coggle

VEKTORI

osnovni pojmovi

duljina vektora: $|\vec{a}| = |\overrightarrow{AB}| = |AB|$

radijus-vektor: neka je O bilo koja točka ravnine ili prostora i $\overrightarrow{AB}$ zadani vektor, tada postoji jedinstvena točka T u ravnini ili prostoru za koju je $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OT}$

vektor $\overrightarrow{OT}$ nazivamo radijus-vektor točke T

suprotan vektor: $-\vec{a}$

nul-vektor: $\vec{0}$

komutativnost: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$

asocijativnost: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$

oduzimanje vektora: $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

normirani vektor: $\vec{e}$

normiranje vektora je postupak kojim uzmemo neki vektor (bilo koje duljine) pa ga natjeramo da postane duljine 1, odnosno jedinični vektor

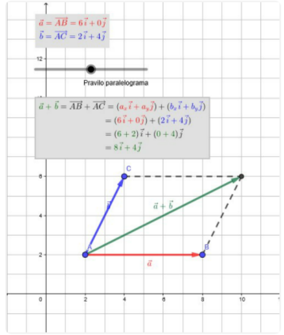
u pravilu vektori $\vec{e}$ i $\vec{f}$ su jedinični vektori (tj. normirani vektori) ali ne moraju biti okomiti

$$\vec{e} = \frac{1}{|\overrightarrow{AB}|}$$

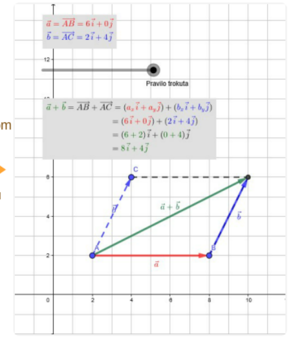
- usmjerena dužina (AB)⃗ u kojoj razlikujemo početnu točku (hvatište) i završnu točku (kraj)
- ima 3 komponente
  - duljina
    - udaljenosti između početne i završne točke
  - smjer
    - određen pravcem
    - vektori koji imaju isti smjer nazivaju se kolinearnim
  - orijentacija
- dva vektora su jednaka ako imaju sve tri komponente jednake
- suprotni vektori imaju istu duljinu i smjer, a suprotnu orijentaciju
- nul-vektor je vektor koji ima istu početnu i završnu točku, odnosno duljina mu iznosi 0
- radijus- vektor
  - neka je O bilo koja točka ravnine ili prostora i (AB)⃗ zadani vektor, tada postoji jedinstvena točka T u ravnini ili prostoru za koju je (AB)⃗=(OT)⃗

zbrajanje vektora

- pravilo paralelograma



  - ako zadani vektori imaju zajednički početnu točku, onda ta točka, zajedno s krajnjim točkama nacrtanih vektora, određuje tri vrha paralelograma
  - paralelogram je određen dvama nekolinearnim vektorima imaju zajedničku točku O, a zbroj tih vektora je dijagonala paralelograma
- pravilo trokuta
  - vektori su ulančani ako se završetak prvog podudara s početkom drugog - pravilo ulančavanja



  - zbroj dvaju ulančanih vektora je vektor koji spaja početnu točku prvog vektora sa završnom točkom drugog vektora
- svojstva
  - komutativnost - a+b=b+a
  - asocijativnost - (a+b)+c=a+(b+c)

oduzimanje vektora

- razlika vektora definira se kao zbroj sa suprotnim vektorom - a-b=a+(-b)
- razlika se određuje tako da se izaberu vektori jednaki početnima, a da imaju zajednički početak, tada je razlika vektor koji spaja završetak drugog sa završetkom prvog vektora

skalarni umnožak

skalarni umnožak

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\varphi$$

ϕ = kut između vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$

$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2 \rightarrow \varphi = 0$

svojstva skalarnog umnoška

pozitivnost: $\vec{a} \cdot \vec{a} \geq 0, \vec{a} \cdot \vec{a} = 0 \leftrightarrow \vec{a} = 0$

komutativnost: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$

homogenost: $(\lambda \cdot \vec{a}) \cdot \vec{b} = \lambda(\vec{a} \cdot \vec{b})$

distributivnost: $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$

skalarni umnožak u koordinatnom sustavu

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$$

$$\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y$$

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

Kartuzijev koordinatni sustav

- baza Kartuzijeva pravokutnog sustava
  i⃗ = jedinični vektor na osi apscisa
  j⃗ = jedinični vektor na osi ordinata
- x, y = koordinate vektora

množenje vektora skalarom

- jedinični vektor
  - vektor duljine 1
  - naziva se i ort
- a⃗=k·b⃗
- kriterij/uvjet kolinearnosti
- vektor α množi se skalarom α tako da se dobije vektor αa⃗ sa svojstvima
  - smjer mu je jednak smjeru vektora a⃗
  - duljina mu je jednaka umnošku apsolutne vrijednosti skalara i duljine vektora
  - orijentacija mu je jednaka orijentaciji vektora a⃗ ako je α>0, a suprotna orijentaciji vektora a⃗ ako je α<0

poučak/teorem o srednjici trokuta:

M, N = polovišta

$$\overline{MN} \parallel \overline{AB}$$

$|MN| = \frac{1}{2}|AB| \rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND}$$

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{CM} \rightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{NB}$

$$\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{MN}$$

$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} /: 2$$

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

linearna nezavisnost vektora

jedinični vektor: $\overrightarrow{a_o} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$

kriterij kolinearnosti: $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$

ako su iste orijentacije: $k = \frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}$

ako su suprotne orijentacije: : $k = -\frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}$

linearna kombinacija vektora: $\alpha_1 \cdot \overrightarrow{a_1} + \alpha_2 \cdot \overrightarrow{a_2} = \vec{0}$

linearno nezavisni vektori: ako $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$

linearno zavisni vektori: ako $\alpha_1 \neq 0, \alpha_2 \neq 0$

Ana Katulić, 3.b