

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 1 hora

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Sea el sistema  $\begin{cases} ax + 3y + z = a \\ x + ay + az = 1 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$ .

**a) [1,5 puntos]** Discutir las soluciones en función del parámetro  $a$ .

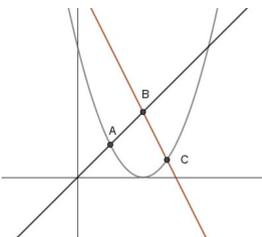
**b) [1 punto]** Resolver para  $a = -1$ .

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Sea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{pmatrix}$  y  $|A| = 2$ . Calcula  $\begin{vmatrix} a-1 & b-1 & c-1 \\ a^2-1 & b^2-1 & c^2-1 \\ 5 & 5 & 5 \end{vmatrix}$

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** La imagen muestra, en un mismo sistema de referencia, las gráficas de tres funciones:

$$f(x) = x, \quad g(x) = -2x + 6, \quad h(x) = (x-2)^2$$

Obtener el área encerrada por las gráficas y delimitada por los puntos A, B y C. Explica cada paso de manera razonada.



**Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos]** Sea  $f(x) = x \cdot e^{-3x}$  y  $g(x) = \frac{\ln(x)}{x}$ . ¿Cuál de las dos funciones tiene una recta tangente en  $x = 1$  con mayor pendiente?

**b) [1 punto]** Sea  $A$  una matriz cuadrada de orden 3 tal que  $|A| = 7$ . ¿Cuál es el valor de  $|2A|$  y de  $|A^2|$ ? Justifica tu respuesta.

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ a & 1 & a \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}$

- a) [1 punto] ¿Para qué valores de  $a$  no existe la inversa de la matriz?  
b) [1,5 puntos] Obtener la inversa de la matriz si  $a = -2$ .

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Sea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{pmatrix}$  y  $|A| = 2$ . Calcula  $\begin{vmatrix} (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$

**Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos]** Sea  $A = \begin{pmatrix} \cos x & -\operatorname{sen} x \\ \operatorname{sen} x & \cos x \end{pmatrix}$ . Obtener  $A^{2019}$  y  $A^{2020}$ .

b) [1 punto] Sean  $A$  y  $B$  dos matrices cuadradas de orden  $n$ . Cumplen  $A \cdot B = I$ , donde  $I$  es la matriz identidad. Demostrar que la matriz  $A$  admite inversa y decir quién es esa matriz inversa. Explicar detalladamente cada paso o propiedad que utilices.

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Calcula el siguiente determinante  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}$