

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Calcula:

a) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(\cos 3x)}{\ln(\cos 2x)} \right)$

b) [1,5 puntos] $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x}$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Un rectángulo está inscrito en un semicírculo de $\sqrt{5}$ cm de radio, de forma que uno de sus lados está contenido en el diámetro del semicírculo y el lado opuesto tiene sus vértices sobre la semicircunferencia. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que es el de mayor perímetro posible. Calcula también el valor de este perímetro máximo.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula la ecuación explícita de la recta tangente a la función $f(x) = x^3 - 4x$ en el punto $x = -1$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Representa gráficamente (calculando previamente dominio, puntos de corte con los ejes, asíntotas, extremos relativos, crecimiento, decrecimiento, puntos de inflexión, concavidad y convexidad).

$$y = x \cdot e^{-x}$$

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula las asíntotas de $f(x) = \frac{1-2x^2}{x^2-1}$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Expresa el número 60 como una suma de tres enteros positivos, de forma que el mayor sea doble del primero y que el producto de los tres enteros sea máximo. Determinar el valor de dicho producto.

Ejercicio 3.- Sea $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ un polinomio que cumple $f(1) = 0$, $f'(0) = 2$ y tiene dos extremos relativos para $x = 1$ y $x = 2$.

a) [1,5 puntos] Determinar a, b, c y d .

b) [1 punto] ¿Son máximos o mínimos los extremos relativos? Calcula también la imagen de los extremos.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Representa gráficamente (calculando previamente dominio, puntos de corte con los ejes, asíntotas, extremos relativos, crecimiento, decrecimiento, puntos de inflexión, concavidad y convexidad).

$$y = \frac{(x-2)^2}{x-3}$$
