

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Justificar que la función $f(x) = e^x - 1$ admite inversa en su dominio maximal, y que $|f(x)|$ no admite inversa.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Demostrar que la ecuación $x^5 + 20x^2 - 1 = 0$ tiene al menos dos soluciones distintas.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \cos(x-1)}{[\ln(x)]^2}$

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Sea $f(x) = \frac{bx}{x-a}$. Calcula a y b para que la función tenga asíntota vertical en $x=2$ y asíntota horizontal en $y=3$.

b) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + 3} - 2x)$

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Estudiar la continuidad de $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2|x|}$ en el punto $x=0$. Si no es continua, indicar el tipo de discontinuidad.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Demuestra que la función $f(x) = \ln(2x-1) + x^2$ corta al eje OX en el intervalo $[\frac{3}{5}, 2]$. Obtener el punto de corte con una precisión de una cifra decimal.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{x} \right)$

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Determina el dominio y las asíntotas de $f(x) = \frac{e^x}{x^3 - 1}$

a) [1 punto] Resuelve $\lim_{x \rightarrow 0} (2 \cos(x) - 1)^{\frac{1}{x}}$
