

Kettenregel

Aus „einfacheren“ Funktionen können durch Zusammensetzen bzw. Verketteten sehr komplizierte Funktionen gebildet werden. So muss ein verketteter Funktionsterm nicht in ein Produkt zerlegt und die Produktregel angewendet werden, um die Ableitungsfunktion zu erhalten.

Das Zerlegen in ein Produkt funktioniert nicht immer. Für solche Fälle wird die Kettenregel verwendet.

Ist die Funktion f an der Stelle x_0 und die Funktion g an der Stelle $f(x_0)$ differenzierbar, dann ist die zusammengesetzte (verkettete) Funktion $h(x_0) = g'[f(x)] \cdot f'(x)$.

Merkregel:

$$y = g[f(x)]$$

$$y' = \underbrace{g'}_{\text{Äußere Ableitung}} \cdot \underbrace{[f(x)] \cdot f'(x)}_{\text{mal innere Ableitung}}$$

Äußere Ableitung mal innere Ableitung

Verallgemeinerte Kettenregel

Die Ableitung mehrfach verketteter Funktionen ist das Produkt aller Ableitungen, wobei jede Funktion, beginnend mit der äußersten, differenziert wird.

Z.B.: Verkettung von drei Funktionen f_1, f_2 und f_3

$$\left[f_3 \left(f_2 \left(f_1(x) \right) \right) \right]' = f_3' \left(f_2 \left(f_1(x) \right) \right) \cdot f_2' \left(f_1(x) \right) \cdot f_1'(x)$$