Tema: Programación lineal

Nivel: Tercer año de Bachillerato Diversificado. Opción Social Económico. Matemática III.

Tiempo: 40 minutos

Objetivos: Se pretende mediante la siguiente actividad, solidificar los conceptos aprendidos sobre Programación Lineal utilizando el recurso GeoGebra.

Conceptos previos: Programación lineal: la resolución de problemas de optimización de funciones.

Metodología: Se presentará la siguiente actividad para trabajar individualmente. Se dará 30 minutos para la misma. Luego, en los 10 minutos restantes, se hará una puesta en común con el grupo.

Actividad: El siguiente, es un problema de programación lineal:
Una compañía aérea tiene dos aviones A y B para cubrir un determinado trayecto. El avión A debe hacer más veces el trayecto que el avión B, pero no puede sobrepasar 120 viajes. Entre los dos aviones deben hacer 60 o más vuelos, pero no más de 200. En cada vuelo A consume 900 litros de combustible y B, 700 litros. En cada viaje del avión A, la empresa gana 2.000 dólares y 1.500 por cada viaje del B.
¿Cuántos viajes debe hacer cada avión para obtener el máximo de ganancias?
¿Cuántos vuelos debe hacer cada avión para que el consumo de combustible sea mínimo?

a) Plantea las funciones objetivo y el sistema de inecuaciones con las restricciones del caso.
b) En el siguiente applet de GeoGebra:
   i- Introduce los coeficientes de las inecuaciones en las **casillas de entrada** correspondientes.
   ii- Aprieta el **botón "Región Factible del sistema"** para ver la región factible determinada por la intersección de los semiplanos que representan a las inecuaciones.
   iii- Selecciona la **herramienta "Puntos Factibles"**, en la barra de herramientas y haz clic en los bordes de los semiplanos, para ver los puntos factibles de la región factible, o sea, los vértices del polígono determinado.
c) Sustituye las coordenadas de dichos puntos en las funciones objetivo y determina la solución del problema.

Resolución:

a) Llamemos: x *: Cantidad de viajes que hace el avión A*
y *: Cantidad de viajes que hace el avión B*

-Minimizar la función objetivo: $f(x,y) = 900x + 700y$
-Maximizar la función objetivo: $g(x,y) = 2.000x + 1.500y$

Sujeto a las restricciones:
$$\begin{cases} y \leq x \leq 120 \\ 60 \leq x + y \leq 200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x - y \geq 0 \\ -x + 120 \geq 0 \\ x + y - 60 \geq 0 \\ -x - y + 200 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

b) En el applet de geogebra.

c) Los puntos factibles tienen coordenadas: $(30,30); (100,100); (120,80)$

-Al sustituir en la función objetivo: $f(x,y) = 900x + 700y$

$$f(30,30) = 900 \times 30 + 700 \times 30 = 48.000$$

$$f(100,100) = 900 \times 100 + 700 \times 100 = 160.000$$

$$f(120{,}80) = 900 \times 120 + 700 \times 80 = 164.000$$

Como se pedía minimizar la función, entonces el par conveniente es el $(30{,}30)$

-Al sustituir en la función objetivo: $g(x,y) = 2.000x + 1.500y$

$$g(30{,}30) = 2.000 \times 30 + 1.500 \times 30 = 105.000$$

$$g(100{,}100) = 2.000 \times 100 + 1.500 \times 100 = 350.000$$

$$g(120{,}80) = 2.000 \times 120 + 1.500 \times 80 = 360.000$$

Como se pedía maximizar la función, entonces el par conveniente es el $(120{,}80)$

Por lo tanto:

El consumo de combustible será mínimo (de 48.000 dólares) si cada avión hace 30 viajes, y el beneficio máximo (de 360.000 dólares) se obtiene si el avión A hace 120 viajes y el B hace 80.

Link del applet https://www.geogebra.org/material/simple/id/2746807#material/xCCCd6E4

Link Libro Applets de educación media con Ceibal:
https://www.geogebra.org/material/simple/id/2746807

Creado por Adriana Castillo

Corregido por Equipo de Matemática del Plan Ceibal