Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Calcula las asíntotas de la función $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{x^2}$

b) [1 punto] Resuelve: $7^{2x+3} - 8 \cdot 7^{x+1} + 1 = 0$

Ejercicio 2.- 2,5 puntos] Una empresa textil quiere fabricar dos tipos de camisetas, lisas y estampadas. Para fabricar una camiseta lisa necesita 70g de algodón y 20g de poliéster. Y para cada camisa estampada necesita 60g de algodón y 10 g de poliéster.

La empresa dispone para ello de 4200g de algodón y 800g de poliéster. Para que sea rentable debe fabricar al menos 10 estampadas y, además, el número de estampadas debe ser al menos igual al doble del número de lisas.

Sabiendo que cada camiseta lisa da un beneficio de 5 euros y cada estampada de 4 euros, ¿cuántas camisetas de cada tipo debería fabricar para obtener el máximo beneficio? ¿Cuál es ese beneficio?

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Obtener la ecuación de la recta tangente $f(x) = \frac{1}{1+x+x^2}$ en el punto $x = 0$

b) [1,5 puntos] Obtener los intervalos de crecimiento y los extremos relativos de la función $f(x) = \frac{-x}{x-4}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea la función $g(x) = \frac{x^3}{3} - 4x^2 - \frac{2x}{3} - 4$

Hallar los valores x de la función en que la recta tangente es paralela a la recta $0 = 2x + 3y - 4$.
Ayuda: dos rectas paralelas tienen la misma pendiente.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Obtener a y b para que la función:

$$f(x) = \begin{cases} bx^2 - 2ax & \text{si } x < -1 \\ \frac{a+1}{x} & \text{si } -1 \leq x \leq 1, x \neq 0 \\ \frac{x^2+ax+1}{x+4} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Sea continua en los puntos frontera $x = -1$ y $x = 1$.

b) [1 punto] En un estudio de mercado del automóvil en una ciudad se ha tomado una muestra aleatoria de 300 turismos, y se ha encontrado que 75 de ellos tienen motor diésel. Para un nivel de confianza de 90%, determine un intervalo de confianza de la proporción de turismos que tienen motor diésel en esa ciudad.

Ejercicio 2.- a) [0,5 puntos] Resolver la ecuación $x^4 + 6x^2 - 7 = 0$

b) [2 puntos] Sea $f(x) = a + \frac{bx+c}{x^2+1}$, donde a , b y c son números reales. Calcula los valores de a , b y c sabiendo que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$, la gráfica de $f(x)$ corta al eje OY en el punto de ordenada $y = 2$, y que la gráfica pasa por el punto $(1, \frac{3}{2})$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Aplica la definición formal de derivada a $f(x) = \frac{2x}{x-4}$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Obtener la recta tangente y la recta normal a la función $f(x) = \frac{-2x}{x^2+4}$ en $x = 1$.