

Colégio Marista Nossa Senhora da Penha

Eduardo Albert
Filipe Nascimento
João Moulin
Rafael Calazans
Thiago Prates

Olimpíada Marista de Matemática

Vila Velha, 2017

Função Quadrática

1) Definição:

Uma função quadrática pode ser definida como:

$$f: \quad \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \rightarrow f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$$

Sendo assim, dizemos que um número α é raiz da equação $ax^2 + bx + c$ caso $f(\alpha) = 0$. Ou seja, α é um dos zeros da função $f(x)$.

2) Resolução:

A equação de 2º grau pode ter como possibilidade de resolução as formas:

$$\Delta = 0$$

$$\Delta > 0$$

$$\Delta < 0$$

Sendo Δ o valor do coeficiente b elevado ao quadrado menos o produto de quatro vezes $a \cdot c$.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

2.1) Soma e Produto:

Uma das possíveis formas de se resolver uma equação de 2º grau é utilizando o método da soma e produto, o qual consiste em descobrir as raízes da equação a partir da multiplicação e soma das raízes.

$$x' + x'' = -\frac{b}{a}$$

$$x' \cdot x'' = \frac{c}{a}$$

Exemplo:

$$x^2 + 9x + 14$$

$$S = -\frac{b}{a} \rightarrow -\frac{9}{1} = -9$$

$$P = \frac{c}{a} \rightarrow \frac{14}{1} = 14$$

$$S = (-7) + (-2) = -9$$

$$P = (-7) + (-2) = 14$$

$$x' = -7$$

$$x'' = -2$$

2.2) Fórmula de Bhaskara

A fórmula de Bhaskara é a outra forma de se resolver uma equação de 2º grau e ela é estruturada de forma que o valor das raízes da equação é igual ao negativo do coeficiente b vezes a raiz negativa ou positiva do discriminante (Δ) dividido por duas vezes o coeficiente a .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Exemplo:

$$x^2 + 9x + 14$$

$$\Delta = (9)^2 - 4 \cdot (1 \cdot 14) \rightarrow 25$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1}$$

$$x' = \frac{-9 + 5}{2}$$

$$x' = -2$$

$$x'' = \frac{-9 - 5}{2}$$

$$x'' = -7$$

3) Gráfico:

O gráfico de uma função do 2º grau forma uma curva conhecida com parábola.

Para que o gráfico seja traçado é necessário que seja atribuído valores para o x e assim calcular o valor correspondente de y .

Quando o gráfico é formado, os coeficientes da equação estão atribuídos a características que a curva possui. Dessa forma:

$a > 0 \rightarrow$ Concavidade para cima

$a < 0 \rightarrow$ Concavidade para baixo

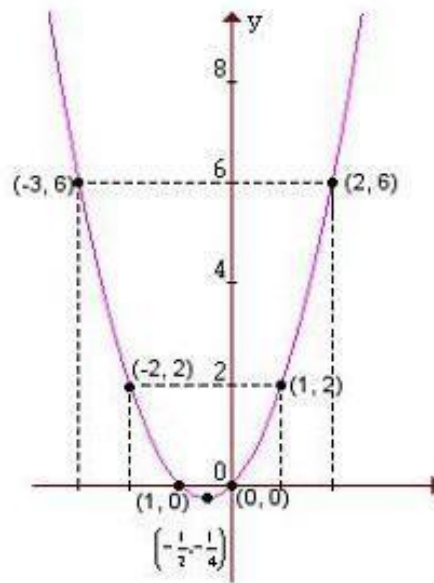
$b > 0 \rightarrow$ Toca o eixo y de forma crescente

$b < 0 \rightarrow$ Toca o eixo y de forma decrescente

$b = 0 \rightarrow$ Toca o eixo y no ponto mínimo ou máximo

$c \rightarrow$ Indica o ponto no eixo y que a curva toca

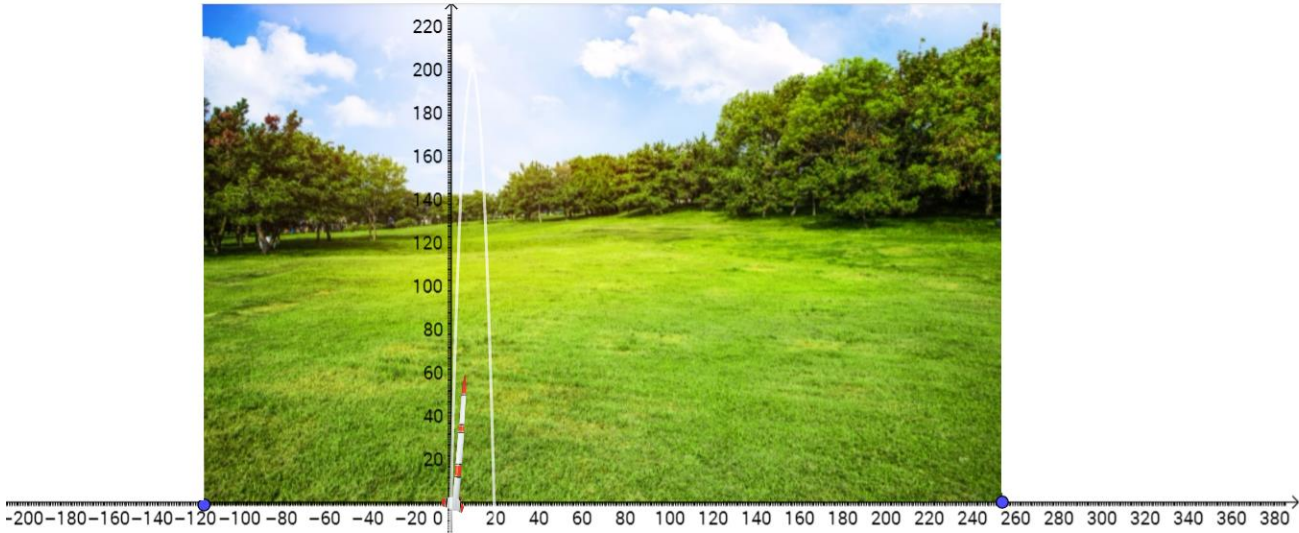
x	y
-3	6
-2	2
-1	0
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$
0	0
1	2
2	6



Justificativa

A função quadrática está presente em nosso cotidiano principalmente em fenômenos físicos, como por exemplo descrevendo a trajetória de um corpo em queda livre, a de um projétil, uma bola arremessada por um jogador de basquete ou no estudo de movimentos uniformemente variados (MUV). Com todas essas aplicações físicas no cotidiano e por ser uma das matérias mais importantes no 9º ano do Ensino Fundamental e no 1º ano do Ensino Médio, o grupo conclui que executar um trabalho focado na função polinomial de 2º grau seria necessário para que os alunos desses anos escolares compreendessem de uma forma diferente da qual a apresentada na sala de aula

Imagens



Objetivos

A elaboração desse Worksheet teve como principais objetivos:

- ✓ Aplicar o conhecimento prévio sobre tal conteúdo de forma expositiva;
- ✓ Inovar a forma como o conteúdo é apresentado para os alunos;

- ✓ Auxiliar na exposição do conteúdo, visando uma maior compreensão por parte dos estudantes
- ✓ Evitar que o conteúdo em questão cause possíveis dúvidas nos alunos;

- ✓ Demonstrar de forma prática como o software, Geogebra, nos auxilia no ambiente acadêmico;
- ✓ Desenvolver o interesse dos alunos pela plataforma Geogebra;

- ✓ Tornar o conteúdo em questão em algo mais dinâmico e simples.

Metodologia

O método que utilizamos para desenvolver esse Worksheet foi baseado em pesquisas em sites e livros didáticos sobre o conteúdo Função Quadrática, com a finalidade de desenvolver uma animação no software Geogebra baseando-se em tal conteúdo.

A programação da animação foi realizada pelo aluno Thiago Prates e foi desenvolvida tendo como base uma competição de foguetes, realizada por alunos de uma escola fictícia. Para a elaboração de tal animação, foi utilizado todo o conteúdo trabalhado e pesquisado pelo grupo, o qual definiu a forma como esse projeto deveria ser apresentado.

Para que o conteúdo trabalhado se tornasse algo de simples compreensão foi desenvolvida uma animação com elementos que condizem com a realidade, possuem uma aplicação prática e de simples elaboração e utilização do conteúdo apresentado.

Recursos

Para a execução do trabalho, o grupo recorreu ao conhecimento prévio das aulas de Matemática e aos site(s) que constarão na bibliografia desse PDF. E para a construção de nosso gráfico, foi usado o aplicativo GeoGebra, que combina elementos de álgebra e geometria.

Referências Bibliográficas

<http://www.somatematica.com.br/emedio/funcao2/funcao2.php>

<https://www.todamateria.com.br/funcao-quadratica/>

https://www.educabras.com/enem/materia/matematica/aulas/funcao_quadratica

Maia, Diana. Função Quadrática: um estudo didático de uma abordagem computacional. 2007. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

PETLA, Relelino José, and Emerson ROLKOWSKI. "Geogebra–Possibilidades para o ensino de matemática." *Natal: UFRN*(2008).

NASCIMENTO, Eimard GA do. "Avaliação do uso do software GeoGebra no ensino de geometria: reflexão da prática na escola." *XII Encontro de Pós-Graduação e Pesquisa da Unifor*, ISSN 8457 (1808): 2012.

Questão

A MOBFOG (Mostra Brasileira de Foguetes) tem como principal objetivo estimular os jovens de construir e lançar, o mais longe possível, foguetes feitos de garrafa PET. Em uma competição de foguetes de vinagre e bicarbonato de sódio, o professor Filipe propôs aos alunos do 1º ano a construção deles. O aluno Geysin será o último a lançar o foguete. O foguete de Bebeto alcançou altura máxima de 198 m e, por enquanto, lidera a competição. Sabendo que o foguete de Geysin teve uma trajetória descrita pela função $h(s) = -2s^2 + 40s$ (altura, em metros, em função do tempo, em segundos) responda:

- A) Calcule as raízes da função descrita pelo foguete de Geysin, as coordenadas do vértice e o sentido da concavidade da parábola.

- B) Com as informações do item anterior, faça um esboço do gráfico da trajetória descrita pelo foguete de Geysin, destacando as informações que você encontrou.

- C) Sabendo que para ganhar a competição, o foguete de Geysin precisa superar a altura do foguete de Bebeto, descubra se Geysin venceu a competição. Justifique.