

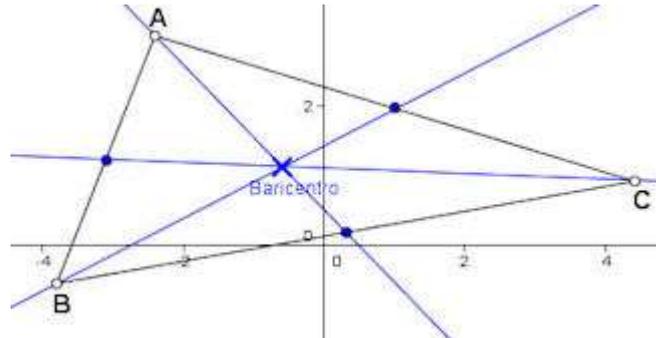


Rectas y puntos notables del triángulo

Medianas y Baricentro

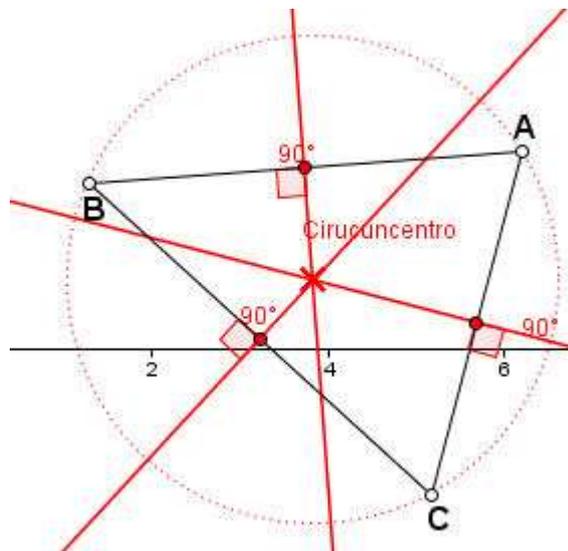
Se llama *mediana* a la recta que une un vértice con la mitad del lado opuesto.

En un triángulo ABC, las tres medianas se cruzan en un punto G llamado Baricentro que es el centro de gravedad del triángulo. Cada mediana divide al triángulo en dos triángulos de igual área. Además, el Baricentro dista doble del vértice que del punto medio del lado.



Mediatrices y Circuncentro

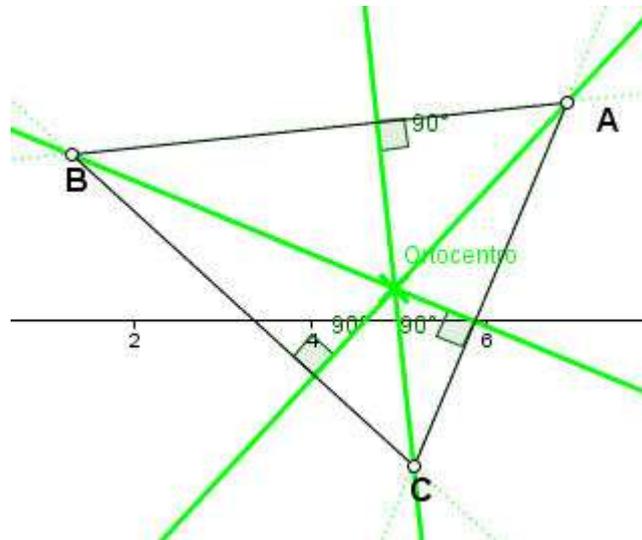
La *mediatriz* de un segmento es la recta perpendicular en su punto medio. Las mediatrices de un triángulo son las mediatrices de sus lados. El punto O donde se cortan las tres mediatrices se llama **Circuncentro** y equidista, es decir, está la misma distancia de los tres vértices A, B y C, es por eso que pertenece a las tres mediatrices. La circunferencia que pasa por los tres vértices se llama Circunferencia Circunscrita.





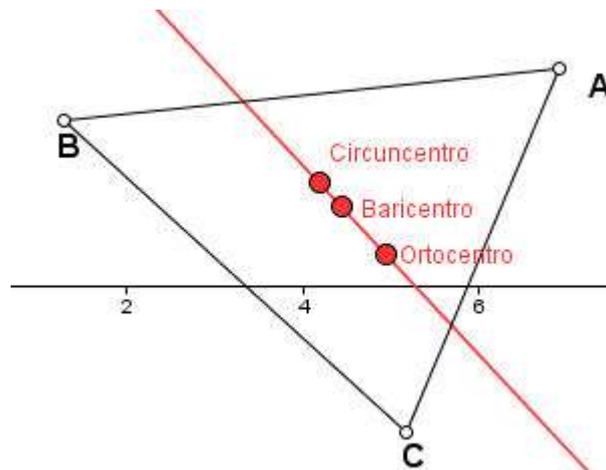
Alturas y Ortocentro

Se llama *altura* en un triángulo a la perpendicular trazada desde un vértice al lado opuesto. En un triángulo ABC, las tres alturas se cruzan en un punto llamado *Ortocentro*. Se puede ver que si trazamos por cada vértice una paralela al lado opuesto se obtiene otro triángulo cuyas mediatrices son justamente las alturas del triángulo primitivo.



Recta de Euler

El baricentro de un triángulo está alineado con el Ortocentro y el Circuncentro, y a doble distancia del primero que del segundo. La recta que contiene a estos tres puntos se llama Recta de Euler.

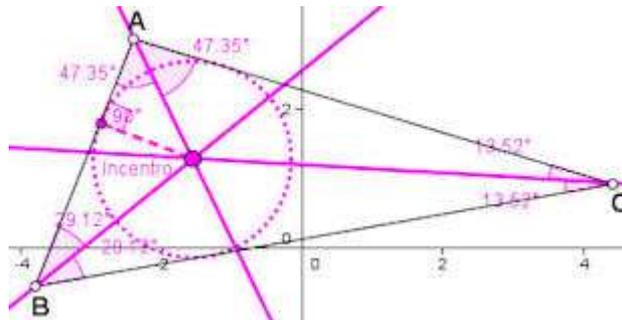


Bisectrices e Incentro

Se llama bisectriz a la recta que divide un ángulo en dos partes iguales. Las bisectrices de un triángulo son las bisectrices de sus ángulos. El punto I donde se cortan las tres bisectrices interiores se llama Incentro, equidista de los tres lados y por eso podemos construir una circunferencia de centro I tangente a los lados del triángulo. Dicha circunferencia se llama



Circunferencia Inscrita y es la circunferencia más "grande" que se puede definir completamente contenida dentro del triángulo.

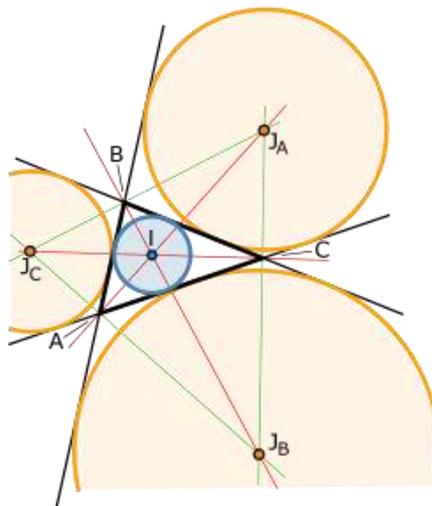


Consecuencias de estas construcciones:

CIRCUNFERENCIA EXINSCRITA: el incentro de un triángulo es el único punto interior que equidista de las rectas de los lados, pero existen también puntos exteriores que tienen la misma propiedad y se llaman Exincentros.

Exincentro

El **exincentro** es el punto de intersección de las [bisectrices](#) de cualesquiera dos de los tres **ángulos exteriores de un triángulo**. También se le llama **excentro**. Todo triángulo posee tres exincentros.



La circunferencia inscrita y las tres circunferencias exinscritas trazadas a partir de los exincentros.

Desde él, se puede trazar una circunferencia que es tangente a un lado y la prolongación de los otros dos.

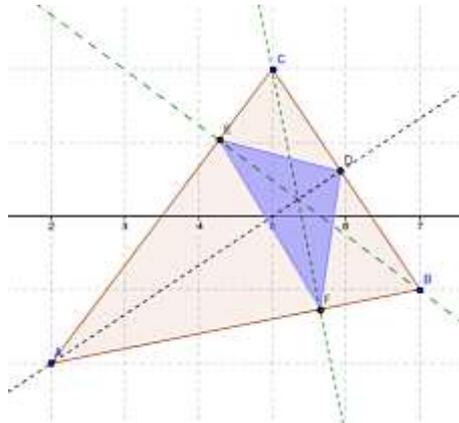
Como consecuencia de que la circunferencia es tangente a las prolongaciones de los lados, la distancia mayor desde el vértice a los puntos de tangencia es iguales y sumadas equivalen al perímetro del triángulo.



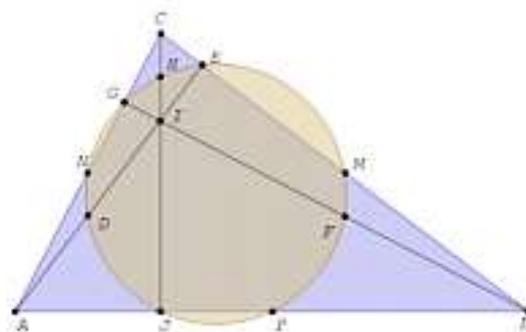
Características

- El exincentro siempre está fuera del **triángulo**.
- El exincentro es centro de la circunferencia exinscrita.
- También pasa por el exincentro la bisectriz interior opuesta al lado al que es tangente la circunferencia exinscrita.
- Las bisectrices exteriores e interiores son normales entre sí.
- A las circunferencias exinscritas y la circunferencia inscrita se les llaman circunferencias tritangentes al triángulo.

TRIÁNGULO ÓRTICO: recíprocamente, las alturas de todo triángulo (acutángulo) son bisectrices interiores del triángulo cuyos vértices son los pies de sus alturas. Este triángulo se llama Triángulo Órtico. Como consecuencia se desprende que los lados de un triángulo acutángulo son las bisectrices exteriores de su triángulo órtico y que los vértices de un triángulo son los exicentros de su triángulo órtico.



CIRCUNFERENCIA DE FEUERBACH: Dado un triángulo cualquiera, no rectángulo, aplicando las propiedades del triángulo órtico se obtiene que la circunferencia que pasa por los pies de las alturas de un triángulo contiene los puntos medios de sus lados, así como los puntos medios de los segmentos de altura comprendidos entre cada vértice y el Ortocentro. Esta circunferencia se llama Circunferencia de los nueve puntos o de Feuerbach, también de Euler.





Posibles preguntas

Busca respuestas a los siguientes cuestionamientos, apoyándose con la construcción realizada en GG, mueve de manera adecuada los vértices del triángulo.

En general de los puntos notables:

- ¿Existe algún caso particular en el que los cuatro puntos (baricentro, Ortocentro, Circuncentro e Incentro) estén alineados?
- ¿Y qué coincidan en un mismo punto?
- ¿Cómo son entre sí las circunferencias circunscrita e inscrita cuando el triángulo es equilátero?
- ¿Por qué en los cuatro casos de las rectas notables (medianas, mediatrices, alturas y bisectrices) estas siempre se intersecan en el mismo punto?

Medianas

- ¿Cuál es la razón de división del baricentro en cada una de las medianas con respecto a sus extremos?
- ¿Existe alguna fórmula directa para encontrar las coordenadas del vértice, dado que se conocen los vértices del triángulo?
- ¿Cómo puedes probar que los dos triángulos que forma la mediana de un primer triángulo tienen áreas iguales?

Mediatrices

- ¿Cuál es la razón por la cual en la intersección de las tres mediatrices se encuentra el centro de la circunferencia que pasa por los tres vértices?
- Describe que propiedad en común tiene todos los puntos que se encuentran en la mediatriz de un segmento.
- ¿En cuáles casos el Circuncentro se encuentra dentro del triángulo?
- ¿Cómo debe ser el triángulo para que el Circuncentro se encuentre sobre el triángulo?, en tal caso, puedes describir ¿en dónde se encuentra el Circuncentro?

Alturas

- ¿Cuáles condiciones deben existir para que el Ortocentro se encuentre dentro del triángulo?
- ¿Cuáles condiciones deben existir para que el Ortocentro se encuentre afuera del triángulo?
- ¿Y para que el Ortocentro coincida con el triángulo?

Bisectrices

- ¿Cuál es la razón por la cual en la intersección de las tres bisectrices se encuentra el centro de la circunferencia inscrita en la circunferencia?
- Describe que propiedad en común tienen todos los puntos que se encuentran sobre la bisectriz de un ángulo.