In einem Naturschutzgebiet soll eine Vogelart ausgewildert werden. Über einen längeren Zeitraum beobachten die Forscher, wie sich die neue Population entwickelt.

Die Funktion a ordnet jedem Zeitpunkt t in Jahren den verbliebenen Anteil $a(t)$ der ursprünglich ausgewilderten Vögel zu.

$$a(t) = (200\,t^3 - 500\,t^2 + 100\,t + 50)\,e^{-2\,t} + 50,\; t \geq 0$$

a) *Geben Sie* $a(0)$ *an* und interpretieren Sie den Wert im Sachkontext.

b) Berechnen Sie $a'\left(\frac{1}{2}\right)$ und interpretieren Sie auch diesen Wert im Sachkontext.

c) *Bestimmen Sie* ***rechnerisch*** den niedrigsten Stand des verbliebenen Anteils im Modellzeitraum $0 \leq t \leq \infty$.

d) *Begründen Sie* am Funktionsterm, dass der langfristige Anteil der Vögel 50% beträgt.

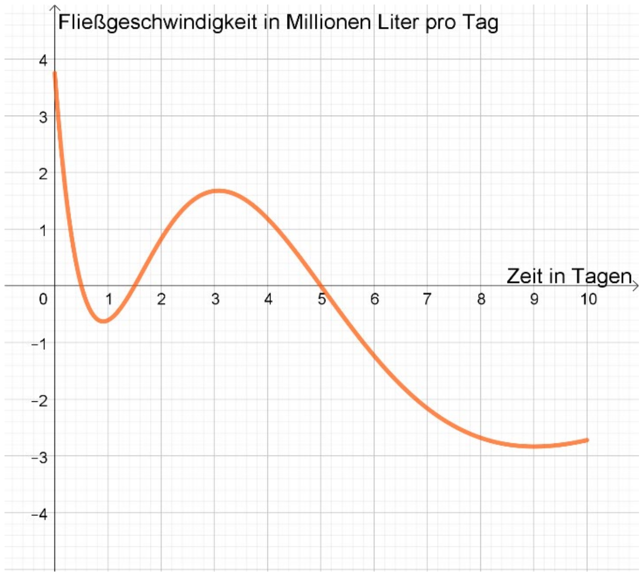
e) *Bestimmen Sie* die stärkste Abnahme des Anteils im Modellzeitraum.

f) Erläutern Sie, wie Sie zeigen können, dass in den ersten 3 Jahren der durchschnittliche verbliebene Anteil etwa 48,6% der ursprünglichen ausgewilderten Vögel betrug, ohne die Rechnung selbst durchzuführen.

Sie werden zu einem Video weitergeleitet. In dem Video zeige ich, wie man diese Aufgabe löst.

Der Zu- und Abfluss zu einem großen Benzintank wird gemessen und mithilfe der Funktion z modelliert für einen Zeitraum von 10 Tagen modelliert.

$$z(x) = (-x^3 + 7\,x^2 - 10.75\,x + 3.75) \cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot x}$$



Die Funktion z ordnet jedem Zeitpunkt x in Tagen die Fließgeschwindigkeit des Benzins $z(x)$ in 1 Million Liter pro Tag zu.

a) Geben Sie $z(1)$ an und interpretieren Sie den Wert im Sachkontext.
b) Berechnen Sie $z'(3)$ und interpretieren Sie den Wert im Sachkontext.
c) Entscheiden Sie, ob der Tank am Ende des Modellzeitraums leer ist.
d) Bestimmen Sie rechnerisch die stärkste Abflussgeschwindigkeit innerhalb des Modellzeitraumes.
e) Zu Beginn des Modellzeitraumes befinden sich 6,33 Millionen Liter Benzin im Tank. Geben Sie die Funktionsgleichung der Funktion B an, die jedem Zeitpunkt x in Tagen die Benzinmenge $B(z)$ in Millionen Liter zuordnet.
Zur Kontrolle und zum Weiterrechnen:
$$B(x) \;=\; (2\,x^3 - 2\,x^2 + 13.5\,x + 19.5)\,e^{\frac{-1}{2}x} - 13.17$$
f) Begründen Sie am Graphen von z, dass zum Zeitpunkt 5 Tage die Benzinmenge im Tank maximal ist.

Sie werden zu einem pdf weitergeleitet. Sie finden hier die Lösungen für beide Aufgaben.