

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Calcula los siguientes límites:

a) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin x)}{(\pi - 2x)^2}$ **b) [0,5 puntos]** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x}$ **c) [1 punto]** $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3e^{x^2} - e^x + x^3}{x^4 + e^x - 2e^{x^2}}$

Ejercicio 2.- Sean los puntos $A(0,1)$, $B(5,-2)$ y $C(3,a)$.

a) [1 punto] Obtener a para que el vector $\vec{AB}$ sea perpendicular al vector $\vec{BC}$.

b) [1,5 puntos] Si $a=0$ obtener la mediatriz del segmento $\overline{AC}$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudiar las asíntotas de la función $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^3 + 8}$ presente.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Estudia la continuidad y discontinuidad de la función en toda la recta real.

$$f(x) = \begin{cases} 2 + \cos(x) & \text{si } x \leq 0 \\ 1 + \frac{2x}{\pi} & \text{si } 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 1 + \sin(x) & \text{si } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Opción B

Ejercicio 1.- Tenemos el plano de una zona costera, donde el puerto A se sitúa en el origen de coordenadas y el puerto B está a 100 Km Este y 30 Km Norte del puerto A.

Un barco navega en las aguas cercanas a ambos puertos, según la trayectoria $x+2y=80$ (donde x es la dimensión horizontal del plano medida en km e y la dimensión vertical medida en km).

El barco sufre un problema mecánico en el punto de la trayectoria con $x=40$, y decide echar el ancla y pedir ayuda.

- a) [0,5 puntos] ¿Qué puerto está más cerca del barco? Explicar de forma razonada.
- b) [0,5 puntos] Si finalmente el barco de rescate parte del puerto B a una velocidad de $15 km/h$, ¿cuánto tiempo tarda en llegar al barco averiado?
- c) [1,5 puntos] ¿Qué ángulo forma la línea que une el barco averiado y el puerto A, con la línea que une el barco averiado y el puerto B?

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Obtener los puntos de inflexión de $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula el valor de k para que se verifique $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{4x^2 + kx + 1}) = 1$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Calcular a y b para que $f(x)$ sea continua en todo $\mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{ax + b} & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ \frac{-x}{2 \cdot \sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$