

DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.

ARTEFATTI DIGITALI E ARTEFATTI MANIPOLATIVI IN SINERGIA: IL RUOLO DI GEOGEBRA

Eleonora Faggiano e Antonella Montone
Università di Bari Aldo Moro – Dipartimento di Matematica
eleonora.faggiano@uniba.it - antonella.montone@uniba.it

Abstract

In questo lavoro si intende mostrare, con un esempio, come sia possibile sfruttare le potenzialità didattiche degli Ambienti di Geometria Dinamica come GeoGebra utilizzandoli in sinergia con artefatti di natura diversa. Per far questo si presenteranno alcuni risultati di una ricerca tutt'ora in corso nel Primo Ciclo di Istruzione finalizzata alla costruzione del significato matematico di Simmetria Assiale. Si concluderà con una riflessione sull'importanza del ruolo del docente e sulla formazione degli insegnanti.

Parole-chiave

Mediazione semiotica, Artefatti digitali e manipolativi, Sinergia tra artefatti, Ambienti di geometria dinamica.

INTRODUZIONE

L'obiettivo di questo lavoro è quello di presentare uno dei possibili ruoli che un Ambiente di Geometria Dinamica (AGD) come GeoGebra può assumere in attività strutturate di insegnamento-apprendimento della matematica finalizzate alla costruzione di significati matematici. In particolare si mostrerà come sia possibile sfruttare le potenzialità didattiche di GeoGebra utilizzandolo *in sinergia* con artefatti di natura diversa. Più specificatamente, facendo riferimento alla Teoria della Mediazione Semiotica (Bartolini Bussi e Mariotti, 2009), si presenteranno i primi risultati di una ricerca tutt'ora in corso, il cui obiettivo è quello di verificare se un artefatto digitale come un AGD, con il suo potenziale semiotico connesso alla funzione di trascinamento, possa essere efficacemente

DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.

utilizzato in sinergia con un artefatto manipolativo, per la costruzione del significato di Simmetria Assiale nel Primo Ciclo di Istruzione. In particolare, nel presentare la ricerca si cercherà di fare chiarezza sul significato, in questo contesto, di *utilizzo efficace*, oltre che di *costruzione di significati*, e di esplicitare cosa si intende per *sinergia tra artefatti*. Ciò richiederà di porre attenzione a quelli che sono i riferimenti teorici sui quali è stata progettata e sviluppata la ricerca che è possibile immaginare come se fosse una palafitta (Fig.1) costruita su quattro paletti, sui quali nel seguito di questo discorso ci si soffermerà.

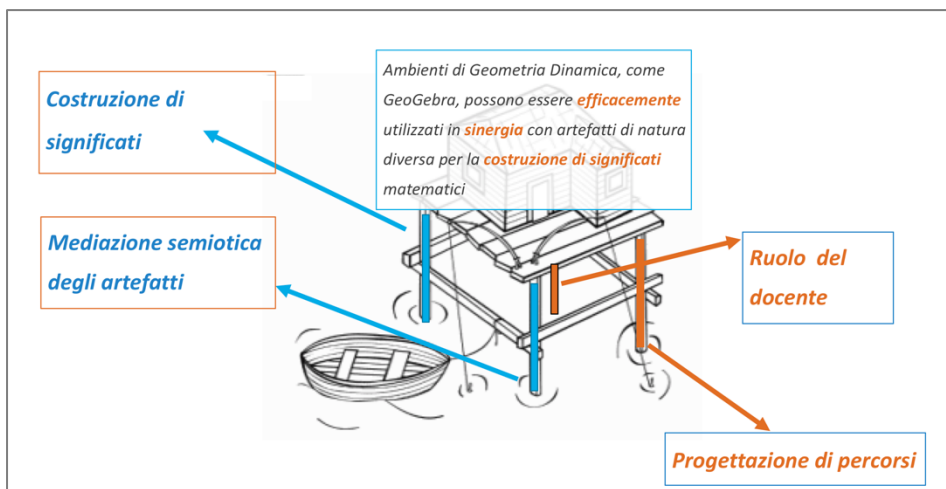


Figura 1. La “palafitta” della ricerca sulla sinergia tra artefatti di natura diversa

Innanzitutto riteniamo che l'apprendimento della matematica sia strettamente connesso alla costruzione di significati e che, come dimostrato da numerose ricerche nazionali e internazionali, tale costruzione può essere favorita e mediata attraverso l'uso di artefatti, come gli ambienti di geometria dinamica. Nella nostra ricerca, in modo particolare, si utilizza un *duo* di artefatti, uno manipolativo (carta e spillo) e uno digitale (Quaderno Interattivo), i quali, utilizzati in modo alternato in una sequenza di attività, sviluppano una sinergia a livello cognitivo in grado di favorire la costruzione dei significati in modo completo ed esaustivo.

Inoltre, riteniamo che il ruolo del docente sia fondamentale, affinché la mediazione semiotica degli artefatti possa promuovere la costruzione di

DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.

significati secondo un determinato percorso. L'insegnante infatti, oltre a curare ad elaborare una attenta progettazione delle attività connesse con l'uso degli artefatti, riveste il ruolo fondamentale di moderatore e mediatore durante le discussioni matematiche, utili a far evolvere i segni prodotti dagli allievi, detti anche personali, in segni matematici condivisi. La nostra palafitta quindi, si poggia su paletti ben stabili perché basati su quadri teorici solidi. In definitiva per chiarire cosa si intende per *utilizzo efficace* di artefatti finalizzato alla costruzione di significati, è necessario esplicitare i termini utilizzati in riferimento ad un quadro teorico che nel nostro caso è quello della Teoria della Mediazione Semiotica.

Nel seguito, dopo aver presentato brevemente il quadro teorico di riferimento, descriveremo gli aspetti principali della ricerca presentandone alcuni risultati, con l'obiettivo di esplicitare un possibile ruolo che GeoGebra può assumere in attività di insegnamento-apprendimento strutturate e finalizzate alla costruzione di significati.

LA RICERCA SULLA SINERGIA TRA ARTEFATTI

Il quadro teorico di riferimento

Vari studi di ricerca si sono interessati all'uso di risorse per l'insegnamento-apprendimento della Matematica analizzando l'utilità di risorse/artefatti manipolativi (concreti, fisici) oppure digitali (virtuali, tecnologici). La Teoria della Mediazione Semiotica (TMS) (Bartolini Bussi e Mariotti, 2009), cui si fa riferimento nella ricerca che si presenta, è stata sviluppata in una prospettiva vygotskijana e prende in considerazione il sistema complesso di relazioni semiotiche tra l'artefatto, il compito, il sapere matematico oggetto dell'attività, e i processi di insegnamento-apprendimento in classe. Idea fondamentale è che uno strumento, incorporando un sapere, possa diventare uno strumento di mediazione semiotica, offrendo a chi lo usa una via di accesso proprio al significato matematico che in esso è incorporato (Vygotskij, 1980). Durante lo svolgimento del compito con l'uso di un artefatto, i significati personali che emergono possono evolvere in significati matematici, attraverso la condivisione e l'interazione tra pari e durante le discussioni collettive orchestrate dall'insegnante, i quali costituiscono l'obiettivo dell'intervento didattico. In particolare, secondo la

DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.

TMS, durante il processo di costruzione e condivisione dei significati è possibile identificare delle catene semiotiche descritte dalla produzione e dalla concatenazione di diversi tipi di segni. L'obiettivo dell'insegnamento è promuovere l'evoluzione dei segni, da quelli che si riferiscono al contesto d'uso dell'artefatto e contengono il riferimento ad azioni che vengono fisicamente compiute nel corso del suo utilizzo, i "segni artefatto", a quelli legati ai significati e riconosciuti come tali dalla cultura matematica, i "segni matematici". In tale evoluzione un ruolo cruciale è giocato da alcuni segni che favoriscono, attraverso il legame di significato, il passaggio dal contesto dell'artefatto al contesto matematico, denominati "segni pivot".

L'elemento della TMS che risulta maggiormente cruciale nella nostra ricerca è quello del potenziale semiotico, ovvero del duplice legame dell'artefatto con il compito e con il sapere. Attraverso l'analisi del potenziale semiotico di un artefatto, è possibile descrivere ciò che ci si aspetta emerga in classe, in termini di azioni e di segni prodotti dagli studenti nell'affrontare il compito con l'artefatto. Inoltre, l'analisi del potenziale semiotico dell'artefatto fornisce, oltre che la base per la progettazione delle attività, anche il riferimento per l'analisi dei comportamenti degli allievi, della costruzione dei significati e dei risultati dell'intervento didattico.

Nell'ambito degli studi basati sulla TMS, inoltre, alcune ricerche hanno evidenziato l'importante ruolo di mediazione semiotica della funzione di trascinamento, caratteristica degli Ambienti di Geometria Dinamica (AGD) che, accompagnata dall'utilizzo dello strumento "traccia", rende evidente, non solo il trascinamento degli oggetti sui quali si agisce, ma anche quello degli oggetti indirettamente trascinati (cfr. Mariotti, 2014).

Inoltre, in letteratura sono presenti vari studi che fanno riferimento ad artefatti digitali, costruiti come simulazione di artefatti concreti esistenti; ne è un esempio l'Abaco virtuale in Poisard et al. (2011). Poche ulteriori ricerche, invece, studiano le potenzialità dell'utilizzo di un *duo di artefatti* (Maschietto e Soury-Lavergne, 2013), inteso come una coppia di artefatti che vengono utilizzati contemporaneamente nella stessa attività, un artefatto manipolativo/concreto e il suo corrispondente digitale. Maschietto e Soury-Lavergne hanno studiato come sia possibile, sotto certe condizioni, progettare un artefatto digitale

DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.

corrispondente ad uno esistente concreto/fisico, e quanto il loro uso combinato possa allargare e migliorare l'esperienza di apprendimento dello studente. Come sarà chiarito più avanti, in questa ricerca si è progettato e sperimentato un percorso basato sull'utilizzo di un duo di artefatti nel quale, tuttavia, l'artefatto digitale considerato, a differenza di quello dello studio su citato di Maschietto e Soury-Lavergne, non è una versione digitale di quello manipolativo, ma un artefatto con caratteristiche diverse.

La domanda di ricerca

L'ipotesi fondamentale del nostro studio è che l'uso combinato di due artefatti di natura diversa (uno digitale e l'altro manipolativo non digitale) possa sviluppare una sinergia, a livello cognitivo, tale da potenziare le funzioni di mediazione semiotica di ciascuno di essi, se usati singolarmente. In particolare si ipotizza che durante la risoluzione di un compito che prevede l'uso di un artefatto vengano richiamati anche gli schemi d'uso sviluppati e i segni emersi durante la risoluzione dello stesso compito o di compiti simili utilizzando l'altro artefatto. La domanda cui la ricerca intende rispondere è dunque la seguente: l'evoluzione dei segni artefatto (situati) verso segni matematici (condivisi) può beneficiare delle analogie che emergono dall'uso alternato e sinergico dei due artefatti, durante la sequenza didattica?

La metodologia e le fasi della ricerca

La metodologia utilizzata per la ricerca è quella del Teaching Experiment (Steffe & Thompson, 2000), un particolare tipo di "esperimento didattico" di natura iterativa, nel quale le ipotesi teoriche guidano la progettazione di un intervento di insegnamento, la cui attuazione e valutazione consente di convalidare o perfezionare (eventualmente rifiutare) tali ipotesi. La progettazione della sequenza, in accordo con il quadro teorico scelto e, con le ipotesi didattiche formulate, svolge un ruolo chiave nell'ambito di tale metodologia. Ad essa si associano l'analisi continua degli eventi in classe con tutta la loro complessità, e l'analisi successiva di tutti i dati generati nel corso dell'esperimento didattico. Nel caso specifico di questa ricerca, l'attività con l'artefatto, in accordo con la TMS, deve condurre alla produzione individuale di segni che devono poi essere condivisi in attività di discussione orchestrata dall'insegnante perché si giunga alla produzione collettiva di segni e alla loro evoluzione verso segni matematici. Per far ciò è stata predisposta una sequenza didattica sulle Simmetrie Assiali

DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.

destinata ad alunni degli ultimi anni della Scuola Primaria e del primo anno di Scuola Secondaria di primo grado, che prevede l'utilizzo alternato di un artefatto manipolativo e di un artefatto digitale. Per rispondere alla domanda di ricerca è stata necessaria una prima fase di validazione della sequenza didattica che si è svolta in due consecutivi studi pilota con piccoli gruppi di allievi ed ha portato alla revisione di alcune task della sequenza. La sequenza rivista è stata poi sperimentata in più occasioni e con obiettivi via via più specifici con classi intere: una quarta primaria (in cui le discussioni sono state condotte alla presenza e con il supporto dei ricercatori), una quinta primaria (in cui le attività sono state condotte esclusivamente dall'insegnante di classe), una prima della Secondaria di Secondo Grado (in cui le attività sono state condotte da una laureanda in Matematica). Si presenteranno più avanti alcuni risultati che si ritengono significativi rispetto all'obiettivo di questo lavoro.

Gli artefatti utilizzati e la sequenza didattica

I due artefatti, utilizzati in modo alternato nel susseguirsi delle attività, sono stati scelti per i loro potenziali semiotici, in termini di significati che possono emergere ed evolvere quando si eseguono compiti che coinvolgono il loro uso. L'artefatto manipolativo consiste in un foglio di carta, su cui è disegnata una retta lungo la quale piegare il foglio, e uno spillo, che sarà utilizzato per forare in corrispondenza dei punti, dei quali costruire i simmetrici. Questo artefatto permette in modo diretto di realizzare una simmetria assiale, perché il foglio modella naturalmente il piano e la piega consente allo spillo di produrre due punti simmetrici corrispondenti. L'artefatto digitale, realizzato in un AGD, appare come una sequenza di pagine interattive che includono le consegne formulate, insieme a specifici strumenti/pulsanti tra cui: quelli che consentono di costruire alcuni oggetti geometrici (punto, retta, segmento, punto medio, retta perpendicolare, punto di intersezione, circonferenza), lo strumento "Simmetria assiale", e lo strumento "Traccia" che, potenziando il ruolo assunto dalla funzione di trascinamento, consente di osservare l'invarianza delle proprietà caratterizzanti le figure.

La sequenza predisposta (descritta dettagliatamente in: Montone, Faggiano e Mariotti, 2017) è costituita dai sei cicli didattici in cui si alterna l'uso dei due artefatti. In accordo con la TMS, ciascun ciclo vede il susseguirsi di attività con l'artefatto, attività di produzione individuale di segni e infine produzione ed

DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.

elaborazione collettiva di segni attraverso attività di Discussione Matematica (Bartolini Bussi, 1998). La sequenza ha inizio con un compito da svolgere con l'utilizzo dell'artefatto manipolativo. Su un foglio sono disegnate una figura poligonale e una retta e si chiede di disegnare la figura simmetrica di quella di partenza, rispetto alla retta, piegando il foglio lungo la retta e usando lo spillo per individuare i necessari punti simmetrici mediante foratura del foglio. Completata tale consegna, sullo stesso foglio viene disegnata una ulteriore retta e si chiede di disegnare la figura simmetrica di quella di partenza, rispetto alla nuova retta. Infine, si chiede di scrivere come siano state disegnate le due figure simmetriche e cosa hanno di uguale e di diverso. Il secondo ciclo prevede l'utilizzo dell'artefatto digitale. La consegna data focalizza l'attenzione sulla duplice dipendenza del punto simmetrico dal punto d'origine e dall'asse, sfruttando le potenzialità del trascinamento in ambiente di geometria dinamica e della funzione traccia che lo rende maggiormente evidente. Si chiede di costruire il simmetrico di un punto dato rispetto ad una retta assegnata, utilizzando lo strumento/pulsante "Simmetria". Inoltre, si chiede di spostare rispettivamente, il punto dato, la retta e il punto simmetrico osservando conseguentemente cosa si muove e cosa non si muove, giustificando per iscritto le risposte. Nel terzo ciclo si torna ad utilizzare l'artefatto manipolativo. Gli obiettivi della consegna, che prevede la costruzione del simmetrico senza l'uso dello spillo, sono: osservare che la congiungente due punti corrispondenti è perpendicolare all'asse e che i due punti sono equidistanti dall'asse; riconoscere le due proprietà come invertibili e caratterizzanti la simmetria assiale. Nel quarto ciclo si utilizza nuovamente l'artefatto digitale e la consegna data prevede la costruzione del simmetrico di un punto rispetto ad una retta senza l'utilizzo dello strumento/pulsante "Simmetria". Per svolgere tale costruzione è necessario utilizzare opportunamente le due proprietà emerse al termine del ciclo precedente. Nel quinto e nel sesto ciclo si inverte l'ordine di utilizzo degli artefatti e si ricomincia da quello digitale. Entrambi prevedono la stessa consegna, quello che cambia è l'artefatto da utilizzare. È data una coppia di punti A e C che dovranno essere interpretati come punti simmetrici rispetto ad una simmetria di cui l'asse è nascosto e si chiede di individuarlo e di tracciarlo.

Alcuni risultati

L'obiettivo dello studio pilota è stato quello di stabilire se la sequenza di task progettata, alternando l'uso degli artefatti e, sviluppata in accordo con la TMS, riuscisse a produrre una sinergia cognitiva legata all'uso dei due artefatti tale da

DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.

potenziarne gli effetti in termini di apprendimento. L'analisi a priori del potenziale semiotico degli artefatti, che ha guidato la predisposizione delle task, è stata fondamentale anche per la lettura dei risultati. Sin dall'inizio sono emerse le prime conferme delle ipotesi fatte. L'analisi svolta ha riguardato i gesti e i segni verbali utilizzati ed ha consentito di affermare che l'analisi a priori del potenziale semiotico fatta è risultata efficace rispetto agli obiettivi della ricerca.

L'analisi dell'Estratto 1, tratto dalla discussione al termine del primo ciclo con i quattro bambini coinvolti nel primo studio pilota (cfr. Faggiano e Montone, 2017), per esempio, mostra l'emergere dei primi segni artefatto e come questi evolvano verso il significato di corrispondenza puntuale.

Estratto 1 – Discussione al termine del primo ciclo (Primo studio pilota)
<p>F. allora con questo spillo, dopo aver piegato... dobbiamo su questo... vedi <u>questo punto</u>?... lo dobbiamo, come dire? <u>puntare</u> con lo spillo... <i>prende lo spillo, lo mostra, lo porge all'insegnante, si avvicina al foglio poggiato sul banco e con il dito indica il punto su cui puntare lo spillo premendo sul foglio.</i></p> <p>Ins. così? <u>Punto</u>? <i>poggia la punta dello spillo in corrispondenza del vertice indicato da F.</i></p> <p>F. Sì, però forte, così passa anche dall'altro lato</p> <p>Ins. Perché deve passare dall'altro lato?</p> <p>F. Sì, bisogna <u>far passare il punto dall'altro lato</u> ...per fare la figura, per unire i vari punti per poi alla fine fare la figura</p> <p>D. che se noi non facciamo i punti... cioè se non <u>trasferiamo</u> i punti dall'altro lato è quasi impossibile farla</p> <p>Ins. va bene, allora posso puntare su tutti e quattro i vertici... e ora che ho i quattro buchi?</p> <p>F. dobbiamo prima di tutto individuare i punti... <u>questo qui corrisponde a questo</u>... <i>punta l'indice della mano destra su uno dei vertici della figura nera e l'indice della mano sinistra sul foro corrispondente</i></p>

L'analisi dell'Estratto 2 (cfr. Faggiano e Montone, 2017), tratto dalla discussione al termine del secondo ciclo, mostra invece come sono emerse le prime evidenze della sinergia tra gli artefatti. Si vede come i riferimenti incrociati all'utilizzo dei due artefatti promuovono la costruzione del significato matematico della dipendenza funzionale tra punti in una simmetria. In particolare, con l'artefatto

DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.

digitale, il significato di corrispondenza puntuale già osservato dopo l'esperienza con l'artefatto manipolativo emerge in modo più preciso e arricchito dal significato di variazione, introdotta dal movimento attraverso il trascinamento.

Estratto 2 – Discussione al termine del secondo ciclo (Primo studio pilota)
<p>F. quando abbiamo spostato A, il punto C si muoveva ma la retta non si muoveva!... io non me lo so spiegare... no, perché dovrebbe essere normale... ma forse perché C è stato creato da noi quindi... quindi noi come abbiamo fatto nel foglio...</p> <p><i>con il pollice della mano destra verso l'alto fa segno dietro di sé</i> ... il punto A è la nostra figura nera,... grazie alla retta... visto che si è mossa la retta... prima rossa e poi blu... si è mosso C. Ora... se si muove C... si muove tutto quanto... perché?...</p> <p>Ins. allora facciamo così: ti do un foglio con una retta, un punto A, e uno spillo...</p> <p><i>F. prende il foglio lo piega e con lo spillo punta su A, fora, toglie lo spillo e riapre il foglio</i></p> <p>F. adesso dall'altra parte ci ritroviamo il punto... questi sono simmetrici... ora facciamo finta che A si sposta qua</p> <p><i>Piega nuovamente il foglio, punta lo spillo in un altro punto del foglio, fora e gira con lo spillo ancora infilato. Nota che lo spillo non fuoriesce in corrispondenza del foro precedente (simmetrico di A) ma in un altro punto e dice</i></p> <p>F. quindi C si muove. Adesso... se sposto la retta...</p> <p><i>Fa un'altra piega, fora su A e gira il foglio</i></p> <p>F. A non si muove, si è spostato solo C...</p> <p>Ins. Ora, puoi spostare C?</p> <p><i>F. infila lo spillo nel punto C, senza aver piegato il foglio, indica la retta che ha scelto con il dito, successivamente piega il foglio e fa fuoriuscire lo spillo da A</i></p> <p>F. ...no perché... se io prendo questo C di sicuro dall'altra parte c'è già A... quindi se io sposto C... C deve per forza spostare la retta se no esce il punto uguale dall'altra parte... ah, no! ... Quindi se bisogna spostare C bisogna spostare tutto perché non si può spostare solo il simmetrico!</p>

L'analisi della sperimentazione condotta con una intera classe quarta di Scuola Primaria ha dato ulteriori conferme relative all'ipotesi sulla sinergia tra gli artefatti ed ha consentito di fare ulteriori considerazioni connesse alle dinamiche di classe. Per esempio, dopo aver eseguito l'attività con l'artefatto digitale, durante la discussione al termine del secondo ciclo, per spiegare i comportamenti ed analizzare le relazioni tra gli oggetti presenti sul foglio virtuale dell'ADG

DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.

proiettato sulla LIM, V. chiede e riceve dall'insegnante un foglio e uno spillo, ottiene un punto simmetrico rispetto ad una piega forando il foglio con lo spillo, riapre il foglio, lo guarda, e, contemporaneamente, guardando la LIM aggiunge:

“lì si vede di più ed è più facile... perché lì si può muovere il punto e quindi mi rendo conto più facilmente che se sposto il punto... la figura già fatta... è più facile rendermi conto che c'è la stessa distanza perché appunto muovendo si capisce, soprattutto quando allontaniamo molto dalla retta, che anche il punto C si allontana... e quindi c'è sempre la stessa distanza. Però anche sul foglio sono riuscita a capirlo”.

Le parole di V. confermano l'ipotesi che l'artefatto digitale stia agendo in sinergia con quello manipolativo. Ma è anche evidente che la modalità con cui i due artefatti operano è differente. L'artefatto manipolativo permette l'azione diretta dello studente che apprende mentre agisce. Quando poi, V. ed altri studenti, si riferiscono all'artefatto digitale, descrivono e simulano le azioni che compiono con le proprie mani, ma in questo caso per descrivere quanto fatto, non si riferiscono alla loro azione ma si immedesimano in quanto osservato e simulano gli spostamenti dei punti e delle rette visti nello schermo. Ecco che muovono le braccia come fossero rette e le mani come fossero punti disegnando nell'aria i movimenti visti al computer: la funzione di trascinamento, unita alla traccia, ha permesso a posteriori di spostare mentalmente gli oggetti e la precedente visualizzazione di quel che è accaduto ha reso esplicito il dinamismo implicito del pensare gli oggetti matematici.

Dall'analisi dei risultati (cfr. Faggiano, Montone e Rossi, 2017) emerge anche la differenza sul come si coglie che la distanza di A e C dalla retta è sempre uguale: con l'artefatto manipolativo, piegando il foglio e osservando la sovrapposizione dei due fori; con l'artefatto digitale, animando/spostando il punto A e osservando come di conseguenza si muove C. La differenza evidenziata è alla base dell'uso sinergico dei due artefatti in quanto operano su processi cognitivi e su modalità operative differenti e non sovrapponibili.

In più recenti studi tutt'ora in corso, l'attenzione si è focalizzata sulle argomentazioni dei bambini, spesso accompagnate da gesti metaforici, ed ha inoltre messo in luce l'emergere di un livello metateorico a cui alcuni bambini sono giunti durante le attività. Analoghi risultati sulla sinergia tra gli artefatti e

DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.

sui livelli metateorici dei discorsi sono emersi, anche nella sperimentazione svolta nella Secondaria di Secondo Grado (da Elena Gorelli con la supervisione di M.A. Mariotti). Per esempio, quando uno degli allievi racconta come trovare il punto simmetrico, il riferimento ai due artefatti si mescola, tanto che non si riesce a capire se il problema sia posto sul foglio di carta o sul foglio virtuale nell'AGD:

“Se vogliamo trovare un punto simmetrico ad un altro basta usare le formule della perpendicolarità e dell'equidistanza, ovvero, basta piegare il foglio proprio lungo la retta, poi, così che si formino due semirette coincidenti. Dopo basta tracciare un cerchio con raggio AM e il punto d'incontro dell'asse e della circonferenza, sarà C. Invece quando abbiamo due punti e non abbiamo la retta, basta tracciare il segmento AC, trovare il punto medio e far passare la retta perpendicolare per questo punto.”

Una osservazione ulteriore merita l'analisi dei risultati, tutt'ora in corso anche con la collaborazione di esperti di Didattica Generale, della sperimentazione effettuata con una delle insegnanti del nostro gruppo di ricerca che ha condotto in piena autonomia l'attività con la sua classe. L'analisi dei video e delle trascrizioni degli interventi sta mettendo in evidenza il ruolo delle variabili puramente didattiche nei processi. L'attivazione di dinamiche che consentano l'emergere di discorsi metaforici e metateorici, naturalmente favorita in un contesto classe positivo, sembra essere indotta, in particolare, da comportamenti e interventi dell'insegnante che sono oggetto di studio.

CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

Rispetto all'obiettivo di questo lavoro, nel discutere su come artefatti di natura diversa messi opportunamente in sinergia possano promuovere la costruzione di significati matematici, è importante sottolineare che la palafitta non si reggerà mai se il docente, progettista o comunque consapevole della progettazione del percorso che intende compiere, non si pone come orchestratore del processo.

È importante sottolineare, infatti, che secondo quanto previsto dalla TMS, l'insegnante, consapevole del potenziale semiotico dell'artefatto, assume il ruolo fondamentale di docente/mediatore esperto: rende trasparenti i significati potenzialmente incorporati nell'artefatto, introducendo e gestendo le consegne

DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.

che ne prevedono l'uso, ed organizza le attività collettive e tutte le fasi del lavoro; orchestra le discussioni matematiche, che hanno come fine ultimo quello dell'evoluzione dei significati, da personali e legati all'uso dell'artefatto, a condivisi in relazione alla cultura matematica. Questa responsabilità genera, quindi, una attenzione particolare alla professionalità del docente a cui è richiesta un'attenta analisi di tipo epistemologico, cognitivo e didattico.

Entrare nel merito dell'analisi delle variabili epistemologiche, cognitive e didattiche che caratterizzano la complessità del rapporto tra tecnologia e apprendimento, è un'arma potente che consente di superare la visione semplicistica secondo cui una tecnologia "buona" in termini di semplicità e comodità d'uso, capacità di suscitare interesse e alimentare motivazione, sia in grado di per sé di produrre apprendimento.

Ben venga, dunque, l'utilizzo di Ambienti di Geometria Dinamica come GeoGebra e di altri software per promuovere la costruzione di significati matematici, purché l'insegnante sia consapevole di tutti gli aspetti epistemologici, cognitivi e didattici dell'azione che intende mettere in atto e si ponga come orchestratore dei processi di apprendimento. Riteniamo che questo richieda una formazione degli insegnanti che vada ben al di là della preparazione tecnica legata alle funzionalità delle tecnologie e che si fondi su una solida preparazione matematica di base coniugata con lo sviluppo di una attenta capacità di progettazione e di analisi di esperienze didattiche.

BIBLIOGRAFIA

- Bartolini Bussi M. G. e Mariotti M. A. (2009), Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij, *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, Vol. 32 A-B, 270-294
- Bartolini Bussi, M. G. (1998). Verbal interaction in mathematics classroom: A Vygotskian analysis. In H. Steinbring, M. G. Bartolini Bussi, & A. Sierpiska (Eds.), *Language and communication in mathematics classroom*. Reston, VA: NCTM, 65-84
- Faggiano E. e Montone A. (2017) Artefatti manipolativi e virtuali in sinergia per la concettualizzazione della simmetria assiale nella scuola primaria,

DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.

L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate, Vol 40. A-B n.2, 181-204

- Faggiano E., Montone A., Rossi P.G. (2017). The synergy between Manipulative and Digital Artefacts in a Mathematics Teaching Activity: a co-disciplinary perspective. *JE-LKS. Journal of e-Learning and Knowledge Society*, vol. 13, 33-45
- Mariotti M. (2014) Transforming Images in a DGS: The Semiotic Potential of the Dragging Tool for Introducing the Notion of Conditional Statement. In: Rezat S., Hattermann M., Peter-Koop A. (eds) Transformation - A Fundamental Idea of Mathematics Education. Springer, NY, 155-172
- Maschietto M. & Soury-Lavergne S. (2013) Designing a Duo of Material and Digital Artifacts: the Pascaline and Cabri Elem e-books in Primary School Mathematics. *ZDM Mathematics Education* 45(7), 959-971
- Montone A., Faggiano E., Mariotti M.A., (2017) The design of a teaching sequence on axial symmetry, involving a duo of artefacts and exploiting the synergy resulting from alternate use of these artefacts, in Dooley, T., & Gueudet, G. (Eds.) Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME10, Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME, p. 653-660
- Poisard, C., Bueno-Ravel, L., & Gueudet, G., (2011). Comprendre l'intégration de ressources technologiques en mathématiques par des professeur des écoles. *Recherches en didactique des mathématiques*, 31(2), 151-189
- Steffe, L. P. & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: underlying principles and essential elements. In R. Lesh & A. E. Kelly (eds.), *Research design in mathematics and science education*. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 267-307
- Vygotskij, L.S. (1980). *Il processo cognitivo*, Torino, Boringhieri