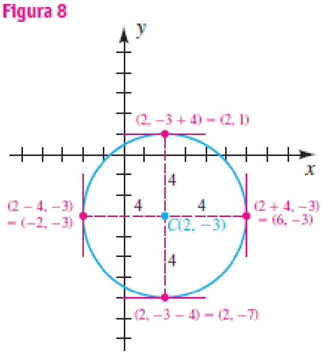
Figura 8



Recuerde que una ***recta tangente*** *a una circunferencia es una recta que contiene exactamente un punto de la circunferencia. Toda circunferencia tiene cuatro puntos de tangencia asociados con rectas horizontales y verticales. Es útil localizar estos puntos cuando se trace la gráfica de una circunferencia.*

EJEMPLO 8 **Hallar el centro y radio de una circunferencia**

Encuentre el centro y radio de la circunferencia con ecuación

$$3x^2 + 3y^2 - 12x + 18y = 9.$$

SOLUCIÓN Como es más fácil completar el cuadrado si los coeficientes de x^2 y y^2 son 1, empezamos por dividir entre 3 la ecuación dada, obteniendo

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y = 3.$$

Ahora, reescribimos la ecuación como sigue, donde los espacios subrayados representan números a determinar:

$$(x^2 - 4x + \underline{\quad}) + (y^2 + 6y + \underline{\quad}) = 3 + \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

Entonces completamos los cuadrados para las expresiones dentro de paréntesis, teniendo cuidado de sumar los números apropiados a *ambos* lados de la ecuación. Para completar el cuadrado para una expresión de la forma $x^2 + ax$, sumamos el cuadrado de la mitad del coeficiente de x (esto es, $(a/2)^2$) a ambos lados de la ecuación. Del mismo modo, para $y^2 + by$, sumamos $(b/2)^2$ a ambos lados. En este ejemplo, $a = -4$, $b = 6$, $(a/2)^2 = (-2)^2 = 4$, y $(b/2)^2 = 3^2 = 9$. Estas sumas llevan a

$$(x^2 - 4x + \underline{4}) + (y^2 + 6y + \underline{9}) = 3 + \underline{4} + \underline{9} \qquad \text{completando los cuadrados}$$

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16. \qquad \text{ecuación equivalente}$$

Comparando la última ecuación con la ecuación estándar de una circunferencia, vemos que $h = 2$ y $k = -3$ y concluimos que la circunferencia tiene centro $(2, -3)$ y radio $\sqrt{16} = 4$. Un dibujo de esta circunferencia se ve en la figura 8.

Tomado de Swokowski & Cole (2009)