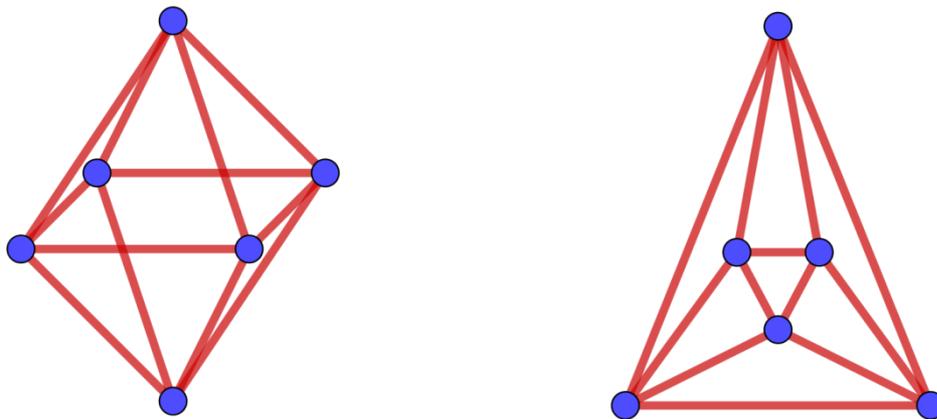


Actividad de ampliación. Transformaciones topológicas

La hormiga sí puede recorrer todas las aristas del octaedro, ya que el grado de todos sus vértices es par, lo que significa además que al final del recorrido volverá al vértice de partida (paseo con retorno).

Una pregunta que podemos hacernos, sin embargo, es: ¿y de cuántas formas puede hacer el recorrido? La solución no es sencilla de hallar: ¡nada menos que de 1488 formas!

Sin embargo, aunque la labor sigue siendo difícil, los matemáticos idearon un sistema para facilitarla. Consiste en transformar el grafo del octaedro en otro equivalente, es decir, con igual número de vértices y aristas que inciden en cada vértice, de tal forma que no se corten dos aristas (**grafo plano**). Ya sabes que la “forma” del grafo no importa, lo que importa es su “estructura”. Así, podemos redibujar el grafo del octaedro de la siguiente forma:



Comprueba que los dos grafos son equivalentes comparando el número de vértices, el número de aristas y el grado de cada vértice. Observa también que el segundo grafo parece tener una cara (o región) menos (7 en vez de 8), pero no es así, ya que también cuenta la “región exterior”.

Trata de construir, de igual forma (sin que las aristas se corten), el esqueleto de un dodecaedro (poliedro con doce caras pentagonales).

Puedes saber cuántas aristas tiene, teniendo en cuenta que cada cara tiene 5 aristas, lo que suman $12 \times 5 = 60$. Pero como cada arista es contada dos veces (pertenece a dos caras) habrá solo 30 aristas.

Por la relación de **Euler** (se pronuncia “Oiler” y fue el matemático que descubrió que en cualquier poliedro se cumple que “caras + vértices = aristas + 2”), deduces que el número de vértices es 20. Lo que quiere decir que en cada vértice inciden 3 aristas (el grado de cada vértice es 3).