

Cirkelns ligning.

Den enkle metode til omformning fra et parentesløst udtryk til 'normalformen'.

Lemma.

$$x^2 + kx = \left(x + \frac{k}{2}\right)^2 - \left(\frac{k}{2}\right)^2$$

Bevis. Af første kvadratsætning følger at

$$\left(x + \frac{k}{2}\right)^2 - \left(\frac{k}{2}\right)^2 = x^2 + \left(\frac{k}{2}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{k}{2} - \left(\frac{k}{2}\right)^2 = x^2 + kx$$

Ved brug af ovenstående lemma kan cirkelns ligning omformes fra et parentesløst udtryk til 'normalformen'.

Opgaver.

1: $x^2 + 14x + y^2 - 12y + 21 = 0$

2: $x^2 + 10x + y^2 - 24y = 0$

3: $x^2 - 16x + y^2 + 30y = 0$

4: $x^2 - 40x + y^2 - 42y = 0$

5: $x^2 - 50x + y^2 + 120y = 0$

6: $x^2 + 24x + y^2 - 32y = 0$

7: $x^2 + 24x + y^2 - 18y = 0$

8: $x^2 + 24x + y^2 + 70y = 0$

9: $x^2 + 16x + y^2 + 12y = 0$

10: $x^2 + 14x + y^2 + 48y = 0$

11: $x^2 - 20x + y^2 + 48y = 0$

12: $x^2 + 36x + y^2 + 48y = 0$

13: $x^2 - 64x + y^2 + 48y = 0$

14: $x^2 - 90x + y^2 + 48y = 0$

15: $x^2 + 286x + y^2 + 48y = 0$

16: $x^2 + 156x + y^2 + 208y = 524$

Cirkelns ligning. Den enkle metode til omformning fra et parentesløst udtryk til 'normalformen'.

© Heine Strømdahl, 2023.

$$17: x^2 - 240x + y^2 + 100y = 524$$

$$18: x^2 + 252x + y^2 - 64y = 524$$

$$19: x^2 + 132x + y^2 - 224y = 524$$

Eksempler på løsning.

2:

$$x^2 + 10x + y^2 - 24y = 0 \Leftrightarrow (x + 5)^2 - 25 + (y - 12)^2 - 144 = 0 \Leftrightarrow$$

$$(x + 5)^2 + (y - 12)^2 = 169 \Leftrightarrow (x + 5)^2 + (y - 12)^2 = 13^2$$

3:

$$x^2 - 16x + y^2 + 30y = 0 \Leftrightarrow (x - 8)^2 - 64 + (y + 15)^2 - 225 = 0 \Leftrightarrow$$

$$(x - 8)^2 + (y + 15)^2 = 289 \Leftrightarrow (x - 8)^2 + (y + 15)^2 = 17^2$$

1:

$$x^2 + 14x + y^2 - 12y + 21 = 0 \Leftrightarrow (x + 7)^2 - 49 + (y - 6)^2 - 36 + 21 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x + 7)^2 + (y - 6)^2 = 64 \Leftrightarrow (x + 7)^2 + (y - 6)^2 = 8^2$$