

# Aufgabenblatt: Sätze der Dualität

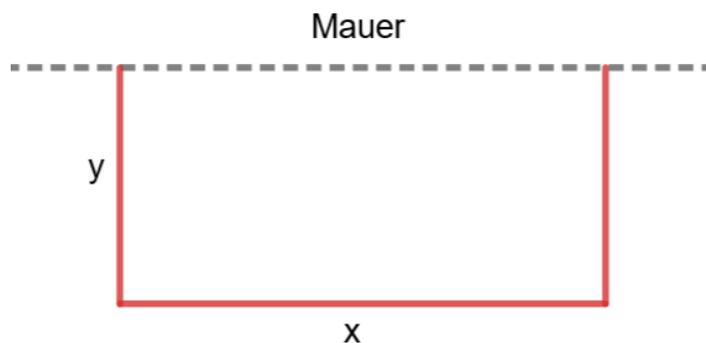
Löse die folgenden Extremwertaufgaben mit Hilfe der kennengelernten Methode der Sätze der Dualität. Beachte dabei, dass die Zielfunktion mit den gültigen Regeln verändert bzw. vereinfacht werden kann, ohne die Extremstellen zu verändern, sodass die Sätze der Dualität anwendbar sind.

Wenn du eine Aufgabe gelöst hast, überprüfe das Ergebnis durch die Methode der Differentialrechnung und vergleiche deine Lösungen und Lösungswege. Du kannst dafür die bereits aufgestellte Zielfunktion mit der eingesetzten Nebenbedingung nutzen.

## 1) Zaun an Mauer

Entlang einer Mauer soll eine rechteckige Fläche von  $50 \text{ m}^2$  eingezäunt werden. Wie lang müssen die Seiten des Rechtecks sein, damit man möglichst wenig Zaun braucht?

Skizze:



## 2) Fußballstadion:

Die Laufbahn in einem Stadion soll eine Länge von 400 m haben. Die Laufbahnninnenfläche hat die Form eines Rechtecks (Länge  $L$  und Breite  $2R$ : wird oft als Rasenfläche für andere Disziplinen genutzt) und zwei aufgesetzten Halbkreisen (Radius  $R$ ). Wie sollen  $L$  und  $R$  gewählt werden, sodass der rechteckige Teil der Innenfläche möglichst groß wird?



### 3) Die optimale Dose:

Das Volumen einer drehzylindrischen Dose sei 500 ml (= 500 cm<sup>3</sup>). Wie sollen Radius und Höhe gewählt werden, sodass der Materialverbrauch für die Dose (Oberfläche) möglichst klein ist?



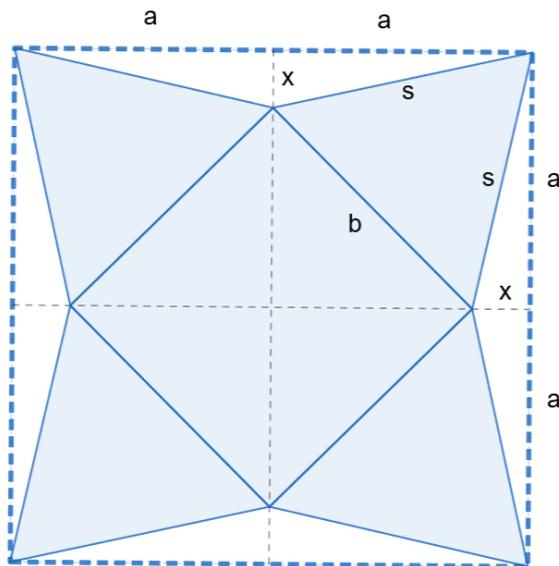
(Hinweis: Ein Bruch  $\frac{a}{b}$  kann in zwei Summanden geteilt werden und geschrieben werden als

$$\frac{a}{b} = \frac{2a}{2b} = \frac{a}{2b} + \frac{a}{2b}.)$$

#### 4) Pyramidenschachtel

Aus einem quadratischen Stück Karton von bekannter Seitenlänge  $2a$  sollen vier kongruente gleichschenkelige Dreiecke (mit Höhe  $x$  und Basis  $2a$ ) weggeschnitten werden, so, dass das Netz einer quadratischen Pyramide mit Grundkantenlänge  $b$  und Höhe  $h$  entsteht. Wie groß muss  $x$  sein, um eine Pyramide mit maximalem Volumen zu erhalten?

Skizze:



(Hinweis: Eine Potenz  $y^4$  kann in mehrere Faktoren aufgeteilt und geschrieben werden als  $y^4 = y \cdot y \cdot y \cdot y$ .)