

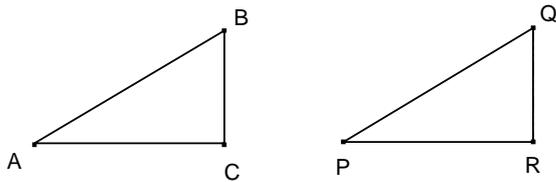
CONGRUENCIA Y SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS.

CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS.

Un triángulo es congruente con otro, o igual a otro, si tiene todos sus lados y ángulos respectivamente iguales a los lados y ángulos del otro.

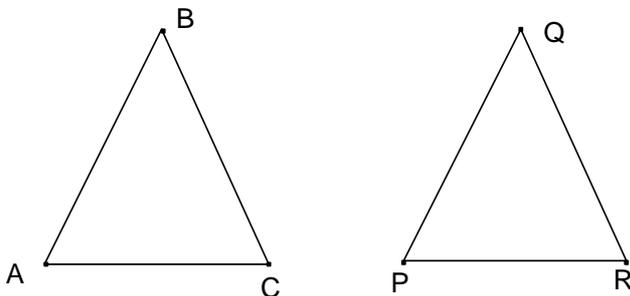
Para saber si dos triángulos son iguales no es necesario comprobar la igualdad de sus lados y ángulos uno a uno, sino que se puede aplicar uno de los tres siguientes criterios:

1er. criterio. Si dos lados de un triángulo y el ángulo que forman son iguales respectivamente a los de un segundo triángulo, ambos son congruentes o iguales.



Se cumple que los segmentos $\overline{AC} = \overline{PR}$ y $\overline{AB} = \overline{PQ}$ y los ángulos $\angle A = \angle P$, por lo tanto (\therefore) el triángulo $\triangle ABC = \triangle PQR$.

2º. Criterio. Si dos triángulos tienen sus tres lados respectivamente iguales, son triángulos congruentes o iguales.



Se cumple que los segmentos $\overline{AC} = \overline{PR}$, $\overline{AB} = \overline{PQ}$ y $\overline{BC} = \overline{QR}$, por lo tanto (\therefore) el triángulo $\triangle ABC = \triangle PQR$.

3er. Criterio. Dos triángulos que tienen un lado y dos ángulos iguales son triángulos congruentes o iguales.



Se cumple que los segmentos $\overline{AC} = \overline{PR}$, los ángulos $\angle A = \angle P$ y $\angle C = \angle R$, por lo tanto (\therefore) el triángulo $\triangle ABC = \triangle PQR$.

SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS.

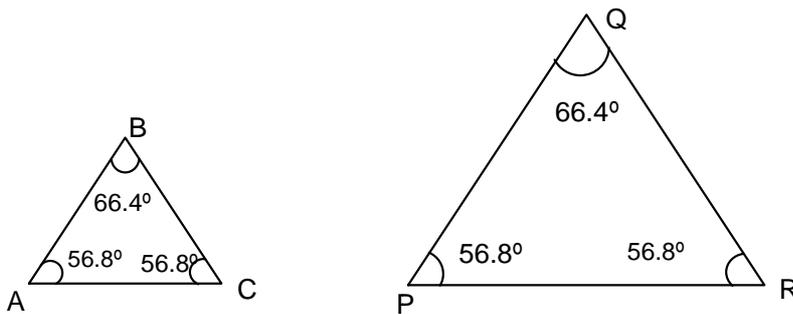
Se dice que dos figuras geométricas que presentan la misma forma son semejantes. El símbolo utilizado para indicar una semejanza es \approx .



Figura de autos semejantes

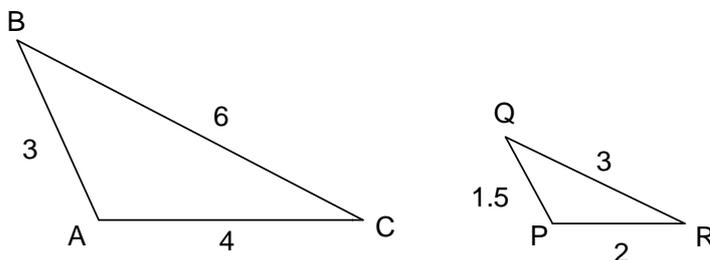
Tratándose de triángulos, se dice que dos triángulos son semejantes si cumplen con alguno de los siguientes criterios.

1er. Criterio. Si dos triángulos tienen dos ángulos respectivamente iguales, son triángulos semejantes.



Los ángulos $\angle A = \angle P$ y el $\angle C = \angle R$ \therefore el triángulo $\triangle ABC \approx \triangle PQR$.

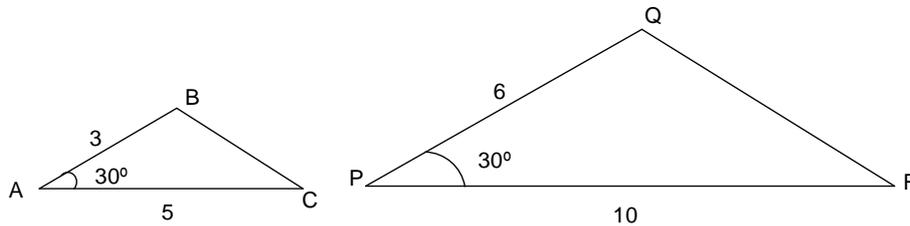
2º. Criterio. Si dos triángulos tienen sus tres lados correspondientes proporcionales, son triángulos semejantes.



Los segmentos:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{PR}} = \frac{4}{2} = 2 \quad \frac{\overline{AB}}{\overline{PQ}} = \frac{3}{1.5} = 2 \quad \frac{\overline{BC}}{\overline{QR}} = \frac{6}{3} = 2 \quad \therefore \text{el triángulo } \triangle ABC \approx \triangle PQR.$$

3er. Criterio. Si dos triángulos tienen un ángulo igual y los lados que lo forman son proporcionales, son triángulos semejantes.

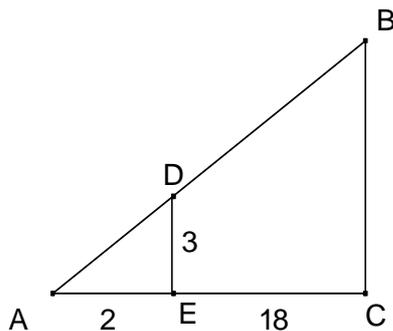


Los segmentos:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{PR}} = \frac{5}{10} = 0.5 \quad \frac{\overline{AB}}{\overline{PQ}} = \frac{3}{6} = 0.5 \quad \text{y } \angle A = \angle P \quad \therefore \text{ el triángulo } \triangle ABC \approx \triangle PQR.$$

Ejemplos resueltos de triángulos semejantes.

1. En la siguiente figura determinar el valor del segmento \overline{BC} .



El triángulo $\triangle ABC \approx \triangle ADE$, ya que sus $\angle E = \angle C$ y $\angle D = \angle B$, cumpliéndose el primer criterio de semejanza.

$$\therefore \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} \quad \text{sustituyendo valores tenemos}$$

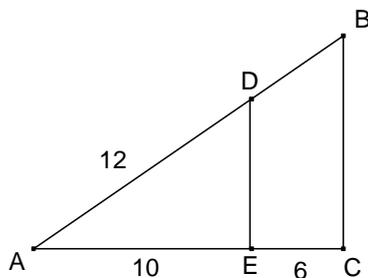
que:

$$\frac{20}{2} = \frac{\overline{BC}}{3}$$

$$\overline{BC} = \frac{(20)(3)}{2}$$

$$\overline{BC} = \frac{(60)}{2} \quad \overline{BC} = 30$$

2. En la siguiente figura determinar el valor del segmento \overline{AB}



El triángulo $\triangle ABC \approx \triangle ADE$, ya que sus $\angle D = \angle B$ y $\angle E = \angle C$, cumpliéndose el primer criterio de semejanza.

$$\therefore \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} \quad \text{sustituyendo valores tenemos}$$

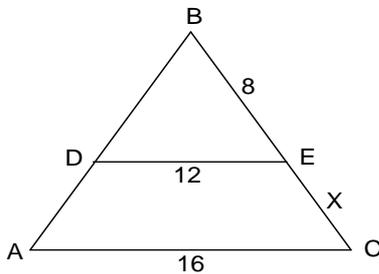
que:

$$\frac{16}{10} = \frac{\overline{AB}}{12}$$

$$\overline{AB} = \frac{(16)(12)}{10}$$

$$\overline{AB} = \frac{192}{10} \quad \overline{AB} = 19.2$$

3. En la siguiente figura determinar el valor de x.



El triángulo $\triangle ABC \approx \triangle BDE$, ya que sus $\angle D = \angle A$ y $\angle E = \angle C$, cumpliéndose el primer criterio de semejanza.

$$\therefore \frac{\overline{AC}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BE}} \quad \text{sustituyendo valores tenemos}$$

que:

$$\frac{16}{12} = \frac{\overline{BC}}{8}$$

$$\overline{BC} = \frac{(16)(8)}{12}$$

$$\overline{BC} = \frac{128}{12} \quad \overline{BC} = 10.66$$

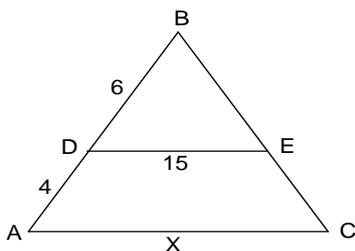
Como $\overline{BC} = 10.66$, entonces

$$x = \overline{BC} - \overline{BE}$$

$$x = 10.66 - 8$$

$$x = 2.66$$

4. En la siguiente figura determinar el valor de x.



El triángulo $\triangle ABC \approx \triangle BDE$, ya que sus $\angle D = \angle A$ y $\angle E = \angle C$, cumpliéndose el primer criterio de semejanza.

$$\therefore \frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DE}} \quad \text{sustituyendo valores tenemos}$$

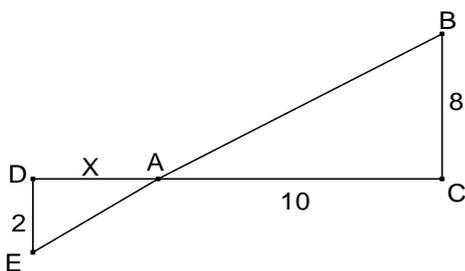
que:

$$\frac{10}{6} = \frac{\overline{AC}}{15}$$

$$\overline{AC} = \frac{(10)(15)}{6}$$

$$\overline{AC} = x = \frac{150}{6} \quad x = 25$$

5. En la siguiente figura determinar el valor de x.



El triángulo $\triangle ABC \approx \triangle ADE$, ya que el $\angle A$ tiene el mismo valor para los dos triángulos y los lados que lo forman son proporcionales, cumpliéndose el tercer criterio de semejanza.

$$\therefore \frac{\overline{AC}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} \quad \text{sustituyendo valores tenemos}$$

que:

$$\frac{10}{x} = \frac{8}{2}$$

$$x = \frac{(10)(2)}{8}$$

$$x = \frac{20}{8}$$

$$x = 2.5$$