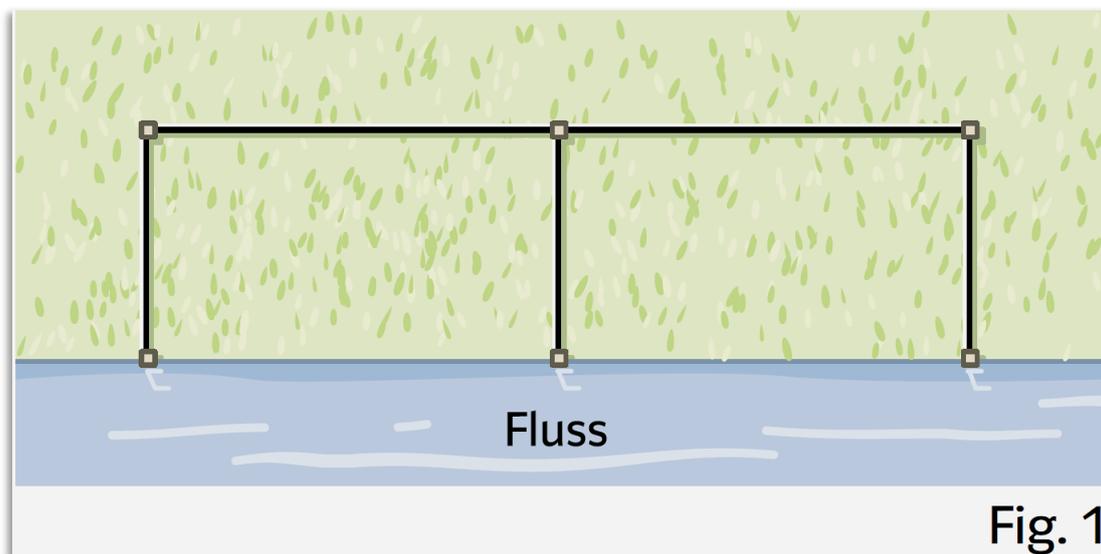


## Eine Optimierungsaufgabe

Auf einer Wiese sollen an einem Fluss wie in Fig. 1 zwei gleichgroße rechteckige Stücke eingezäunt werden. Insgesamt stehen 60 m Maschendraht zur Verfügung. Wie sind die Abmessungen zu wählen, damit die eingezäunte Fläche am größten wird? Wie groß ist in diesem Fall die eingezäunte Fläche?<sup>1</sup>



<sup>1</sup> Quelle: Brandt, D. et al. (2006). Lambacher Schweizer, Band 4, S. 91, Runde 1, Aufgabe 1. Deutschland: Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart.

## Lösungsvorschlag

### I Verstehen der Aufgabe

Textanalyse 1:

Auf einer Wiese sollen an einem Fluss wie in Fig. 1 zwei gleichgroße rechteckige Stücke eingezäunt werden. Insgesamt stehen 60 m Maschendraht zur Verfügung. Wie sind die Abmessungen zu wählen, damit die eingezäunte Fläche am größten wird? Wie groß ist in diesem Fall die eingezäunte Fläche?

**Handlung 1:** Benenne aus dem Text der Aufgabe die extremale Größe.

Eingezäunte Fläche soll am größten werden.

Textanalyse 2:

Auf einer Wiese sollen an einem Fluss wie in Fig. 1 zwei gleichgroße rechteckige Stücke eingezäunt werden. Insgesamt stehen 60 m Maschendraht zur Verfügung. **Wie sind die Abmessungen zu wählen**, damit die eingezäunte Fläche am größten wird? Wie groß ist **in diesem Fall** die **eingezäunte Fläche**?

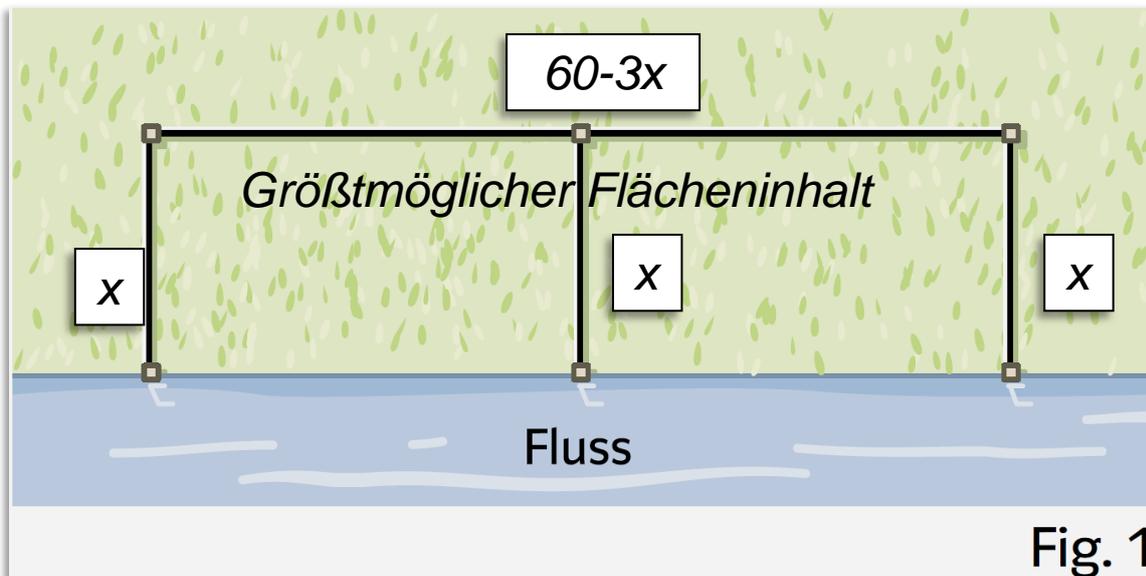
**Handlung 2:** Gib die gesuchte(n) Größe(n) an.

- Abmessungen des Maschendrahtzauns (Länge und Breite des Rechtecks);
- maximalen Flächeninhalt der eingezäunten Fläche.

## II Aufstellen eines Terms

**Handlung 3:** Führe für eine gesuchte Größe eine Variable ein. Erstelle eine informative Planfigur. Skizziere und beschrifte.

in Meter



**Handlung 4:** Gestalte mit der eingeführten Variablen einen Term zur Berechnung der extremalen Größe aus Handlungsbaustein 1.

Einen extremalen Wert soll der Term  $x \cdot (60 - 3x)$  annehmen, denn seine Termwerte beschreiben den eingezäunten Flächeninhalt und sollen am größten werden.

## III Quadratische Funktionsgleichung aufstellen

**Handlung 5:** Forme den Term aus Handlungsbaustein 4 in einen Term einer quadratischen Funktion  $f$  äquivalent um. Stelle eine quadratische Funktionsgleichung in allgemeiner Form auf.

Multipliziere aus:  $x \cdot (60 - 3x) = 60x - 3x^2$

Quadratische Funktionsgleichung in *allgemeiner* Form:

$$f(x) = -3x^2 + 60x.$$

#### IV Scheitelpunkt S berechnen

**Handlung 6:** Berechne aus der Funktionsgleichung den Scheitelpunkt S.

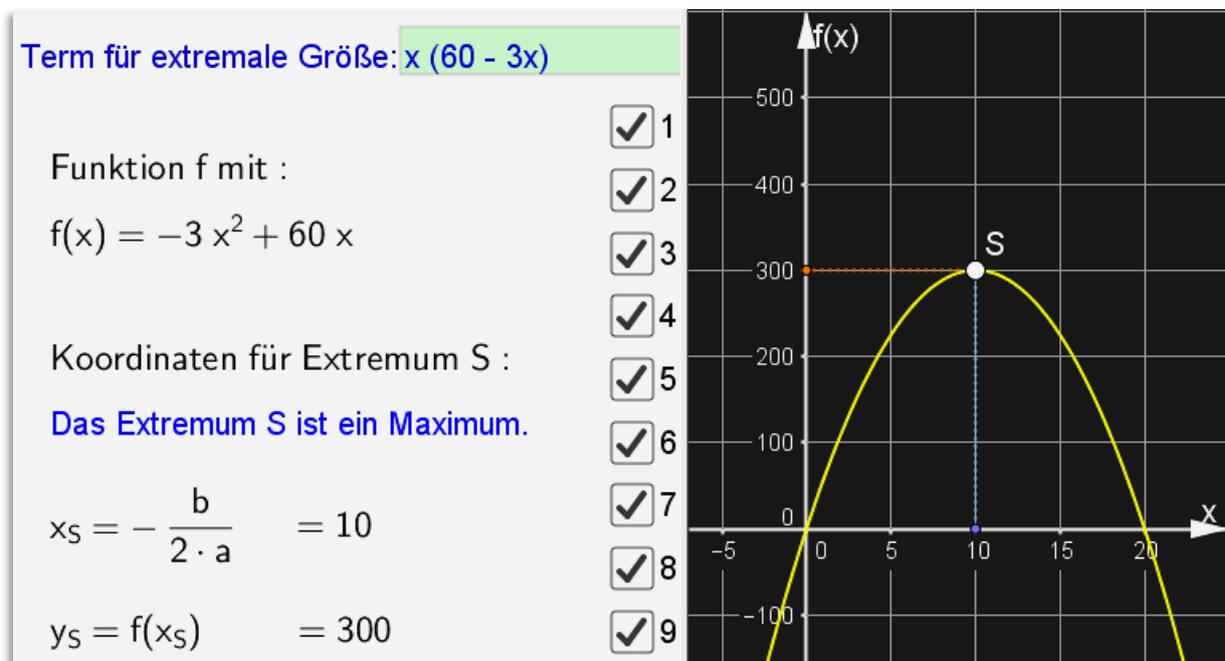
$$S = \left( -\frac{b}{2 \cdot a}, f(x_S) \right).$$

$$S = \left( -\frac{60}{2 \cdot (-3)}, f\left(-\frac{60}{2 \cdot (-3)}\right) \right) = (10, 300)$$

**Handlung 7:** Welche Rolle übernimmt der Scheitelpunkt S? Begründe.

S beschreibt das Maximum der Funktion  $f$ , denn die Parabel ist nach unten geöffnet.

## Kontrolle mit dem Computer



### V Antwortsatz bilden

**Handlung 8:** Berechne aus den aufgestellten Termen (siehe informative Planfigur) weitere gesuchte Größen und formuliere einen Antwortsatz.

Aus  $x_S = 10$  folgt die Breite des Zaunes von 10 m.  
 Aus  $60 - 3x_S$  folgt die Länge des Zaunes von 30 m.  
 Der maximale Flächeninhalt der rechteckig eingezäunten Fläche beträgt 300 m<sup>2</sup>.

## Alle acht Handlungsbausteine auf einem Blick

**Handlung 1:** Benenne aus dem Text der Aufgabe die extremale Größe.

**Handlung 2:** Gib die gesuchte(n) Größe(n) an.

**Handlung 3:** Führe *für eine* gesuchte Größe eine Variable ein. Erstelle eine informative Planfigur. Skizziere und beschrifte.

**Handlung 4:** Gestalte mit der eingeführten Variablen einen Term zur Berechnung der extremalen Größe aus Handlungsbaustein 1.

**Handlung 5:** Forme den Term aus Handlungsbaustein 4 in einen Term einer quadratischen Funktion  $f$  äquivalent um. Stelle eine quadratische Funktionsgleichung in *allgemeiner* Form auf.

**Handlung 6:** Berechne aus der Funktionsgleichung den Scheitelpunkt  $S$ .

**Handlung 7:** Welche Rolle übernimmt der Scheitelpunkt  $S$ ? Begründe.

**Handlung 8:** Berechne aus den aufgestellten Termen (siehe informative Planfigur) weitere gesuchte Größen und formuliere einen Antwortsatz.