

Warum ist die Treppenfläche gleich $F(b)$?

Zunächst ist es wichtig, dass F keine Verschiebung in y -Richtung hat, also kein $+c$ im Term. Bei beispielsweise $c = 2 \Rightarrow F(x) = \frac{1}{12}x^3 + 2$ wäre nämlich hier im Beispiel $F(4) = 7,33$. Auch soll zunächst die linke Intervallgrenze bei $a = 0$ sein.

Die Rechteckbreite ist stets $dx = \frac{b-a}{n}$, hier im Folgenden $dx = \frac{4-0}{8} = 0,5$.

Die Rechteckhöhen sind Steigungen $\frac{\Delta y}{dx}$:

$0,02 = \frac{0,01-0}{dx}$	wg. $0,02 \cdot 0,5 = 0,01$
$0,15 = \frac{0,085-0,01}{dx}$	wg. $0,15 \cdot 0,5 + 0,01 = 0,085$
$0,40 = \frac{0,285-0,085}{dx}$	wg. $0,40 \cdot 0,5 + 0,085 = 0,285$
$0,77 = \frac{0,670-0,285}{dx}$	wg. $0,77 \cdot 0,5 + 0,285 = 0,670$
$1,27 = \frac{1,305-0,670}{dx}$	wg. $1,27 \cdot 0,5 + 0,670 = 1,305$
$1,89 = \frac{2,250-1,305}{dx}$	wg. $1,89 \cdot 0,5 + 1,305 = 2,250$
$2,64 = \frac{3,570-2,250}{dx}$	wg. $2,64 \cdot 0,5 + 2,250 = 3,570$
$3,52 = \frac{5,33-3,570}{dx}$	wg. $3,52 \cdot 0,5 + 3,570 = 5,33$

Die Treppenfläche A berechnet sich somit wie folgt:

$$\begin{aligned}
 & 0,02 \cdot dx + 0,15 \cdot dx + 0,4 \cdot dx + 0,77 \cdot dx + 1,27 \cdot dx + 1,89 \cdot dx + 2,64 \cdot dx + 3,52 \cdot dx && \text{Rechteckhöhen zu Steigungen} \\
 = & \frac{0,01-0}{dx} \cdot dx + \frac{0,085-0,01}{dx} \cdot dx + \frac{0,285-0,085}{dx} \cdot dx + \frac{0,670-0,285}{dx} \cdot dx + \frac{1,305-0,670}{dx} \cdot dx + \frac{2,250-1,305}{dx} \cdot dx + \frac{3,570-2,250}{dx} \cdot dx + \frac{5,33-3,570}{dx} \cdot dx && \text{Kürzen} \\
 = & 0,01 - 0 + 0,085 - 0,01 + 0,285 - 0,085 + 0,670 - 0,285 + 1,305 - 0,670 + 2,250 - 1,305 + 3,570 - 2,250 + 5,33 - 3,570 && \text{Umsortieren} \\
 = & \underbrace{0,01 - 0,01 + 0,085 - 0,085 + 0,285 - 0,285 + 0,670 - 0,670 + 1,305 - 1,305 + 2,250 - 2,250 + 3,570 - 3,570}_{=0} + \underline{\underline{5,33}}
 \end{aligned}$$

