Cdla. Los Ceibos, calle Dr. Héctor Romero 216
y Av. Dr. José M. García Moreno
+593 4 2850260
info@alemanhumboldt.edu.ec

Escribir ecuaciones para representar datos

Cuando los datos tienen entradas igualmente espaciadas, puedes analizar patrones en las diferencias de las salidas para determinar qué tipo de función se puede usar para representar los datos. Los datos lineales tienen primeras diferencias constantes. Los datos cuadráticos tienen segundas diferencias constantes. Las primeras y las segundas diferencias de $f(x) = x^2$ se muestran a continuación.

Valores x igualmente espaciados

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	9	4	1	0	1	4	9

primeras diferencias: −5 −3 −1 1 3 5

segundas diferencias: 2 2 2 2 2

Escribir una función cuadrática usando tres puntos

La NASA puede crear un entorno de ingravidez al volar un avión en trayectorias parabólicas. La tabla muestra alturas h (en pies) de un avión t segundos tras iniciar la trayectoria de vuelo. Después de aproximadamente 20.8 segundos, los pasajeros comienzan a experimentar un entorno de ingravidez.

Escriba y evalúe una función para aproximar la altura a la que esto ocurre.

Paso 1

Los valores de entrada están espaciados equidistantemente. Entonces, analiza las diferencias en los valores de salida para determinar qué tipo de función puedes utilizar para representar los datos.

$h(10)$	$h(15)$	$h(20)$	$h(25)$	$h(30)$	$h(35)$	$h(40)$
26,900	29,025	30,600	31,625	32,100	32,025	31,400

Primeras diferencias: 2125 1575 1025 475 −75 −625

Segundas diferencias: −550 −550 −550 −550 −550

Dado que las segundas diferencias son constantes, puedes representar los datos con una función cuadrática.

Paso 2

Escriba una función cuadrática de la forma $h(t) = at^2 + bt + c$ que represente los datos. Usa cualquiera de los tres puntos (t, h) de la tabla para escribir un sistema de ecuaciones.

Usa (10, 26,900): $100a + 10b + c = 26{,}900$ Ecuación 1
Usa (20, 30,600): $400a + 20b + c = 30{,}600$ Ecuación 2
Usa (30, 32,100): $900a + 30b + c = 32{,}100$ Ecuación 3

Para determinar el conjunto solución de un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas se pueden emplear diferentes métodos.

Usaremos el método de eliminación para resolver el sistema.

Fuente: https://www.palmer-isd.org/cms/lib3/TX01918177/Centricity/Domain/321/hstx_alg2_span_pe_03.pdf

Cdla. Los Ceibos, calle Dr. Héctor Romero 216
y Av. Dr. José M. García Moreno
+593 4 2850260
info@alemanhumboldt.edu.ec

Restaremos la ecuación 1 de la ecuación 2 así como también de la ecuación 3 para obtener el siguiente sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas.

$300a + 10b = 3700$ **Nueva Ecuación 1**

$800a + 20b = 5200$ **Nueva Ecuación 2**

$200a = -2200$

$a = -11$ **Resuelve para hallar a**

$b = 700$ **Sustituye en la nueva Ecuación 1 para hallar b.**

$c = 2100$ **Sustituye en la nueva Ecuación 1 para hallar c.**

Los datos se pueden representar mediante la función

$$\boldsymbol{h(t) = -11t^2 + 700t + 2100}$$

Paso 3

Evalúa la función si $\boldsymbol{t = 20.8}$

$$\boldsymbol{h(20.8) = -11(20.8)^2 + 700(20.8) + 2100}$$

Los pasajeros comienzan a experimentar un entorno de ingravidez a aproximadamente 30,800 pies.

Los datos de la vida real que muestran una relación cuadrática normalmente no tienen segundas diferencias constantes porque los datos no son exactamente cuadráticos. Las relaciones que son aproximadamente cuadráticas tienen segundas diferencias que están relativamente "cerca" en valor. Muchas herramientas tecnológicas tienen una función de regresión cuadrática que puedes usar para hallar la función cuadrática que represente mejor un conjunto de datos

Construcción de modelos cuadráticos a partir de datos

La tabla muestra las eficiencias de combustible para un vehículo a diferentes velocidades. Escribe una función que represente los datos. Usa el modelo para aproximar la velocidad de conducción óptima.

Millas por hora, x	Millas por galón, y
20	14.5
24	17.5
30	21.2
36	23.7
40	25.2
45	25.8
50	25.8
56	25.1
60	24.0
70	19.5

SOLUCIÓN

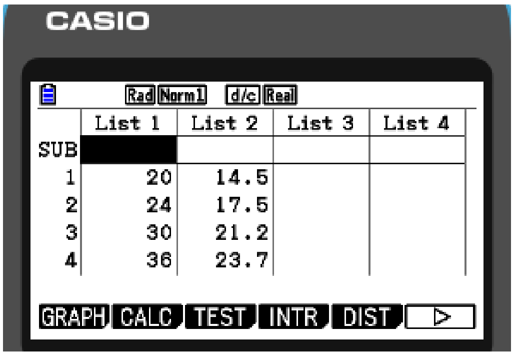
Dado que los valores del $\boldsymbol{eje\ x}$ no están espaciados equidistantemente, no puedes analizar las diferencias en las salidas. Usa una calculadora gráfica para hallar una función que represente los datos.

Fuente: https://www.palmer-isd.org/cms/lib3/TX01918177/Centricity/Domain/321/hstx_alg2_span_pe_03.pdf

Paso 1

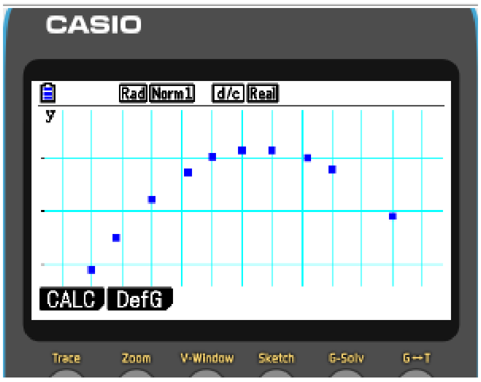
Ingresa a MENÚ + 2(STAT)

Ingresa los datos en una calculadora gráfica en el menú STAT (Estadística) usando dos listas.



Paso 2

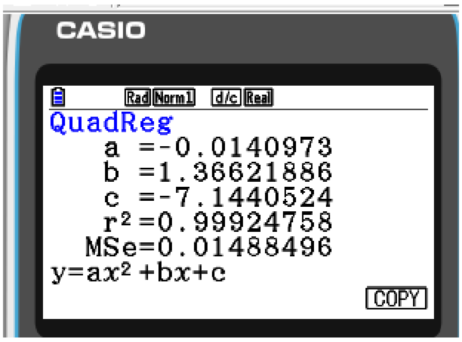
A partir de los datos ingresados en las 2 listas creamos un diagrama de dispersión. Digitamos **F1+ F1**



Los datos muestran una relación cuadrática

Paso 3

Al observar la gráfica de los puntos podemos seleccionar la regresión cuadrática digitando las teclas **F1 + F4**



Por tanto, un modelo cuadrático que representa los datos es

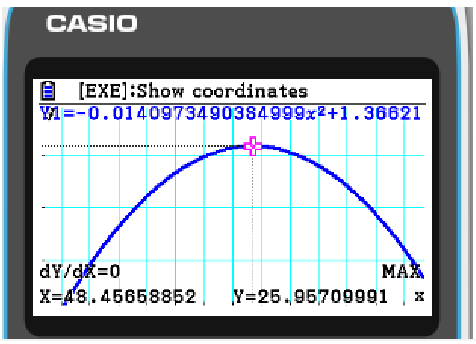
$$y = -0.014x^2 + 1.37x - 7.1$$

CONSEJO DE ESTUDIO

El coeficiente de determinación r^2 muestra cuán bien se ajusta una ecuación a un conjunto de datos. Mientras más cerca está r^2 de 1, mejor es el ajuste

Análisis

Haz una gráfica de la ecuación de regresión con el diagrama de dispersión. En este contexto, la velocidad de conducción "óptima" es la velocidad en la cual el millaje por galón se maximiza. Usando la función máximo, puedes ver que el millaje máximo por galón es de aproximadamente **26.4 millas** por galón



Fuente: https://www.palmer-isd.org/cms/lib3/TX01918177/Centricity/Domain/321/hstx_alg2_span_pe_03.pdf

Cdla. Los Ceibos, calle Dr. Héctor Romero 216
y Av. Dr. José M. García Moreno
+593 4 2850260
info@alemanhumboldt.edu.ec

al conducir a aproximadamente a **48.9 millas por hora**.	
Entonces, la velocidad de conducción óptima es de aproximadamente **49 millas** por hora.	

Fuente: https://www.palmer-isd.org/cms/lib3/TX01918177/Centricity/Domain/321/hstx_alg2_span_pe_03.pdf