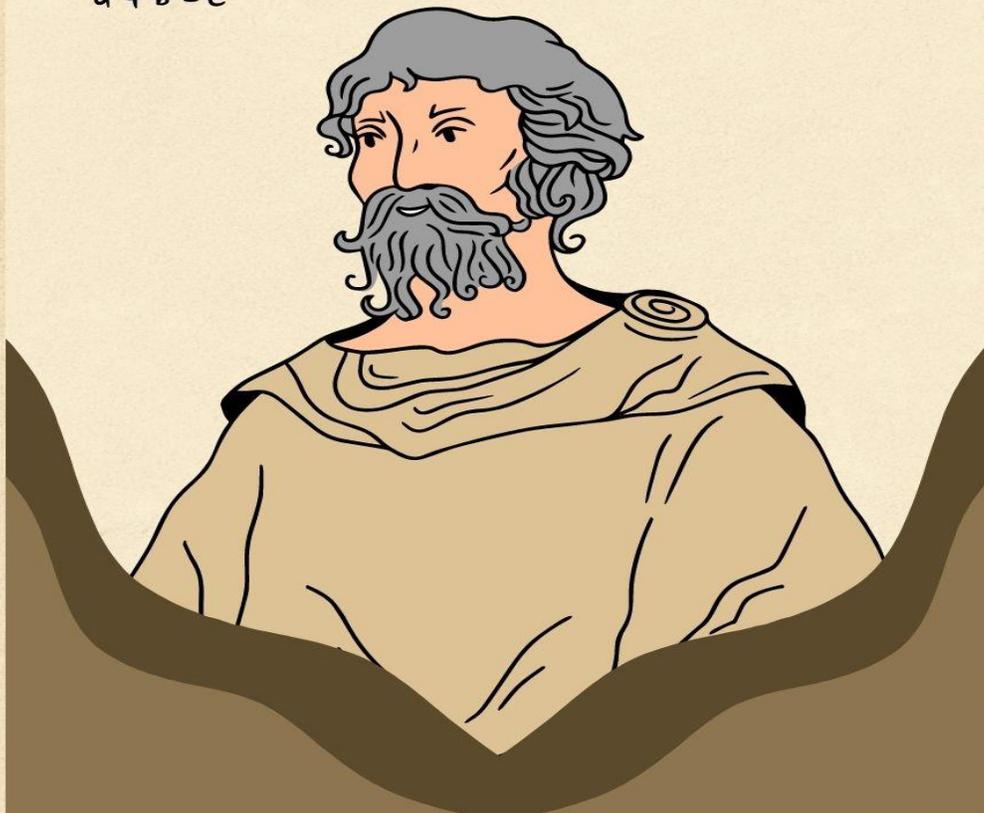
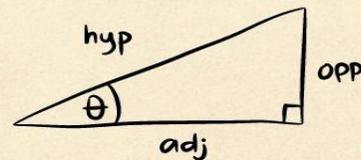
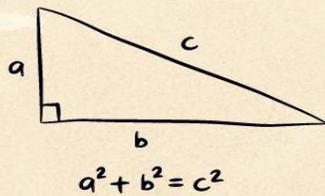


# MODUL PEMBELAJARAN: PYTHAGORAS

BAHAN AJAR MATEMATIKA UNTUK  
SMP KELAS VIII SEMESTER 2

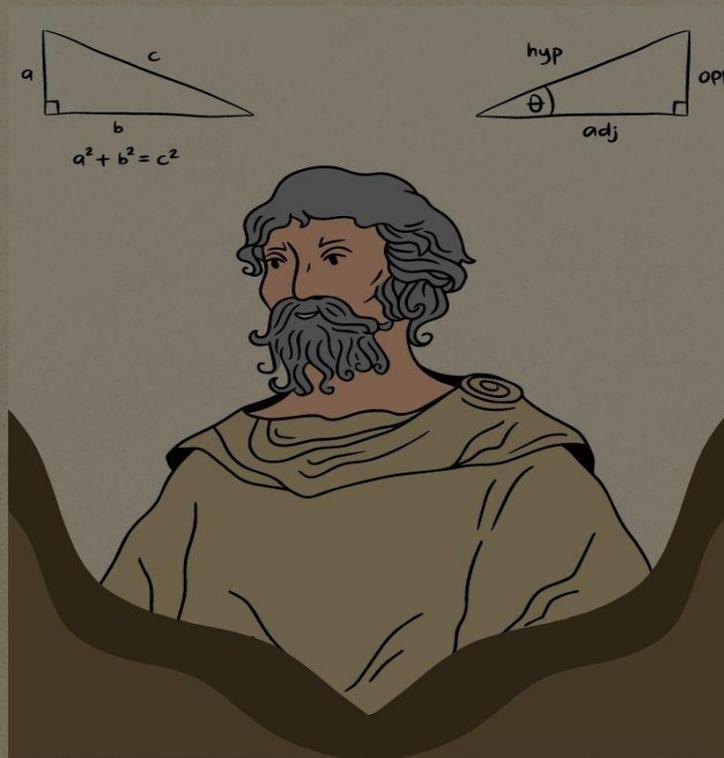


OLEH:

**ORYZA PARAMITHA SALSABILLAH**  
**FRISCA DWIKY CENTIKA**



PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
PROGRAM SARJANA (UNDERGRADUATE PROGRAM)  
UNIVERSITAS TIDAR  
2022



# MODUL PEMBELAJARAN: PYTHAGORAS

BAHAN AJAR MATEMATIKA UNTUK  
SMP KELAS VIII SEMESTER 2

OLEH:

**ORYZA PARAMITHA SALSABILLAH**  
**FRISCA DWIKY CENTIKA**



PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
PROGRAM SARJANA (UNDERGRADUATE PROGRAM)  
UNIVERSITAS TIDAR  
2022

Universitas Tidar – Kementerian Riset, Teknologi, dan Pendidikan Tinggi

Jl. Kapten Suparman No.39, Tuguran, Potrobangsari, Kec. Magelang Utara, Kota  
Magelang (56116)

Jawa Tengah – Indonesia

*Telp: (0293) 364113; Fax: (0293) 362438*

*Laman: [www.untidar.ac.id](http://www.untidar.ac.id)*

### **Modul Matematika: Pythagoras**

Matematika Kelas VIII Semester 2

Penyusun :

1. Oryza Paramitha
2. Frisca Dwiki

Dosen Pembimbing :

1. Aprilia Nurul Chasanah, S.Pd., M.Pd.
2. Dita Aldila Khrisma, S.Pd., M.Pd.

Magelang, 2022



## Kata Pengantar

Puji syukur tim penyusun panjatkan kehadirat Tuhan Yang Maha Esa, karena dengan rahmat dan karunia-Nya tim penyusun dapat menyelesaikan Modul Matematika: Pythagoras untuk mata pelajaran Matematika SMP Kelas 8. Modul ini disusun dengan maksud untuk memberikan pedoman dan arahan kepada peserta didik dalam agar mampu memiliki kemampuan penalaran, kemampuan pemecahan masalah, dan self-efficacy.

Adapun penyajian buku ini dibagi dalam 3 kegaitan belajar yaitu : pengantar dan pengenalan terhadap unsur-unsur dalam Pythagoras, pembuktian kebenaran teorema pythagoras, dan penerapan teorema Pythagoras. Bagian-bagian dalam buku ini meliputi penyajian materi yang disesuaikan berdasarkan kompetensiinti dan kompetensi dasar dalam kurikulum yang berlaku, contoh soal, latihan, uji kompetensi diri, dan kunci jawaban agar peserta didik dapat menilai kemampuannya.

Tim penyusun mengucapkan terima kasih kepada pihak-pihak yang telah membimbing dan mendukung dalam pembuatan modul ini. Tim penyusun berharap modul ini dapat membantu pembaca, terutama peserta didik. Tim penyusun menyadari bahwa modul ini masih terdapat kekurangan, oleh karena itu, tim penyusun sangat mengharap kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan modul ini.

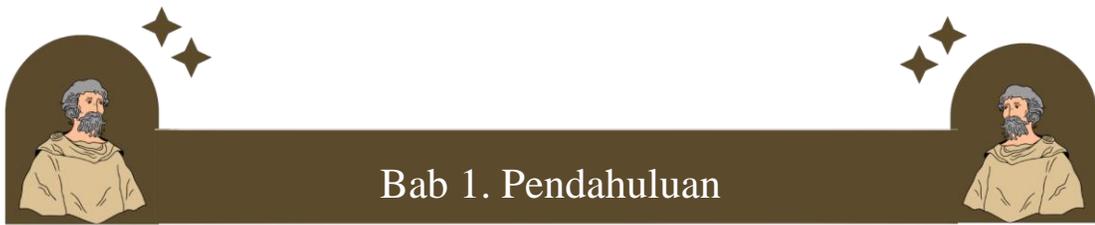
Magelang, November 2022

Tim Penyusun



## Daftar Isi

<b>HALAMAN SAMBUTAN</b> .....	i
<b>IDENTITAS MODUL</b>	
Kata Pengantar .....	iii
<b>DAFTAR ISI</b> .....	iv
<b>BAB 1</b> .....	1
<b>PENDAHULUAN</b> .....	1
<b>A. Deskripsi Modul</b> .....	1
<b>B. Tujuan Akhir</b> .....	3
<b>C. Petunjuk Penggunaan Modul</b> .....	4
<b>BAB 2</b> .....	7
<b>PEMBAHASAN</b> .....	Error! Bookmark not defined.
<b>A. Definisi Limit</b> .....	Error! Bookmark not defined.
<b>B. Sejarah Perkembangan Limit dan Tokoh-tokohnya</b> .....	Error! Bookmark not defined.
1. Perkembangan Kalkulus Periode Kuno .....	Error! Bookmark not defined.
2. Perkembangan Kalkulus Masa Pertengahan .....	Error! Bookmark not defined.
3. Zaman modern .....	Error! Bookmark not defined.
<b>C. Definisi Turunan</b> .....	Error! Bookmark not defined.
1. Sejawah Awal Perkembangan Turunan .....	Error! Bookmark not defined.
2. Perkembangan Turunan pada Masa Pertengahan .....	Error! Bookmark not defined.
3. Perkembangan Turunan pada Masa Modern.....	Error! Bookmark not defined.
<b>BAB 3</b> .....	Error! Bookmark not defined.
<b>PENUTUP</b> .....	Error! Bookmark not defined.
<b>A. Kesimpulan</b> .....	Error! Bookmark not defined.
<b>B. Saran</b> .....	Error! Bookmark not defined.
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	Error! Bookmark not defined.



## A. Deskripsi Modul

Modul matematika ini dikembangkan untuk memfasilitasi belajar bagi peserta didik kelas VIII SMP pada materi Pythagoras. Modul ini mempelajari tentang pembuktian Teorema Pythagoras, Tripel Pythagoras dan Jenis Segitiga, Perbandingan sisi-sisi segitiga siku-siku, serta penggunaan Teorema Pythagoras dalam menyelesaikan masalah sehari-hari.

Agar tujuan dapat tercapai, modul ini akan disajikan dalam 3 kegiatan belajar sebagai berikut:

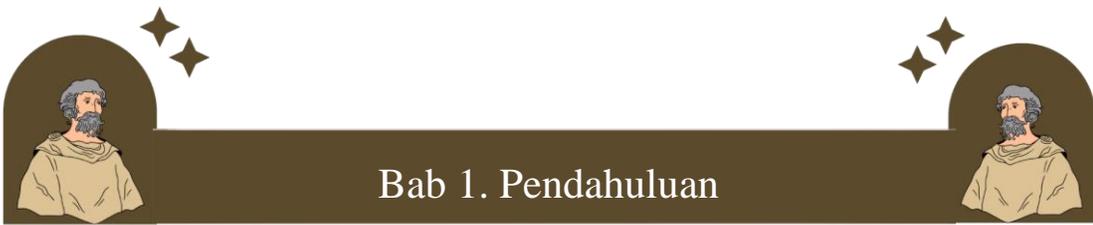
- 1) Membuktikan kebenaran Teorema Pythagoras
- 2) Tripel Pythagoras dan Jenis segitiga
- 3) Perbandingan sisi-sisi segitiga siku-siku

Supaya memperoleh hasil yang maksimal, ikuti petunjuk pembelajaran berikut ini:

- 1) Bacalah dengan cermat bagian pendahuluan modul ini sampai memahami betul, untuk apa dan bagaimana mempelajari modul ini.
- 2) Lakukan semua kegiatan yang dianjurkan sesuai dengan petunjuk modul.

Modul ini dikembangkan berbasis teori van Hiele. Modul geometri berbasis teori van Hiele merupakan modul yang disusun berdasarkan fase belajar menurut van Hiele yang meliputi

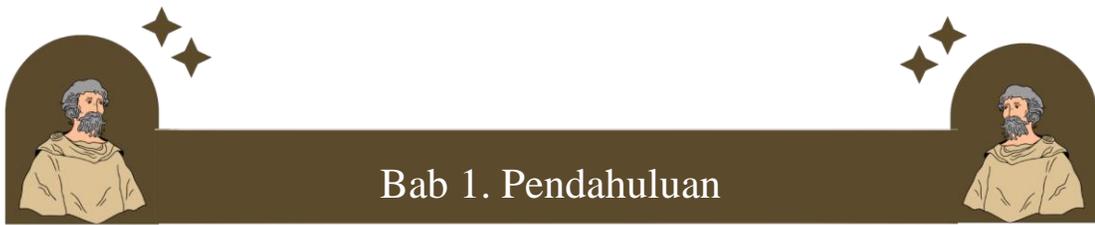
- 1) Information or Inquiry: Mengenalkan pythagoras kepada peserta didik sehingga peserta didik dapat mengonsepan teorema pythagoras tersebut dengan



## Bab 1. Pendahuluan

mengamati contoh bangun segitiga siku-siku. Peserta didik juga dapat memperoleh pengetahuan tentang pythagoras seperti mengetahui tiap sisi segitiga siku-siku beserta fungsinya dalam pythagoras sehingga dapat mengidentifikasi penggunaan rumus tersebut.

- 2) Guided or directed orientation: Peserta didik menyelidiki hubungan antar sisi yang terbentuk dalam bangun geometri yang dapat dilakukan dengan melihat formulanya. Peserta didik menemukan konsep dan rumus-rumus yang berkaitan dengan pythagoras. Peserta didik juga dapat mengklasifikasikan objek berdasarkan konsep yang mereka pahami.
- 3) Explanation or Explication: Peserta didik mendeskripsikan/menjelaskan/mengungkapkan dengan bahasa peserta didik sendiri dari apa yang dipelajari/diamati seperti peserta didik memperoleh sifat-sifat pythagoras, peserta didik dapat merepresentasikan suatu gambar atau peserta didik dapat menuliskan hubungan-hubungan yang terdapat pada antar sisi pythagoras sehingga dapat digunakan untuk memperoleh jawaban atau suatu konsep.
- 4) Free orientation: Peserta didik memecahkan masalah atau menyelesaikan tugas. Masalah tersebut dapat diselesaikan oleh peserta didik dengan cara yang berbeda-beda dengan kata lain peserta didik menemukan dengan cara mereka sendiri dalam menyelesaikan tugas-tugasnya.



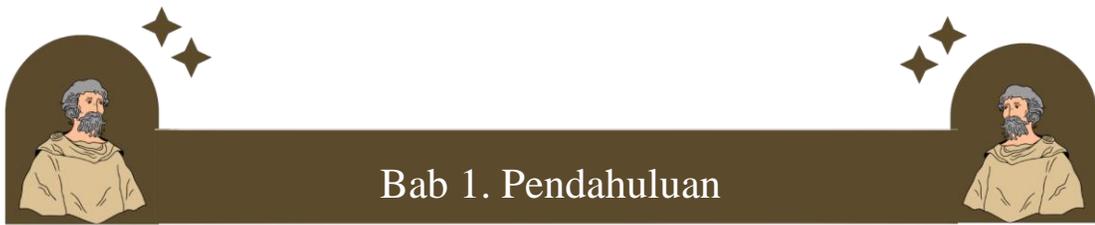
## Bab 1. Pendahuluan

- 5) **Integration:** Peserta didik menulis kesimpulan dari materi yang mereka pelajari yang bertujuan untuk membangun pemahaman secara keseluruhan kemudian merefleksikannya untuk memperoleh pengetahuan baru.

### B. Tujuan Akhir

Setelah mempelajari modul ini, peserta didik diharap:

- 1) Menyimpulkan pemahaman tentang Teorema Pythagoras: Pengertian, Fungsi, Rumus
- 2) Menyebutkan bunyi Teorema Pythagoras “Di dalam sebuah segitiga siku-siku diberlakukan kuadrat dari sisi miring sama dengan jumlah kuadrat dari sisi-sisi lainnya”
- 3) Menunjukkan sisi-sisi pada segitiga sikusiku
- 4) Menyebutkan 3 bilangan yang merupakan panjang sisi -sisi segitiga siku - siku.
- 5) Menuliskan tiga bilangan ukuran Panjang sisi segitiga siku -siku (Triple Pythagoras)
- 6) Menghitung panjang sisi -sisi segitiga siku – siku
- 7) Menghitung panjang diagonal bangun datar
- 8) Menyelesaikan masalah dalam kehidupan nyata
- 9) Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan penerapan terorema Pythagoras tripel Pythagoras
- 10) Menyajikan hasil pembelajaran teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras.
- 11) Peserta didik mempresentasikan hasil pengerjaan soal Pythagoras.



## Bab 1. Pendahuluan

### C. Petunjuk Penggunaan Modul

1. Petunjuk Bagi Peserta Didik
  - a. Membaca dengan cermat dan berurutan serta memahami dengan sungguh-sungguh isi dari setiap kegiatan pembelajaran.
  - b. Membuat rencana belajar dan kesepakatan bersama guru terkait waktu mengerjakan Latihan dan Uji Kemampuan Diri pada modul ini.
  - c. Mengerjakan latihan soal pada modul ini.
  - d. Mengukur kemampuannya sendiri dengan mengerjakan Uji Kemampuan Diri
  - e. Pada kegiatan belajar sebelumnya, apabila mengalami kesulitan, silakan diskusikan dengan teman atau guru.
2. Petunjuk Bagi Guru
  - a. Menguasai setiap kegiatan belajar pada modul ini.
  - b. Memfasilitasi siswa belajar materi bangun ruang sisi datar.
  - c. Membuat kesepakatan bersama siswa terkait waktu mengerjakan Latihan dan Uji Kemampuan Diri pada modul ini.
  - d. Mengecek kemajuan belajar siswa dalam menguasai materi.

### D. Kompetensi Dasar dan Indikator Kmpetensi

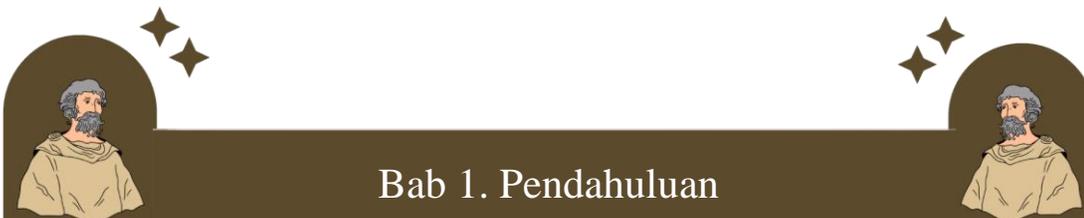
Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
------------------	---------------------------------



## Bab 1. Pendahuluan



3.6	Menjelaskan dan membuktikan teorema Pythagoras dan triplet Pythagoras.	3.6.1	Menyimpulkan pemahaman tentang Teorema Pythagoras
		3.6.2	Menyebutkan bunyi Teorema Pythagoras
		3.6.3	Menunjukkan sisi-sisi pada segitiga siku-siku
		3.6.4	Menyebutkan 3 bilangan yang merupakan panjang sisi -sisi segitiga siku - siku.
		3.6.5	Menuliskan tiga bilangan ukuran Panjang sisi segitiga siku -siku (Triple Pythagoras)
4.6	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras	4.6.1	Menghitung panjang sisi -sisi segitiga siku - siku
		4.6.2	Menghitung panjang diagonal bangun datar
		4.6.3	Menyelesaikan masalah dalam kehidupan nyata
		4.6.4	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan penerapan teorema Pythagoras tripel



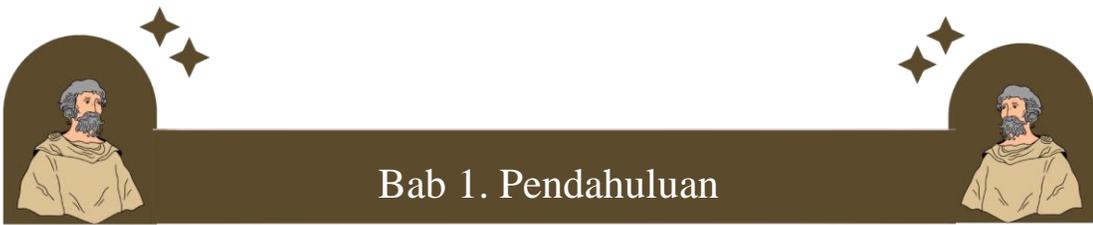
## Bab 1. Pendahuluan

		Pythagoras
	4.6.5	Menyajikan hasil pembelajaran teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras.

### E. Materi Prasyarat

Materi prasyarat yang mendukung ketercapaian tujuan pada modul ini adalah Jarak dan Segitiga. Untuk mengecek kemampuan materi prasyarat, jawablah pertanyaan berikut dengan memberikan tanda centang pada kolom benar atau salah dan memberi alasan apabila memilih jawaban salah.

No.	Pertanyaan	Benar	Salah	Alasan jika Menjawab Salah
1.	Jarak dapat ditenikan dengan mengalikan kecepatan dengan waktu.			
2.	Jarak merupakan total panjang lintasan tempuh suatu benda pada selang waktu tertentu			
3.	Jarak termasuk perubahan posisi suatu benda pada selang			

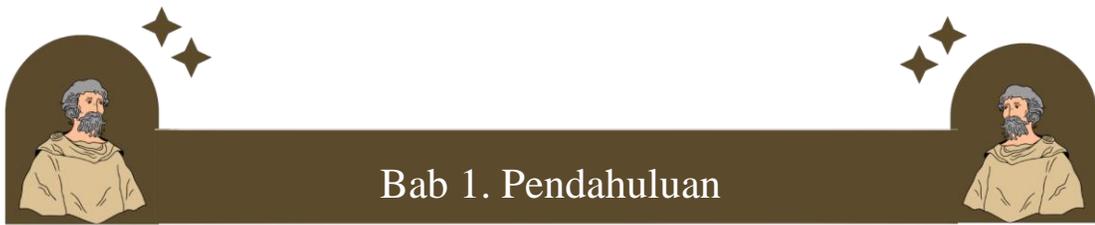


## Bab 1. Pendahuluan

	waktu tertentu Sedangkan perpindahan merupakan besaran calar yang berarti memiliki nilai.			
4.	Ada 3 jenis segitiga: segitiga lancip. segitiga tumpul, dan segituga siku-siku			
5.	Sudut segitiga siku-siku adalah kurang dari $90^\circ$			

### A. Kompetensi Dasar

3.6 Menjelaskan dan membuktikan teorema Phytagoras dan triplet Phytagoras.



4.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras

### **B. Indikator Pencapaian Kompetensi**

3.6.1. Menyimpulkan pemahaman tentang Teorema Pythagoras Menyebutkan bunyi Teorema Pythagoras

3.6.2. Menyebutkan bunyi Teorema Pythagoras

3.6.3. Menunjukkan sisi-sisi pada segitiga siku-siku

3.6.4. Menyebutkan 3 bilangan yang merupakan panjang sisi -sisi segitiga siku - siku.

3.6.5. Menuliskan tiga bilangan ukuran Panjang sisi segitiga siku -siku (Triple Pythagoras)

4.6.1. Menghitung panjang sisi -sisi segitiga siku – siku

4.6.2. Menghitung panjang diagonal bangun datar

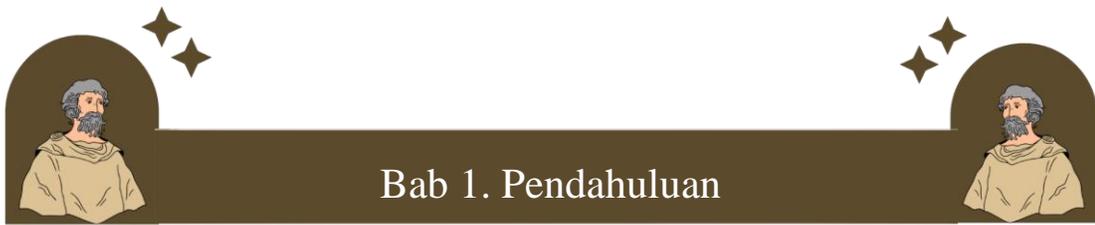
4.6.3. Menyelesaikan masalah dalam kehidupan nyata

4.6.4. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan penerapan terorema Pythagoras tripel Pythagoras

4.6.5. Menyajikan hasil pembelajaran teorema

4.6.6. Pythagoras dan tripel Pythagoras.

### **C. Tujuan Pembelajaran**



## Bab 1. Pendahuluan

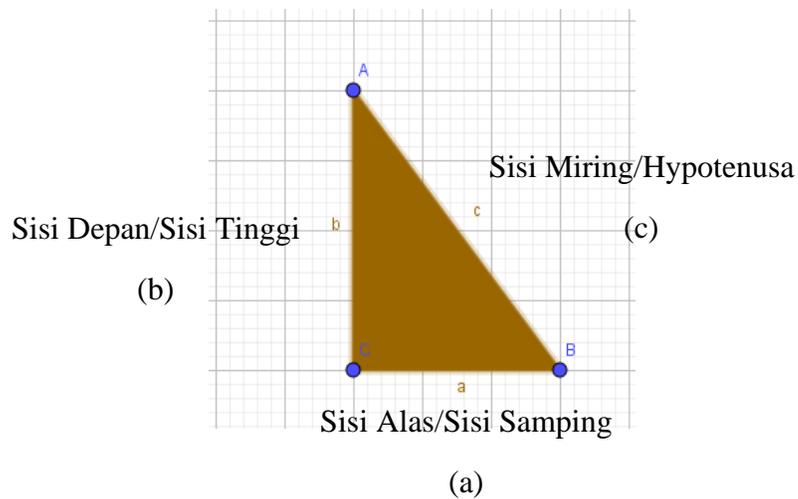
- 1) Peserta didik dapat menyimpulkan pemahaman tentang Teorema Pythagoras: Pengertian, Fungsi, Rumus
- 2) Peserta didik dapat menyebutkan bunyi Teorema Pythagoras “Di dalam sebuah segitiga siku-siku diberlakukan kuadrat dari sisi miring sama dengan jumlah kuadrat dari sisi-sisi lainnya”
- 3) Peserta didik dapat menunjukkan sisi-sisi pada segitiga siku-siku
- 4) Peserta didik dapat menyebutkan 3 bilangan yang merupakan panjang sisi - sisi segitiga siku - siku.
- 5) Peserta didik dapat menuliskan tiga bilangan ukuran Panjang sisi segitiga siku -siku (Triple Pythagoras)
- 6) Peserta didik dapat menghitung panjang sisi -sisi segitiga siku – siku
- 7) Peserta didik dapat menghitung panjang diagonal bangun datar
- 8) Peserta didik dapat menyelesaikan masalah dalam kehidupan nyata
- 9) Peserta didik dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan penerapan teorema Pythagoras tripel Pythagoras
- 10) Peserta didik dapat menyajikan hasil pembelajaran teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras.
- 11) Peserta didik mempresentasikan hasil pengerjaan soal Pythagoras.

**A. Definisi Pythagoras**

*(Information or Inquiry)*

Pythagoras adalah sebuah dalil tentang segitiga siku-siku, yang menyatakan bahwa panjang alas kuadrat tambah panjang tinggi kuadrat sama dengan panjang sisi miring kuadrat.

Rumus Pythagoras digunakan untuk mengetahui nilai dari sisi hipotenusa atau sisi yang berseberangan dengan sudut siku-siku atau sisi miring. Rumus yang juga dikenal dengan Teorema Pythagoras ini ditemukan oleh seorang filsuf sekaligus ahli Matematika asal Yunani, Pythagoras yang umumnya berbentuk seperti:



$$a^2 + b^2 = c^2$$

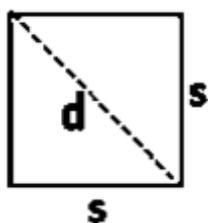
“Kuadrat sisi miring = jumlah kuadrat siku-sikunya”

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

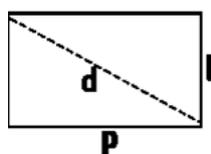
Segitiga siku-siku memiliki hubungan yang sangat erat dengan segi empat beraturan. Apabila segi empat beraturan dipotong diagonalnya, maka akan menjadi dua segitiga siku-siku. Dengan demikian, diagonal segi empat beraturan akan menjadi hypotenusa. Rumus diagonal segi empat beraturan adalah seperti berikut.



Panjang sisi persegi =  $s$

Panjang diagonal persegi =  $d$

Oleh karena itu,  $d^2 = s^2 + s^2$  atau  $d^2 = 2 \cdot s^2$



Panjang sisi persegi panjang =  $p$

Panjang diagonal persegi panjang =  $d$

Lebar persegi panjang =  $l$

Oleh karena itu,  $d^2 = p^2 + l^2$  atau  $d^2 = 2 \cdot s^2$

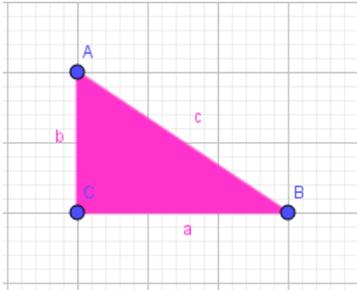
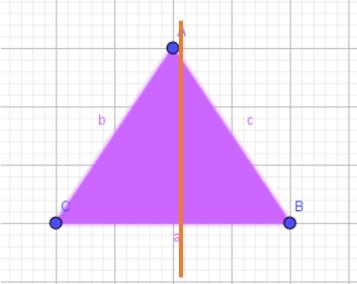
Akan dijabarkan unsur-unsur di atas, maka cermatilah berikut!

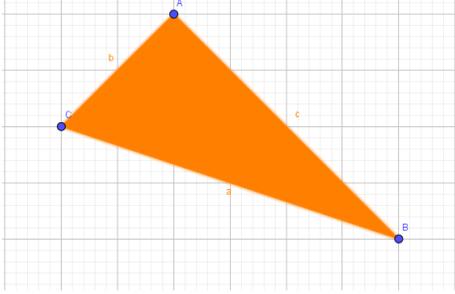
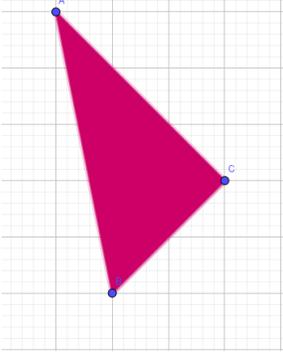
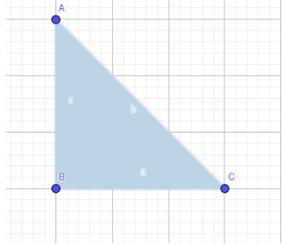
*(Explanation or Explication)*

- a. Sisi Tinggi adalah sisi yang tegak lurus dengan sisi alas, sisi tinggi biasanya memiliki satuan yang lebih panjang daripada sisi alas. Sisi tinggi juga biasanya tegak ke atas.
- b. Sisi alas merupakan sisi yang relatif lebih pendek dibandingkan sisi tinggi dan sisi miring. Disebut sisi alas karena letaknya yang selalu di bawah.

c. Hypotenusa adalah nama lain dari sisi miring. Sisi ini merupakan jarak terdekat dari pangkal sisi tinggi sampai dengan ujung sisi alas. Hypotenuse merupakan sisi terpanjang dari segitiga siku-siku.

Agar kamu lebih memahami mengenai unsur-unsur yang ada dalam segitiga siku-siku, maka lengkapilah tabel di bawah!

	<p>Sisi yang merupakan sisi tinggi sesuai segitiga di samping adalah ...</p>
	<p>Apabila segitiga sama kaki ABC dipotong menjadi dua bagian, maka segitiga tersebut menjadi segitiga siku-siku</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> Benar</li> <li><input type="radio"/> Salah</li> </ul> <p>(centang salah satu)</p>

	<p>Sisi BC merupakan sisi alas</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> Benar</li> <li><input type="radio"/> Salah</li> </ul> <p>(centang salah satu)</p>
	<p>Sebutkan unsur-unsur segitiga siku-siku di samping yang ada!</p>
	<p>Hitunglah berapa satuan setiap sisi segitiga siku-siku di samping!</p>

Untuk memahami Teorema Pythagoras lebih lanjut, kamu diminta untuk mencermati rangkaian kegiatan 1 sampai dengan kegiatan 3. Selamat belajar!

**B. Kegiatan Belajar 1.**

**Membuktikan Kebenaran Teorema Pythagoras**

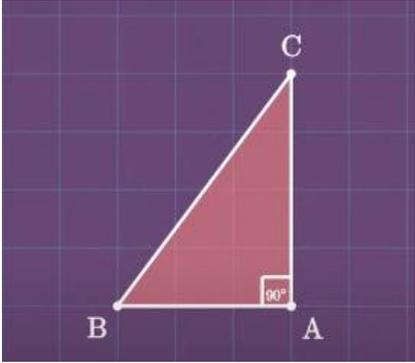
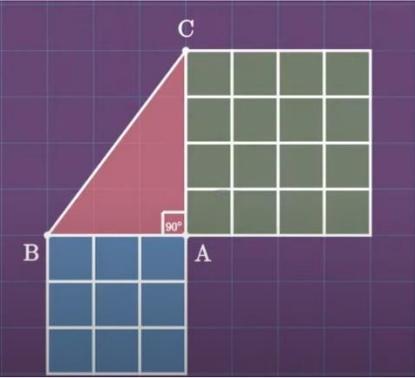
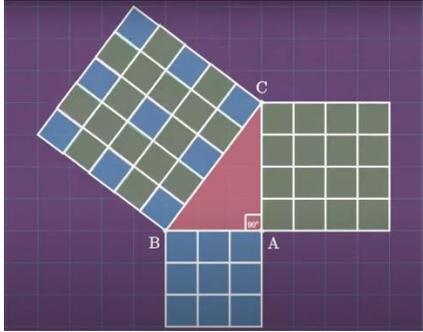


## Bab 2. Materi Inti



*(Guided or Directed Orientation)*

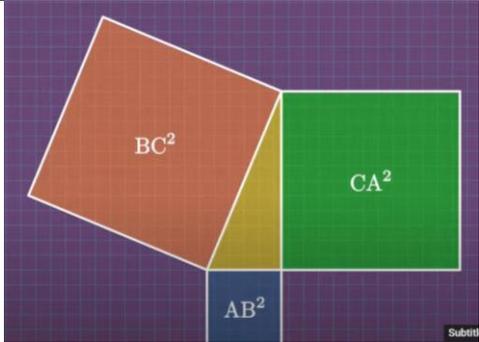
### 1. Pembuktian Tipe 1

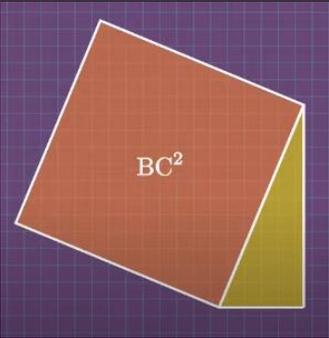
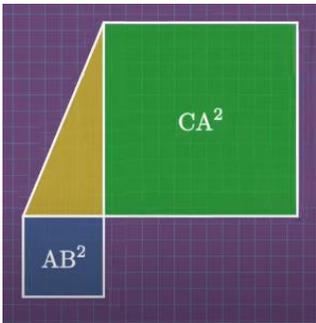
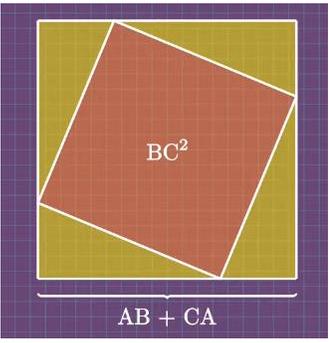
Langkah	Penjelasan
	<p>Pertama-tama, kita gambar segitiga siku-siku. Dimisalkan segitiga siku-siku yang kita punya memiliki alas 3 satuan dan tinggi 4 satuan.</p>
	<p>Langkah kedua, kita gambarkan persegi di sisi samping dan sisi depannya dengan panjang sisi mengikuti sisi alas dan sisi tinggi. Sehingga, sisi tinggi memiliki luas 16 satuan dan sisi alas memiliki 9 satuan.</p>
	<p>Setelah itu, pindahkan satuan luas sisi tinggi dan sisi alas ke sisi miring. Maka luas satuan sisi miring akan sama dengan luas sisi alas ditambah luas sisi tinggi</p> <p>Dengan demikian, terbukti bahwa</p>

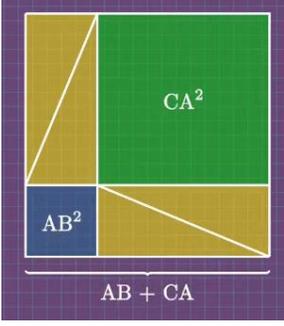
Bab 2. Materi Inti

	$AB^2 + AC^2 = BC^2$ <p>atau</p> $A^2 + B^2 = C^2$ <p>Note: sisi miring dapat juga disebut hypotenusa.</p>
--	--

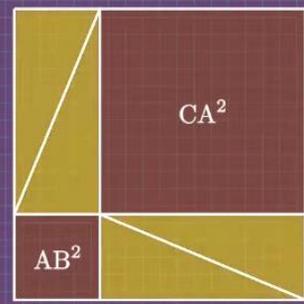
2. Pembuktian Tipe 2

Langkah	Penjelasan
	Setelah menjadi bentuk luas, maka kedua bagian dipecah.
Bagian 1	Setelah terbagi dua, maka masing-masing persegi dengan segitiga sesuai ukuran yang ada, agar bentuk tersebut menjadi segi empat.

 <p style="text-align: center;">Bagian 2</p>  <p style="text-align: center;">Bagian 1.</p>	
 <p style="text-align: center;">Bagian 2</p>	<p>Setelah semua bentuk utuh, maka bagian 1 akan menjadi <math>4(AB + CA)</math> dan bagian 2 juga akan menjadi <math>4(AB + CA)</math>.</p>

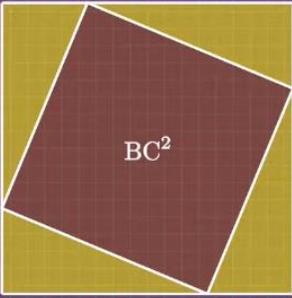


Sehingga, kedua pesegi memiliki luas yang sama.



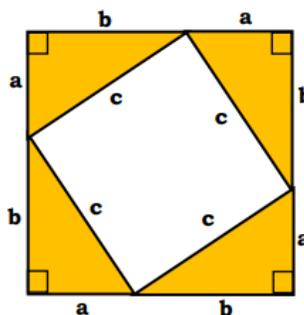
Luas :  
 $AB^2 + CA^2 + 4 \times \text{Luas Segitiga}$

Didapat luas yang sama  
 $\leftrightarrow$



Luas :  
 $BC^2 + 4 \times \text{Luas Segitiga}$

3. Pembuktian Tipe 3. (dengan Aljabar)



*Luas persegi besar = luas persegi kecil + 4 × luas segitiga*

$$(a + b)^2 = c^2 + 4 \times \left(\frac{1}{2} \times a \times b\right)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$$

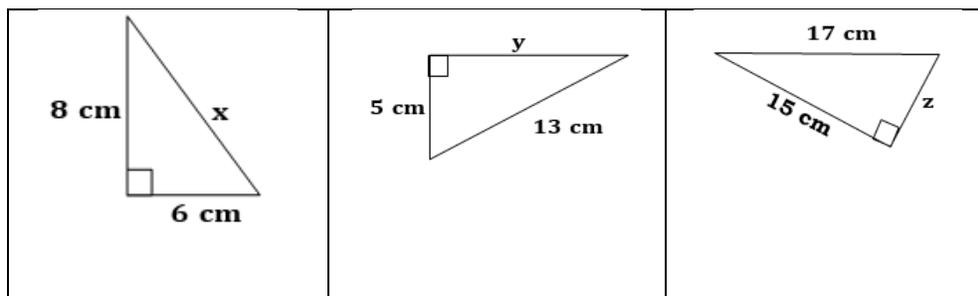
$$a^2 + b^2 = c^2 + 2ab - 2ab$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ atau } c^2 = a^2 + b^2$$

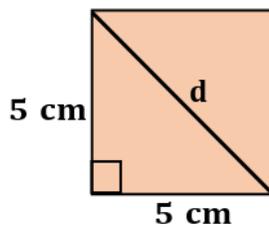
**C. Latihan 1**

*(Free Orientation)*

1. Perhatikan tiga segitiga di bawah! Kemudian, tentukan nilai x, y, dan z!



2. Sebuah persegi memiliki panjang sisi 5 cm. Tentukan panjang diagonal persegi tersebut!



3.

**D. Integration**

Kesimpulan yang telah aku pelajari adalah...	
😊	List pertanyaan:

**E. Kegiatan Belajar 2**

