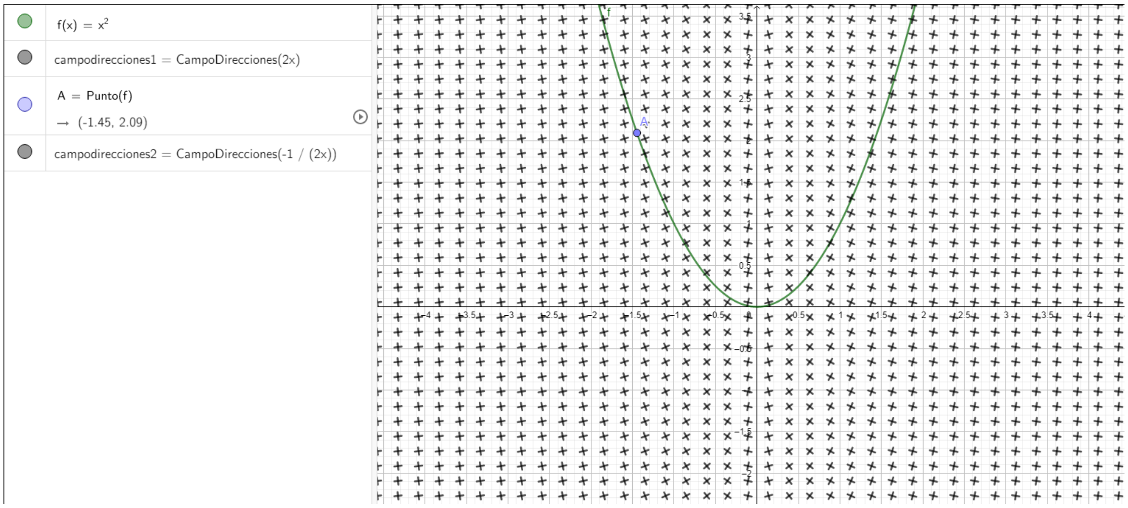
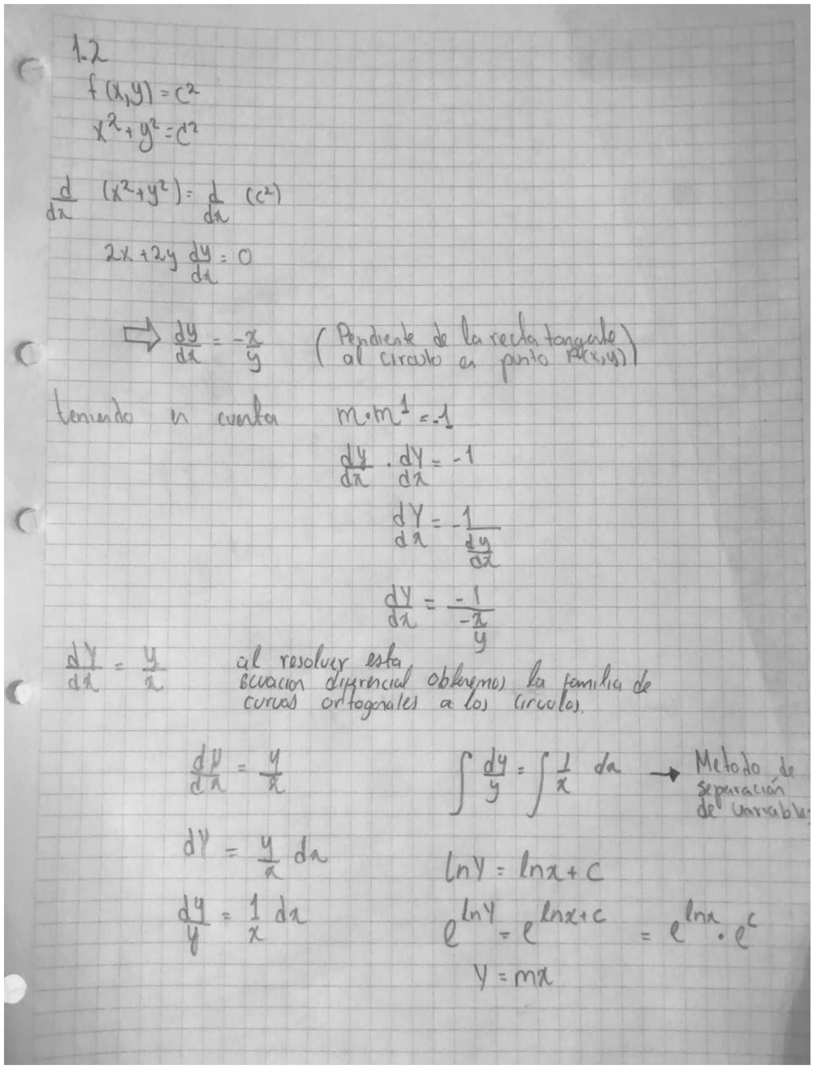
Mateo Muñoz Olave

A00358315

1.1



1.2



1.2

$f(x,y) = c^2$

$x^2 + y^2 = c^2$

$$\frac{d}{dx}(x^2+y^2) = \frac{d}{dx}(c^2)$$

$$2x + 2y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$ (Pendiente de la recta tangente al circulo en punto $P(x,y)$)

teniendo en cuenta $m \cdot m^1 = -1$

$$\frac{dy}{dx} \cdot \frac{dY}{dx} = -1$$

$$\frac{dY}{dx} = \frac{-1}{\frac{dy}{dx}}$$

$$\frac{dY}{dx} = \frac{-1}{-\frac{x}{y}}$$

$$\frac{dY}{dx} = \frac{y}{x}$$ al resolver esta ecuacion diferencial obtenemos la familia de curvas ortogonales a los circulos.

$$\frac{dY}{dx} = \frac{y}{x}$$

$$dY = \frac{y}{x}dx$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{1}{x}dx$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{1}{x}dx$$ → Metodo de separación de variables

$$\ln Y = \ln x + c$$

$$e^{\ln Y} = e^{\ln x + c} = e^{\ln x} \cdot e^{c}$$

$$Y = mx$$

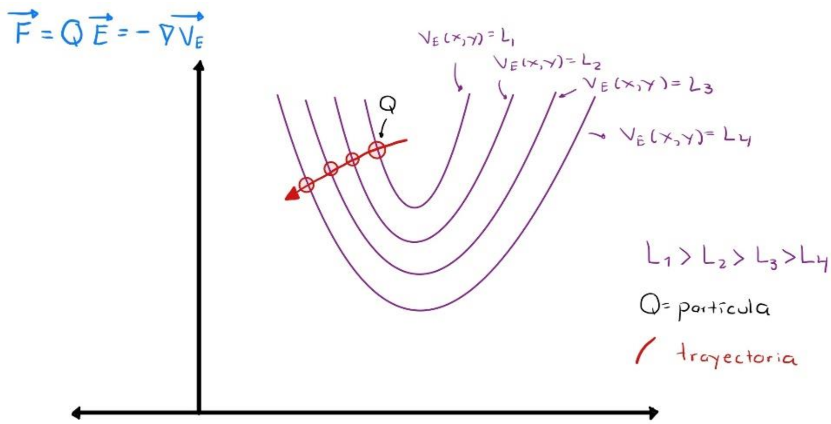
1.2.1 Para empezar a definir la trayectoria es importante resaltar dos significados, el primero de ellos es que si se está hablando de un campo eléctrico y una partícula es indispensable saber que dicha partícula está sometida a ese campo, de lo cual se puede destacar la siguiente formula.

$$\vec{F} = Q\vec{E}$$

Donde Q es la partícula y $\vec{E}$ es el vector del campo eléctrico. A su vez, el campo eléctrico está definido de la siguiente manera:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\nabla V_E}$$

Donde $-\overrightarrow{\nabla V_E}$ es el negativo del gradiente del potencial eléctrico. Por otra parte, el vector gradiente en un punto P es ortogonal a las curvas de nivel, que en este caso serían las curvas equipotenciales y su dirección apunta al máximo crecimiento de la función.



La partícula se dirige hacia donde se direcciona el vector fuerza, pero como se puede observar y según la condición L1>L2>L3>L4, la trayectoria va hacia el negativo del gradiente del potencial eléctrico, que como se dijo anteriormente, al ser un gradiente, la partícula tendrá una trayectoria ortogonal a las curvas equipotenciales.

1.2.2 y 1.2.3

Ecuaciones diferenciales

$x^2 + y^2 = C$

$y = mx$

ejemplo:

$2x^2 + y^2 = 4cx$

1) $\frac{2x^2 + y^2}{4x} = C$ $\qquad f(x,y) = \frac{2x^2 + y^2}{4x}$

$y' = \frac{-F_x}{F_y} \longrightarrow F_x = \frac{4x \cdot 4x - (2x^2 + y^2) \cdot 4}{(4x)^2}$

$F_x = \frac{4x^2 - 2x^2 - y^2}{4x^2} = \frac{2x^2 - y^2}{4x^2}$

$F_y = \frac{2y}{4x} = \frac{y}{2x}$

$y' = \frac{-2x^2 + y^2}{4x^2} \div \frac{y}{2x} = \frac{2x(-2x^2 + y^2)}{4x^2 y} = \boxed{\frac{-2x^2 + y^2}{2xy}}$

pendiente de la recta tangente en un punto o curvas de familia F

por lo tanto para $y' \frac{F_y}{F_x}$ representa las direcciones normales

$$y' = \frac{-2xy}{-2x^2+y^2} \qquad \begin{cases} y = ux \\ y' = u'x + u \end{cases}$$

$$u'x + u = \frac{-2\cancel{x}ux}{-2\cancel{x^2}+u^2x^2} = \frac{-2u}{-2+u^2}$$

$$u'x = \frac{-2u}{-2+u^2} - u = \frac{-\cancel{2u}+\cancel{2u}-u^3}{-2+u^2} = \frac{-u^3}{-2+u^2}$$

$$u'x = \frac{u^3}{2-u^2}$$

$$\int \frac{2-u^2}{u^3}\,du = \frac{1}{x}\,dx \longrightarrow \int \frac{2-u^2}{u^3}\,du = \int\left(\frac{2}{u^3} - \frac{1}{u}\right)du$$

$$= \frac{\cancel{2}u^{-2}}{-\cancel{2}} - \ln|u| = \frac{-1}{u^2} - \ln|u|$$

$$-\frac{1}{u^2} - \ln|u| = \ln|x| + C$$

$$\frac{-x^2}{y^2} - \ln\left|\frac{y}{x}\right| = \ln|x| + C$$

$$\frac{x^2}{y^2} + \ln\left|\frac{y}{\cancel{x}}\right| + \cancel{\ln|x|} = C$$

$$\boxed{\frac{x^2}{y^2} + \ln|y| = C}$$ → Familia de trayectoria ortogonal a la familia de curvas dadas