35. Proceda en una forma similar al ejemplo 6 para resolver el PVI $y' + p(x)y = 4x$, $y(0) = 3$, donde

$$p(x) = \begin{cases} 2, & 0 \le x \le 1, \\ -2/x, & x > 1 \end{cases}$$

Utilice un programa de graficación para trazar la gráfica de la función continua $y(x)$.

Para $0 \le x \le 1$, $y' + 2y = 4x$

$$e^{\int 2dx} = e^{2x} ; \frac{d}{dx}[e^{2x} y] = 4xe^{2x}$$

$$e^{2x} y = 4\int x e^{2x} dx \quad \Bigg| \quad \begin{matrix} u = x & dv = e^{2x}dx \\ du = dx & v = \frac{1}{2}e^{2x} \end{matrix}$$

$$e^{2x}y = 4\left[\frac{1}{2}xe^{2x} - \frac{1}{2}\int e^{2x}dx\right] + c_1$$

$$e^{2x}y = 2xe^{2x} - 2/2\, e^{2x} + c_1$$

$$y = 2x - 1 + c_1 e^{-2x} \quad ; \quad x = 0 , y = 3$$

$$3 = -1 + c_1 \longrightarrow c_1 = 4$$

$$y = 2x - 1 + 4e^{-2x}$$

Para $x > 1$, $y' - \frac{2}{x}y = 4x$

$$e^{-2\int \frac{dx}{x}} = e^{-2\ln|x|} = e^{\ln|x^{-2}|} = x^{-2}$$

$$\frac{d}{dx}[x^{-2}y] = \frac{4}{x} \therefore x^{-2}y = 4\int \frac{dx}{x}$$

$$x^{-2}y = 4\ln|x| + c_2 \rightarrow y = 4x^2\ln|x| + c_2x^2$$