¿Por qué alfa vale 45^0?

Para ver que esto es así vamos a tener en cuenta que la cúspide del poliedro, el punto L, debe estar, por la doble simetría de la figura, en el eje OZ, por lo que su coordenada x debe ser cero. Vamos a calcularla.

Siguiendo la construcción se ve que:

$$L = E + \overrightarrow{EJ} + \overrightarrow{EF}$$

Por definición tenemos que

$$A = \left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}a, 0\right)$$

$$B = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}a, 0{,}0\right)$$

$$C = \left(0. -\frac{\sqrt{2}}{2}a, 0\right)$$

$$\mathrm{E} = \mathrm{B} + \vec{\mathrm{u}}$$

siendo

$$\vec{\mathrm{u}} = (-\mathrm{a}\cos\alpha, 0, \mathrm{sen}\alpha)$$

donde α es el ángulo que forma el vector $\vec{u} = \overrightarrow{BE}$ con la horizontal y a es un parámetro.

También por construcción tenemos que

$$F = B + b\overrightarrow{BE} + b\overrightarrow{BC}$$

$$J = B + b\overrightarrow{BE} + b\overrightarrow{BA}$$

donde b es otro parámetro.

Sustituyendo:

$$L = E + B + b\overrightarrow{BE} + b\overrightarrow{BC} + B + b\overrightarrow{BE} + b\overrightarrow{BA}$$

Si a partir de esta expresión calculamos la coordenada x de L tenemos:

$$-\frac{\sqrt{2}}{2}a + \sqrt{2}ab - 2abcos\alpha + acos\alpha$$

Igualando a cero y despejando $cos\alpha$ obtenemos

$$cos\alpha = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}a - \sqrt{2}ab}{a - 2ab} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a - 2ab}{a - 2ab} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

de donde se deduce que

$$\boldsymbol{\alpha = 45^0}$$