Formulari geometria diferencial de corbes

Donada una corba C amb representació paramètrica $\gamma : [a,b] \to \mathbf{R}^3$, definim:

Triedre de Frenet: $\{\overrightarrow{T}(t), \overrightarrow{N}(t), \overrightarrow{B}(t)\}$,

on $\overrightarrow{T}(t) = \dfrac{\overrightarrow{\gamma'}(t)}{||\overrightarrow{\gamma'}(t)||}$, $\quad \overrightarrow{N}(t) = \dfrac{\overrightarrow{T'}(t)}{||\overrightarrow{T'}(t)||}$, $\quad \overrightarrow{B}(t) = \overrightarrow{T}(t) \times \overrightarrow{N}(t)$,

o les expressions equivalents: $\overrightarrow{B}(t) = \dfrac{\overrightarrow{\gamma'}(t) \times \overrightarrow{\gamma''}(t)}{||\overrightarrow{\gamma'}(t) \times \overrightarrow{\gamma''}(t)||}$, $\quad \overrightarrow{N}(t) = \overrightarrow{B}(t) \times \overrightarrow{T}(t)$.

Curvatura

$\kappa(t) = \dfrac{||\overrightarrow{T'}(t)||}{||\overrightarrow{\gamma'}(t)||}$ o l'expressió equivalent: $\kappa(t) = \dfrac{||\overrightarrow{\gamma'}(t) \times \overrightarrow{\gamma''}(t)||}{||\overrightarrow{\gamma'}(t))||^3}$.

Torsió

$\tau(t) = \dfrac{\overrightarrow{N}(t) \cdot \overrightarrow{B'}(t)}{||\overrightarrow{\gamma'}(t)||}$ o l'expressió equivalent: $\tau(t) = -\dfrac{(\overrightarrow{\gamma'}(t) \times \overrightarrow{\gamma''}(t)) \cdot \overrightarrow{\gamma'''}(t)}{||\overrightarrow{\gamma'}(t) \times \overrightarrow{\gamma''}(t)||^2}$.

Cercle osculador

$$\text{Centre}: \ \gamma(t) + \frac{1}{\kappa(t)}\overrightarrow{N}(t), \qquad \text{Radi}: \ \frac{1}{\kappa(t)} \ \text{amb } (\kappa(t) \neq 0)$$

Evoluta

$$evoluta(t) = \gamma(t) + \frac{1}{\kappa(t)}\overrightarrow{N}(t) \ \text{ amb } (\kappa(t) \neq 0)$$

Corbes offset a "distància" d

$$\beta_d(t) = \gamma(t) + d\overrightarrow{N}(t) \ .$$

Continuïtat geomètrica d'unió de dues corbes

G_0 quan l'extrem final és l'extrem inicial.

G_1 quan és G_0 i les rectes tangents són iguals en el punt d'unió.

G_2 quan és G_1 i té cercles osculadors (curvatures) iguals en el punt d'unió.