ATIVIDADE 4 - RAIZES DE UMA EQUAÇÃO DO 2° GRAU

OBJETIVO:

Essa sequência didática tem como objetivo guiar o estudante a partir da manipulação do material Algeplan até o conceito abstrato das raízes de uma equação do segundo grau usando o método de completar quadrados. As atividades são divididas em etapas, com instruções detalhadas para o professor em cada fase, para que os alunos façam a transição gradativa do concreto para o abstrato.

Monte a equação do segundo grau: $x^2 + 4x = 12$ com o algeplan.

- Utilize uma peça para representar x^2 .
- Use quatro peças de x para representar o termo $4x$.
- Mostre que o 12 no lado direito da equação pode ser representado como uma área total a ser preenchida.

1. Explique que, para resolver essa equação, eles precisam "completar o quadrado".
2. Pergunte como eles poderiam arranjar as peças para formar uma figura quadrada, discutindo as tentativas e erros como parte do processo de aprendizado.
3. Proponha aos alunos que reorganizem os termos x^2 e 4x em forma de um quadrado. Mostre a eles que isso forma um quadrado incompleto.
4. Discuta que, para completar o quadrado, precisamos adicionar peças que fechem a área para formar um quadrado perfeito. Nesse caso, precisaremos de um pequeno quadrado de área 4 (duas peças de $2x^2$).
5. Após completar o quadrado adicionando os quadrados de área 4 no lado esquerdo da equação, explique que, para manter a igualdade, devemos também adicionar 4 ao lado direito da equação.
6. Assim, a equação $x^2 + 4x = 12$ se torna $x^2 + 4x + 4 = 16$.
7. Mostre que agora temos um quadrado perfeito do lado esquerdo da equação, que pode ser reescrito como $(x + 2)^2 = 16$
8. Pergunte aos estudantes qual número ao quadrado dá 16 e discuta que isso leva a duas respostas:

$x + 2 = 4$ e $x + 2 = -4$

7. Resolva as equações resultantes, mostrando que as raízes são $x = 2$ e $x = 6$

Revise o que foi feito com o Algeplan para fixar o conceito de completar quadrados visualmente. Explique que agora eles vão fazer o mesmo processo sem o material manipulativo.

1. Escolha uma nova equação, como $x^2 + 6x = 8$;
2. Oriente os alunos a dividir o coeficiente de x por 2 e elevar ao quadrado. Neste caso $\left(\frac{6}{2}\right)^2 = 9$.
3. Escreva a nova equação: $x^2 + 6x + 9 = 8 + 9$ ou seja $(x + 3)^2 = 17$

4. Conduza a resolução final, lembrando que agora temos um quadrado perfeito: $(x + 3)^2 = 17$
5. Peça que os alunos resolvam $x + 3 = \pm\sqrt{17}$, levando a $x = -3 \pm \sqrt{17}$.
6. Mostre que, mesmo sem o Algeplan, o processo de completar quadrados é o mesmo.
7. Proponha uma lista de equações para os alunos resolverem completando o quadrado, como:

a) $x^2 + 8x = 20$

b) $x^2 + 10x = 25$

Perguntas que podem ser realizadas pelo professor para instigar o estudante a desenvolver o pensamento abstrato:

Explorando a Necessidade de Completar o Quadrado

- "Olhando para a nossa expressão $x^2 + 4x$, como vocês acham que poderíamos reorganizar as peças para formar uma figura quadrada?"
- "Por que vocês acham que chamamos esse método de 'completar o quadrado'? O que isso sugere sobre a forma da nossa construção?"

Visualizando a Formação do Quadrado

- "Se tentarmos arranjar as peças para formar um quadrado, onde vocês acham que cada peça deve ser posicionada?"
- "Para conseguir uma forma quadrada, temos o termo x^2 e as peças de $4x$. O que está faltando para completar essa figura como um quadrado perfeito?"

Identificando a Peça Faltante

- "Vocês percebem que falta alguma área para fechar o quadrado? Que peça ou peças seriam necessárias para preencher essa área e completar o quadrado?"
- "Quantas peças de área constante precisam ser adicionadas para que a forma final seja um quadrado perfeito?"

Equilíbrio da Equação

- "Se adicionarmos essas peças de área constante ao lado esquerdo para completar o quadrado, o que devemos fazer no lado direito para manter a igualdade da equação?"
- "Como podemos ajustar a nossa equação para refletir o novo quadrado completo que construímos no lado esquerdo?

Consolidando o Conceito de Quadrado Perfeito

- "Agora que completamos o quadrado, como podemos escrever nossa expressão de forma mais simples? Vocês conseguem perceber uma maneira de representar essa área como o quadrado de uma única expressão?"
- "Com o quadrado completo, qual é o próximo passo para encontrarmos as soluções da equação? Como isso se relaciona com as raízes que estamos procurando?"