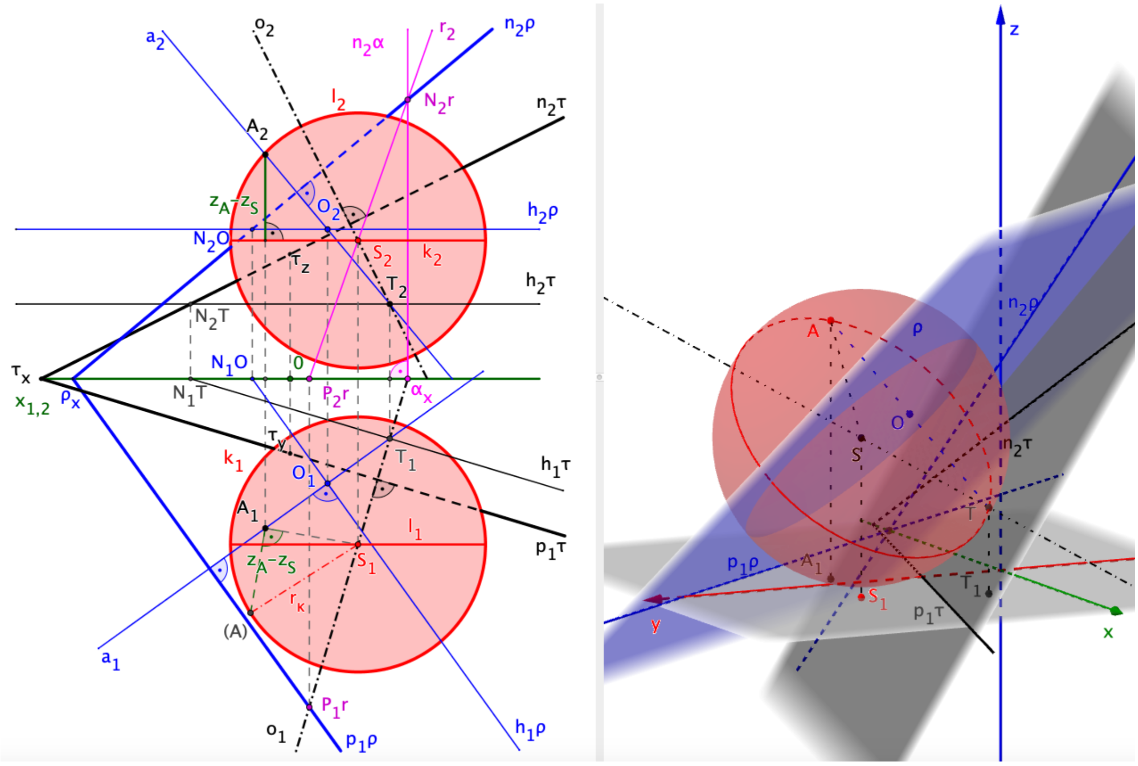
Kapitola 10

Kulová plocha

Definice: *Kulová plocha je množina bodů v prostoru, které mají od daného bodu (střed S) stejnou vzdálenost (poloměr r).*

- KP vzniká rotací kružnice kolem osy, která prochází jejím středem
  kružnice i osa rotace leží ve stejné rovině
- každá přímka procházející středem KP je její osou rotace
- každým bodem na povrchu KP prochází nekonečně mnoho kružnic, jejichž středem je střed KP $\Longrightarrow$ tečny všech těchto kružnic v daném bodě vytvoří tečnou rovinu, která bude kolmá na spojnici středu KP a společného bodu dotyku tečen neboli na poloměr KP
- libovolná dvojice různých bodů na povrchu KP určí **tětivu**, sestrojíme-li středem tětivy rovinu k ní kolmou (analogie osy úsečky) získáme rovinu **souměrnosti**, která **vždy** prochází středem KP a rozděluje ji na dvě shodné části
- řezem KP libovolnou rovinou získáme kružnici (průmětem je ale obvykle elipsa)

10.1 Kulová plocha daná tečnou rovinou s bodem dotyku T a obecném bodem A plochy



Bodem dotyku T vedeme osu o plochy kolmo k tečné rovině τ. Středem O tětivy AT sestrojíme rovinu ρ na ni kolmou. Průsečík osy o a roviny souměrnosti ρ je střed S kulové plochy, poloměr $r_\kappa = |AS| = |TS|$ najdeme ve sklopení.

0. doplníme T_1 pomocí hlavní přímky I. osnovy roviny τ:
   $T_2 \in {}^I h_2^\tau \parallel x_{1,2}$
   ${}^I h_2^\tau \cap n_2^\tau = N_2^T \xrightarrow{ord} N_1^T \in x_{1,2}$
   $N_1^T \in {}^I h_1^\tau \parallel p_1^\tau$
   $T_2 \xrightarrow{ord} T_1 \in {}^I h_1^\tau$

1. bodem dotyku T vedeme osu o plochy kolmo k tečné rovině τ:
   $T_1 \in o_1 \perp p_1^\tau$; $T_2 \in o_2 \perp n_2^\tau$

2. středem O tětivy AT sestrojíme rovinu ρ na ni kolmou:

a) O_1 je střed úsečky A_1T_1, O_2 je střed úsečky A_2T_2

b) bodem O proložíme hlavní přímku I. osnovy roviny souměrnosti ρ:
   $O_1 \in {}^I h_1^\rho \perp A_1T_1$; ${}^I h_1^\rho \cap x_{1,2} = N_1^O$
   $O_2 \in {}^I h_2^\rho \parallel x_{1,2}$; $N_1^O \xrightarrow{ord} N_2^O \in {}^I h_2^\rho$
   $N_2^O \in n_2^\rho \perp A_2T_2$; $n_2^\rho \cap x_{1,2} = \rho_x$
   $\rho_x \in p_1^\rho \perp A_1T_1$

3. najdeme střed S jako průsečík osy o a roviny souměrnosti ρ:

a) osou o proložíme pomocnou rovinu α kolmou k půdorysně π:
$p_1^\alpha = o_1$; $(p_1^\alpha =)o_1 \cap x_{1,2} = \alpha_x$; $\alpha_x \in n_2^\alpha \perp x_{1,2}$

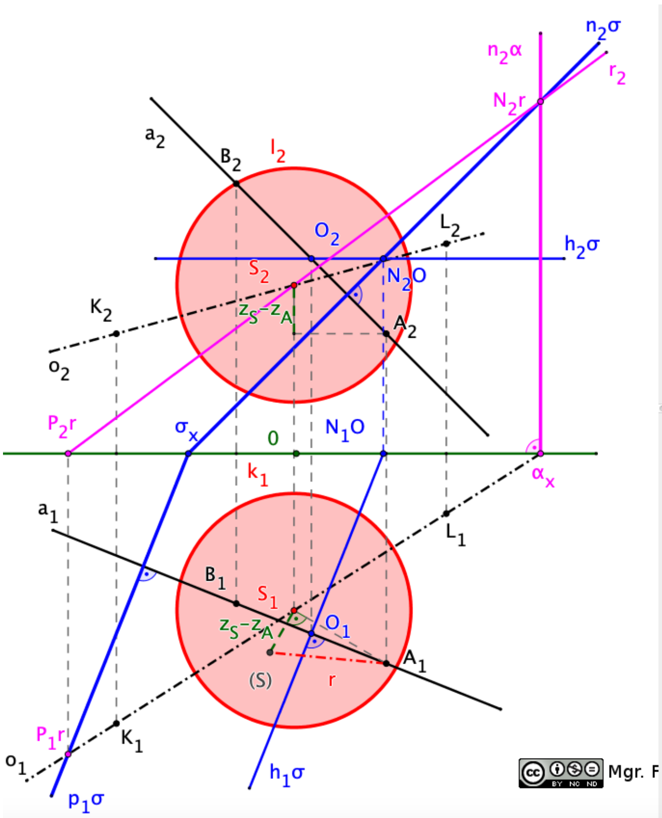
b) najdeme průsečnici r rovin ρ a α:
$p_1^\rho \cap o_1 = P_1^r \xrightarrow{ord} P_2^r \in x_{1,2}$
$n_2^\rho \cap n_2^\alpha = N_2^r \xrightarrow{ord} N_1^r = \alpha_x$
$r : r_1 = P_1^r N_1^r = o_1,\ r_2 = P_2^r N_2^r$

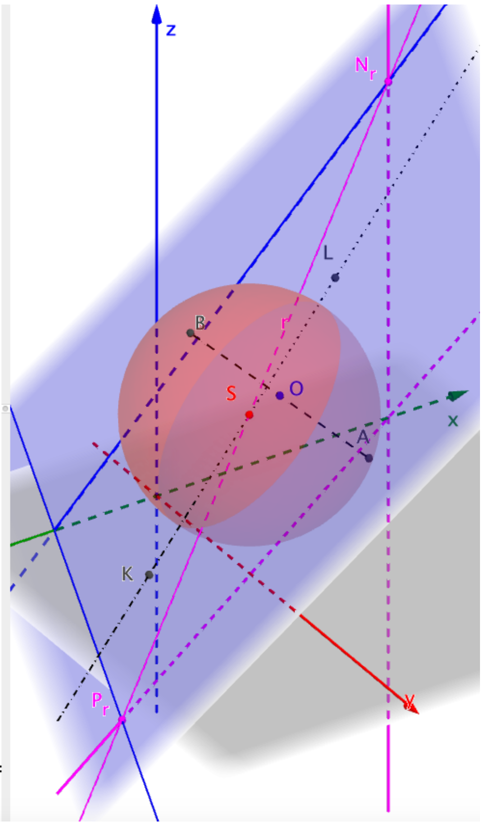
c) najdeme střed S:
$o_2 \cap r_2 = S_2 \xrightarrow{ord} S_1 \in o_1$

3. sklopením úsečky AS najdeme poloměr r_κ kulové plochy:
použijeme tzv. redukované sklopení do roviny rovnoběžné s půdorysnou procházející středem S
$z_S - z_S = 0 \Longrightarrow S_1 = (S)$
$z_A - z_S = |A_1(A)|$; $A_1(A) \perp A_1S_1$
$r_\kappa = |(A)S_1|$

4. vykreslení kulové plochy $\kappa(S; r_\kappa)$
kruh π-průmětu $k_1(S_1; r_\kappa)$ se promítá v nárysně jako průměr $k_2 \parallel x_{1,2}$
kruh ν-průmětu $l_2(S_2; r_\kappa)$ se promítá v půdorysně jako průměr $l_1 \parallel x_{1,2}$

10.2 Kulová plocha daná tětivou AB a osou plochy





Sestrojíme rovinu souměrnosti tětivy AB, která protne osu $o = KL$ ve středu S kulové plochy. Poloměr najdeme se sklopení úsečky AS nebo BS.

1. středem O tětivy AB sestrojíme rovinu σ na ni kolmou:

a) O_1 je střed úsečky A_1B_1, O_2 je střed úsečky A_2B_2

b) bodem O proložíme hlavní přímku I. osnovy roviny souměrnosti σ:
$O_1 \in {}^Ih_1^\sigma \perp A_1B_1;\ {}^Ih_1^\sigma \cap x_{1,2} = N_1^O$
$O_2 \in {}^Ih_2^\sigma \parallel x_{1,2};\ N_1^O \xrightarrow{ord} N_2^O \in {}^Ih_2^\sigma$
$N_2^O \in n_2^\sigma \perp A_2B_2;\ n_2^\sigma \cap x_{1,2} = \sigma_x$
$\sigma_x \in p_1^\sigma \perp A_1B_1$

2. najdeme střed S jako průsečík osy o a roviny souměrnosti σ:

a) osou o proložíme pomocnou rovinu α kolmou k půdorysně π:
$p_1^\alpha = o_1;\ (p_1^\alpha =)o_1 \cap x_{1,2} = \alpha_x;\ \alpha_x \in n_2^\alpha \perp x_{1,2}$

b) najdeme průsečnici r rovin σ a α:
$p_1^\sigma \cap o_1 = P_1^r \xrightarrow{ord} P_2^r \in x_{1,2}$
$n_2^\sigma \cap n_2^\alpha = N_2^r \xrightarrow{ord} N_1^r = \alpha_x$
$r : r_1 = P_1^rN_1^r = o_1,\ r_2 = P_2^rN_2^r$

c) najdeme střed S:
$o_2 \cap r_2 = S_2 \xrightarrow{ord} S_1 \in o_1$

3. sklopením úsečky AS najdeme poloměr r kulové plochy:
použijeme tzv. redukované sklopení do roviny rovnoběžné s půdorysnou procházející bodem A
$z_A - z_A = 0 \Longrightarrow A_1 = (A)$
$z_S - z_A = |S_1(S)|;\ S_1(S) \perp A_1S_1$
$r = |(S)A_1|$

4. vykreslení kulové plochy $\kappa(S; r_\kappa)$
kruh π-průmětu $k_1(S_1; r)$
kruh ν-průmětu $l_2(S_2; r)$