6-Eck-Netz.



Diese Aussage ist **MOEBIUS**-geometrisch formuliert und soll kurz erläutert werden:

Ellipse und **Hyperbel** sind MOEBIUS-geometrisch **bizirkuläre Quartiken** mit **2 einfachen** und dem **doppelt-zählenden Brennpunkt** ∞ .

Die **Tangenten** an diese Kegelschnitte gehen durch ∞ , dh. sie **berühren** gewissermaßen **doppelt**!

Daneben gibt es im Endlichen **doppelt berührende Kreise**, bei **Ellipsen** besitzen viele von ihnen nur imaginäre **Berührungspunkte**!

In dem offenen, vom **Kegelschnitt** berandeten Gebiet, welches die **Brennpunkte** **nicht** enthält, gehen durch jeden **Punkt** vier im obigen Sinne **doppelt-berührende Kreise**!

Wählt man 3 von diesen 4 Kreisscharen aus, so erzeugen diese Kreise ein **6-Eck-Netz**!

Der **Kegelschnitt** im Applet oben ist nicht mit den Kegelschnitt-Werkzeugen von **GeoGebra** erzeugt 

Gebra erzeugt  ,

sondern als **Ortslinie**  unter Verwendung von Eigenschaften, die für viele bizirkuläre

Quartiken allgemein gelten:

Spiegelt man einen der **Brennpunkte** (oben ist es **F**) an den **doppelt-berührenden Kreisen**, so liegen die **Spiegelpunkte** auf den **Leitkreisen**. **Ellipse** und **Hyperbel** besitzen einen "**Leitkreis**", der durch ∞ geht: d. i. die **Leitgerade** - und einen **Leitkreis**.

Die **Leitkreise** sind senkrecht zur **reellen Achse**. Die **Tangenten** in den Scheiteln auf der **x**-Achse sind **doppelt-berührende Kreise**, durch Spiegelung an diesen ergeben sich 2 Punkte des **Leitkreises**, oft auch **Direktrix** genannt!

Die zu diesem **Leitkreis** gehörenden **doppelt-berührenden Kreise** gehen durch ∞ , es sind also die **Tangenten**!

Ein **Punkt L** auf den **Leitkreis** ist dann Spiegelpunkt von **F** an einem "**doppelt-berührenden Kreis**", wenn es sich bei diesem doppelt-berührenden Kreis um die **Mittelsenkrechte**



von **F** und **L** handelt! Den zugehörigen **Kegelschnitt-Berührungspunkt** erhält man als Schnittpunkt **P** mit der **Brenngeraden F'L**. Die **Tangente** ist Winkelhalbierende der beiden **Brenngeraden F'L** und **FP**. Dies ist die **Gärtner-Konstruktion**!!

Der **Kegelschnitt** oben ist konstruiert als **Ortslinie** des Punktes **P** mit dem auf dem **Leitkreis** beweglichen Punkt **L**.

Vorgegeben ist nur die y -Achse als **Symmetrie-Achse**, der **Brennpunkt F** und der **Scheitel S**.

Je nach der Lage von **S** zu den Brennpunkten **F** und **F'** erhält man eine **Ellipse** oder eine **Hyperbel**!

Unsere **Ortslinien-Konstruktion** funktioniert unabhängig von der Lage des Scheitels!!

Mit den **Geo**  **Gebra**-Werkzeugen muss man je nach Lage von **S**  oder  verwenden!

III.1 : Wie konstruiert man den Leitkreis und die Leitgerade?

Vorgegeben ist **F**, der Scheitel **S** auf der x -Achse und die y -Achse als

Symmetrieachse.

Spiegelung an der y -Achse liefert den 2.ten Brennpunkt **F'** und den 2. Scheitel **S'**.

Spiegelt man **F** an den beiden Scheitel-Tangenten, so erhält man die 2 **Punkte** des **Leitkreises** auf der x -Achse, und damit den **Leitkreis**.

Spiegelt man **F** an dem **Scheitelkreis** durch **S** und **S'**, so erhält man den **Schnittpunkt** der orthogonalen

Leitgeraden mit der x -Achse - damit die **Leitgerade**.

III.2 : Wie konstruiert man die 4 doppelt-berührenden Kreise durch einen vorgegebenen Punkt P?

Ist der **Kegelschnitt** aktiv, so kann man von einem Punkt **P** die Tangenten anlegen



Ist die **Ortskurve** aktiv, so sind für die Tangenten die **Brennpunkt-Paare** $\{F, \infty\}$ und $\{F', \infty\}$ und der **Leitkreis**

zuständig. Den Spiegelpunkt von **P** muß man sich in ∞ vorstellen, ein **Mittellothkreis** von **F** auf P_∞ , dh. ein Kreis durch **F**, der diese beiden Punkte bei der Spiegelung vertauscht, ist der Kreis k um **P** durch **F**



k schneidet den **Leitkreis** in 2 Punkten **L₁** und **L₂**, die **Mittellote** zu **F L₁** und zu **F L₂**



sind Tangenten durch **P**!!

Die **Berührungspunkte** erhält man als Schnitt mit den **Brenngeraden FL₁** bzw. **FL₂**.

Die **doppelt-berührenden Kreise** durch einen Punkt **P** sind **symmetrisch** zur y -Achse und benötigen den Spiegelpunkt **P'** und die **Leitgerade**.

Von **F** wird der **Mittellot-Kreis** auf **PP'** , dieser schneidet die **Leitgerade** in **L₁** und **L₂**.

Die **Mittellot-Kreise** zu **F L₁** bzw. zu **F L₂**, von **P** aus gefällt, sind die gesuchten **doppelt-berührenden Kreise** durch **P**.

Die Berührungspunkte ergeben sich als Schnitt der Parallelen zur x -Achse durch die Punkte **L₁** oder **L₂** mit den DB-Kreisen.

Das **Sechs-Eck** erhält man, wenn man 3 der **DB-Kreise** auswählt, auf einem der **DB-Kreise** einen weiteren Punkt **P'** als

Ausgangspunkte für weitere DB-Kreise wählt und so fort
Man muss nur darauf achten, dass man in den 3 ausgewählten **Kreisscharen** bleibt!

– Walter Füchte