

24 Geometria projectiva

24.1 Projectivitat1

24.1.1 Teorema de Desargues

24.1.2 Dualitat

24.1.3 Projectió cònica i cilíndrica

En aquest capítol s'estudia de forma gràfica, amb l'ajuda de GeoGebra, els principis bàsics de la Geometria Projectiva. No es tracta d'un curs d'iniciació, ni les aplicacions porten un ordre coherent de dificultat gràfica o comprensiva. GeoGebra permet generalitzar, de forma gràfica, les diferents qüestions que es plantegen i això pot ser interessant, per exemple, en la descripció dels teoremes.

24.1.1 Teorema de Desargues

Si dos triangles ABC i $A'B'C'$ són projectius amb referència al punt propi P , les interseccions de les prolongacions dels seus costats ab , bc i ac estan a la recta de Desargues (fig. 24.1). La recta de Desargues es diu també 'eix de perspectiva'. Si els triangles ABC i $A'B'C'$ estan en perspectiva des del punt P , també estan en perspectiva des de l'eix de perspectiva i al contrari.

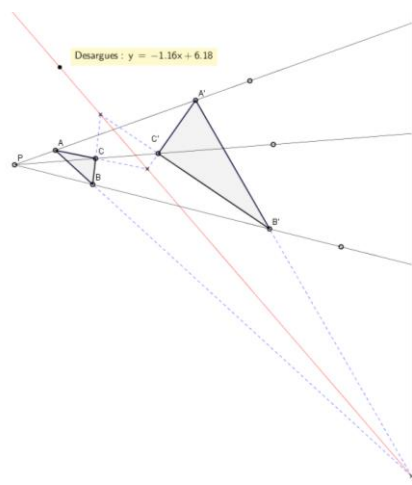


Fig. 24.1

24.1.2 Dualitat

Es pot comprovar la dualitat com a una prolongació del teorema de Desargues. Es col·loca des del punt P un altre triangle $A''B''C''$ i es realitza la construcció de Desargues, dos a dos, amb el nou triangle. S'obtenen tres eixos de perspectiva, la intersecció de la prolongació dels quals ens dona el punt O . És com si el punt O , per dualitat, fos el punt propi o el punt de perspectiva dels triangles (fig. 24.2).

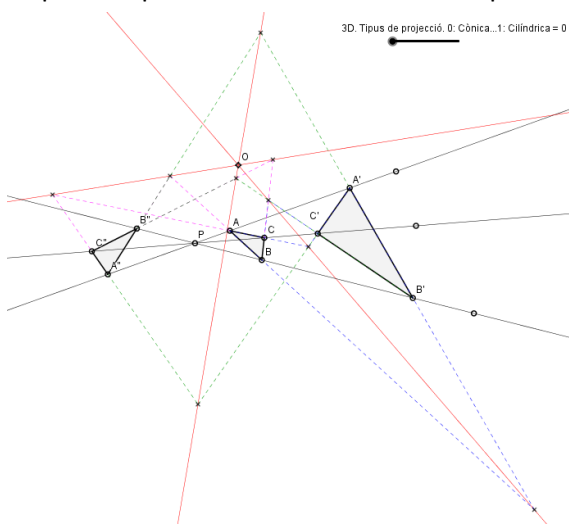


Fig. 24.2

24.1.3 Projectió cònica i cilíndrica

S'ha dibuixat en tres dimensions un pla horitzontal i un altre que pot tenir qualsevol posició però no horitzontal. En aquest últim es col·loca un pentàgon irregular compost de cinc punts mòbils. Des d'un punt propi P (vèrtex de la radiació) es projecta, amb raigs projectants, aquest pentàgon en el pla projectant horitzontal. Aquesta forma de projectar es diu *radiació o projecció cònica*. Si des d'un punt improp P_{∞} , que es troba en l'infinit, s'efectua la mateixa projecció, resulta una *radiació o projecció cilíndrica*. En general, en geometria projectiva aquests moviments es designen com a transformacions geomètriques projectives (fig. 24.3). Un punt mòbil col·locat a la segona pantalla gràfica permet triar una de les dues projeccions.

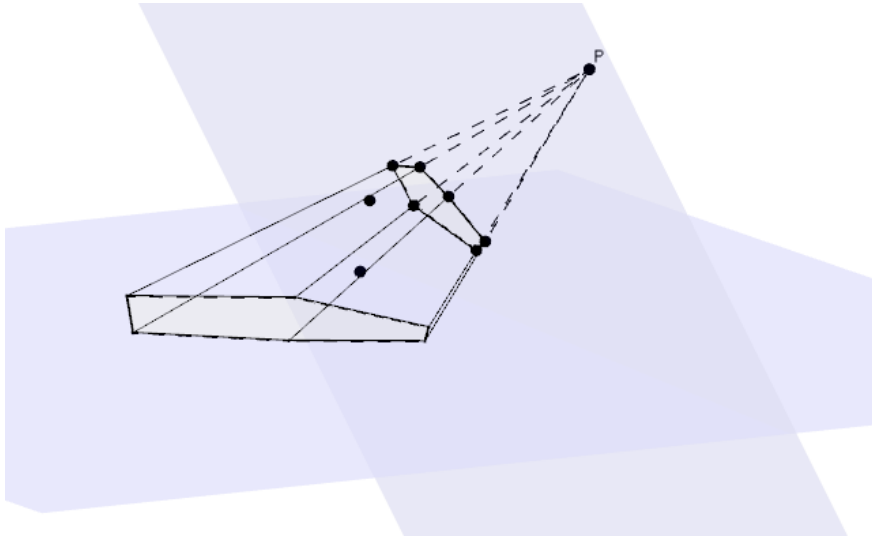


Fig. 24.3