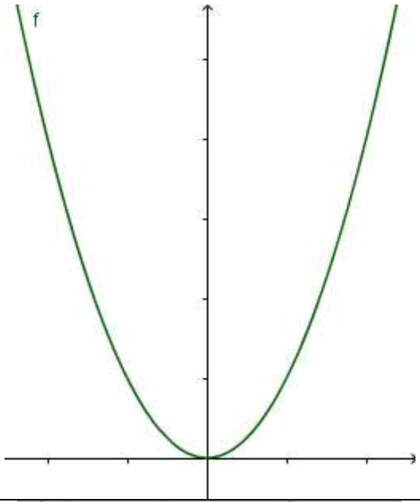
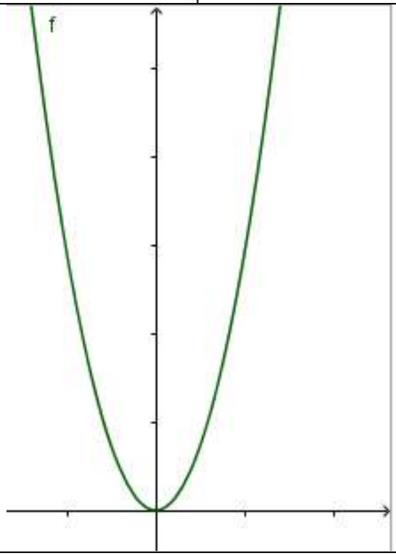
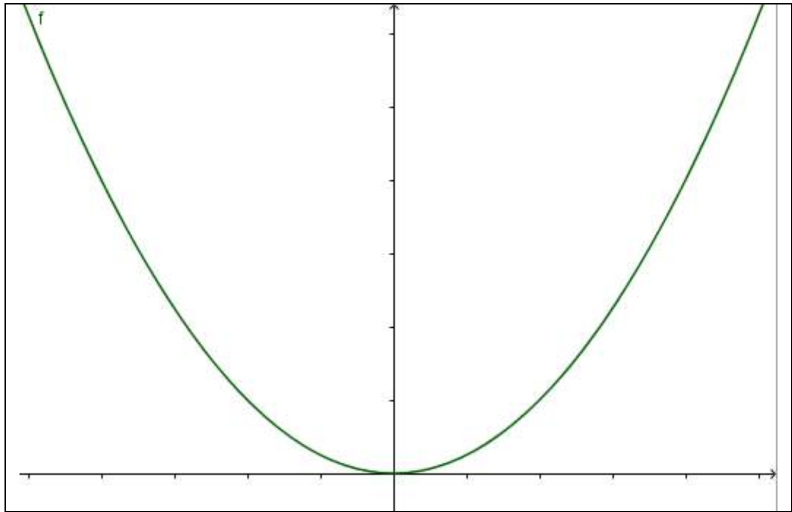
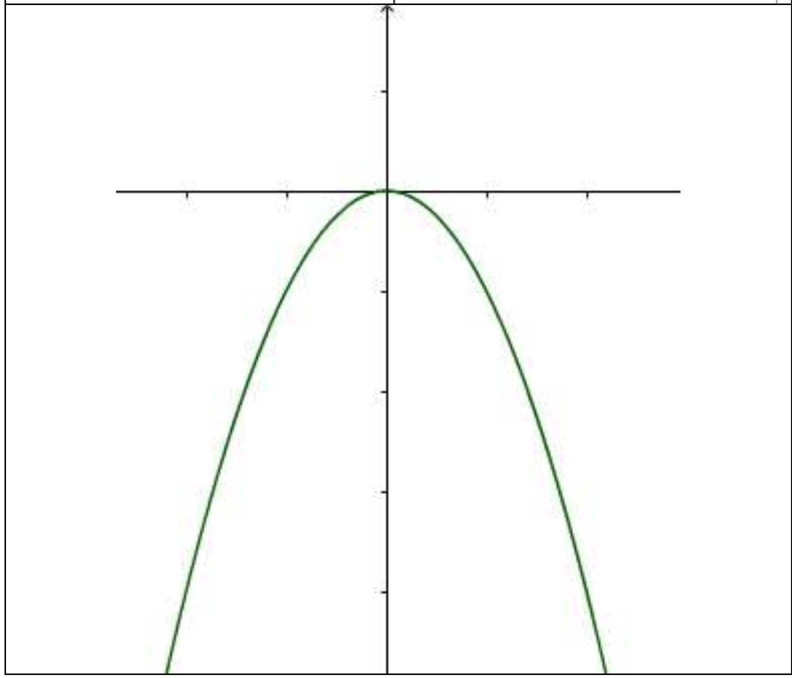
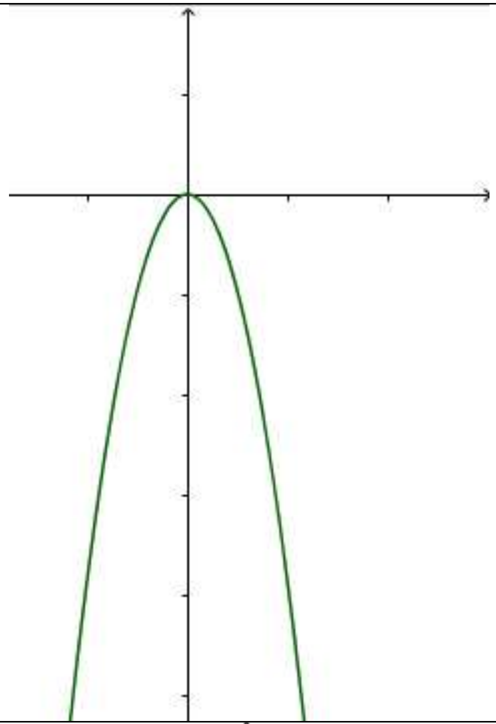
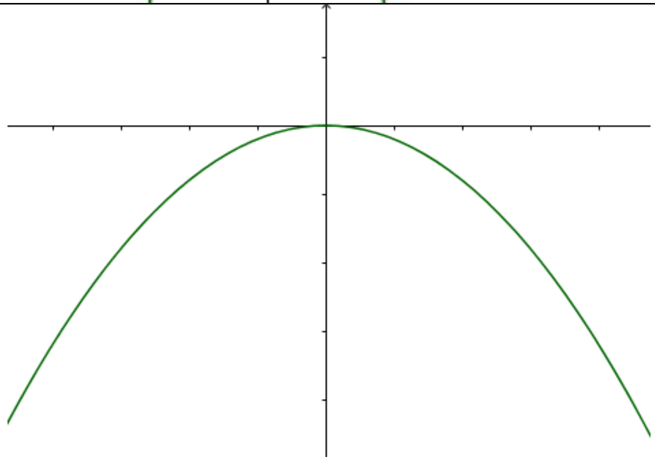
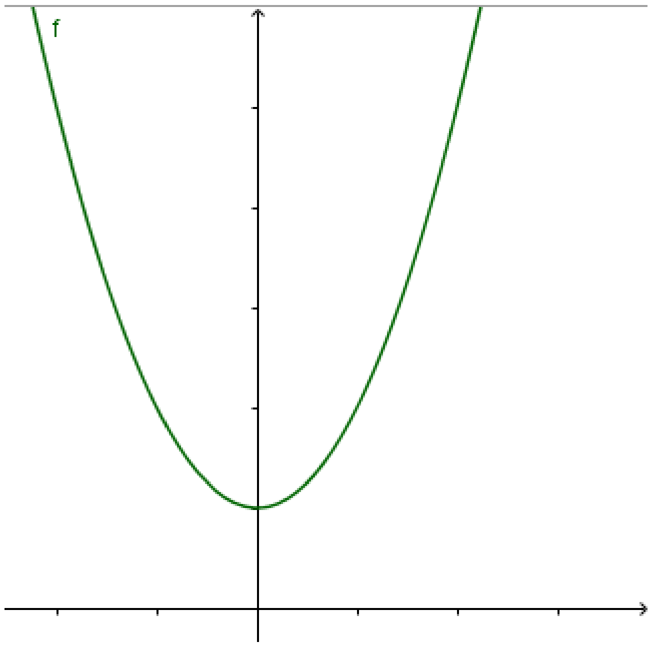
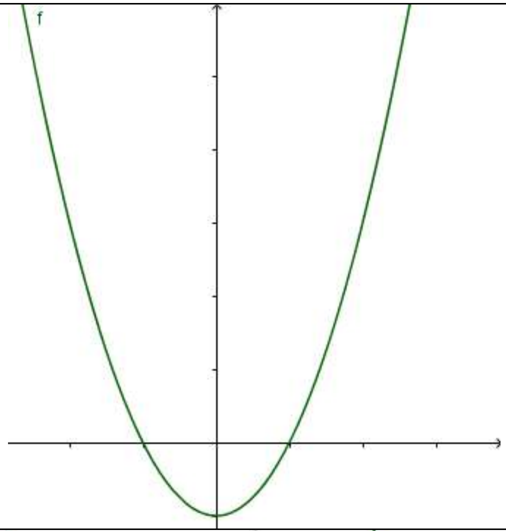
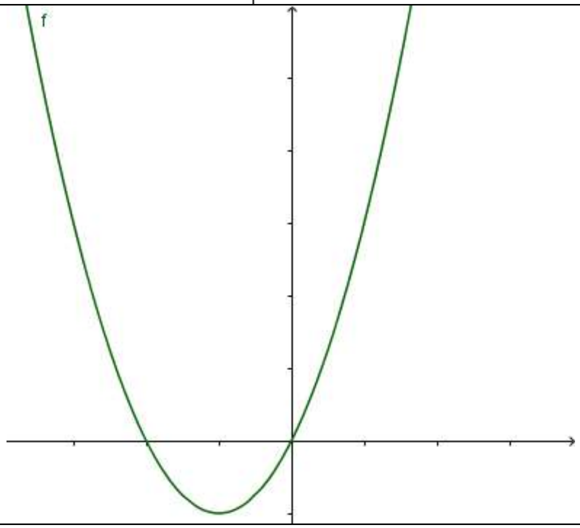
Interpretação Global para função quadrática f(x)=ax²+bx+c

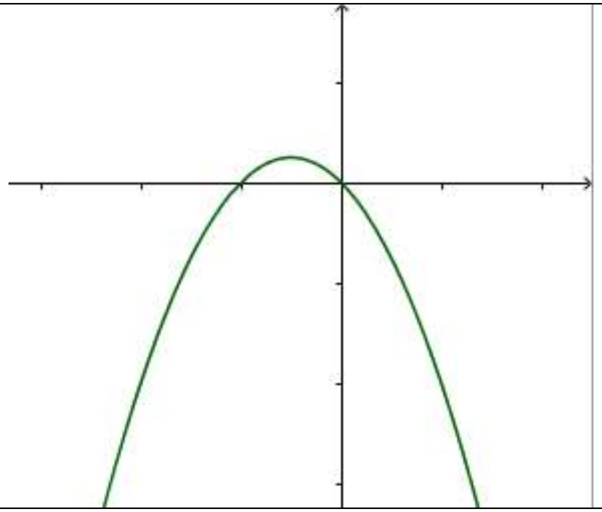
Registro de representação visual (gráfico)	Registro de representação simbólico	Registro linguístico associado
	$f(x)=ax^2$ a=1 b=0 c=0	Parábola com concavidade para cima Vértice na origem
	$f(x)=ax^2$ a>1 (a pode não ter sinal) b=0 c=0	Parábola com concavidade para cima, mais fechada Vértice na origem

	f(x)=ax² 0<a<1 (a pode não ter sinal) b=0 c=0	Parábola com concavidade para cima, mais aberta Vértice na origem
	f(x)=-ax² a=-1 b=0 c=0	Parábola com concavidade para baixo Vértice na origem

	$f(x)=ax^2$ $a<-1$ $b=0$ $c=0$	Parábola com concavidade para baixo, mais fechada Vértice na origem
	$f(x)=ax^2$ $-1<a<0$ $b=0$ $c=0$	Parábola com concavidade para baixo, mais aberta Vértice na origem

	$f(x)=ax^2+c$ $a>0$ $c>0$ $b=0$	A parábola foi transladada para cima Ou O vértice foi transladado para cima c é a ordenada do ponto onde o gráfico corta o eixo y

	$f(x)=ax^2+c$ $a=1$ $c<0$ $b=0$	A parábola foi transladada para baixo Ou O vértice foi transladado para baixo c é ordenada do ponto onde o gráfico corta o eixo y
	$f(x)=ax^2+bx+c$ $a>0$ $c=0$ $b>0$	Quando b é positivo, a parábola intercepta o eixo y com sua parte crescente

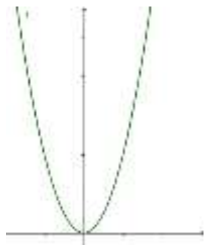
	f(x)=ax²+bx+c a>0 c=0 b>0	Quando b é negativo, a parábola intercepta o eixo y com sua parte decrescente

Observações

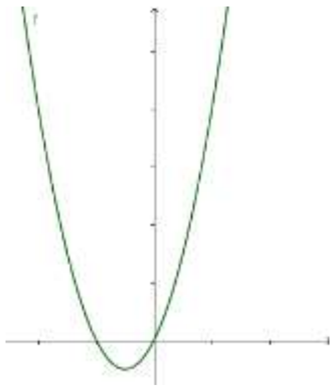
1. Em resumo a determina a concavidade, b determina qual parte da parábola interceptará o eixo y e c determina onde a parábola intercepta o eixo y.
2. Os estudantes poderão ter essas percepções com o auxílio do GeoGebra.
3. Exemplos: Esboce o gráfico das funções seguintes:
    a. $f(x)=2x^2+2x$ (caso em que c é 0)
    b. $f(x)=-3x^2-3$ (caso em que b=0)
    c. $f(x) = x^2 + 3x + 2$ (caso em que nenhum dos coeficientes é 0)

Respostas:

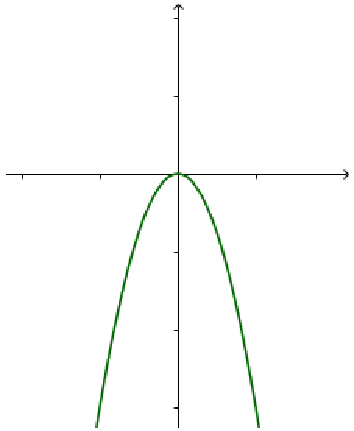
a) a=2, a concavidade é para cima



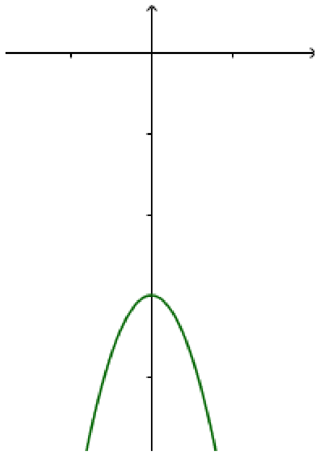
Como b=2, a parábola corta o eixo y com sua parte crescente. Como c=0, então a parábola intercepta o eixo y na origem. Logo, o esboço é:



b) $a=-3$, a concavidade é para baixo

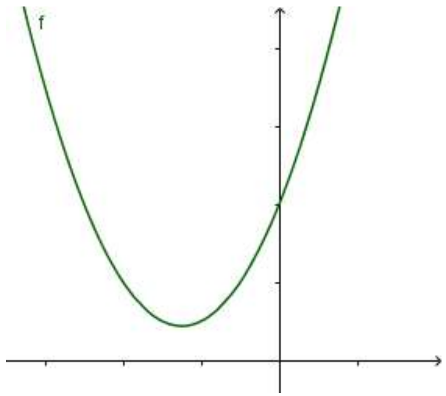


$b=0$, o ponto de interseção da parábola com o eixo y é o vértice. Como $c=-3$, a parábola transladou 3 unidades para baixo. Assim, o esboço é:

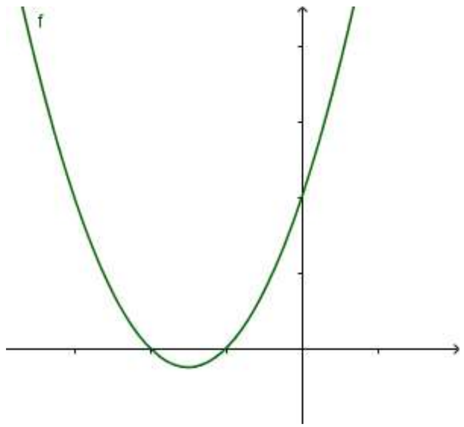


c) a=1, a concavidade é para cima. Como c=2, então o gráfico corta o eixo y no ponto (0,2). b=3, então a parábola cortará o eixo y com a parte crescente. Nesse caso, podemos visualizar três possibilidades de esboços:

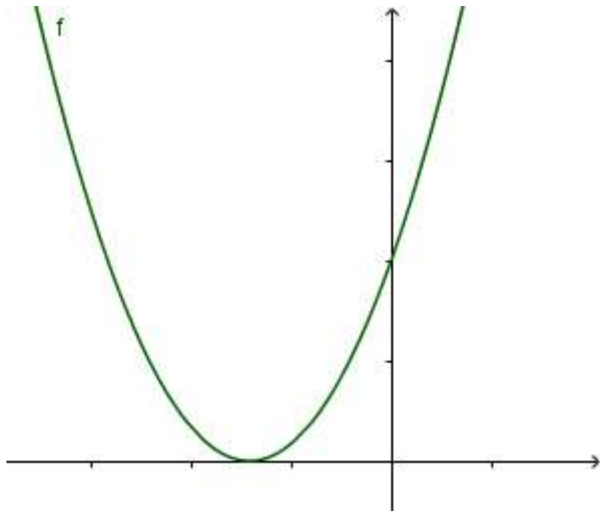
1º caso: a parábola não intercepta o eixo x.



2º caso: a parábola intercepta o eixo x em dois pontos

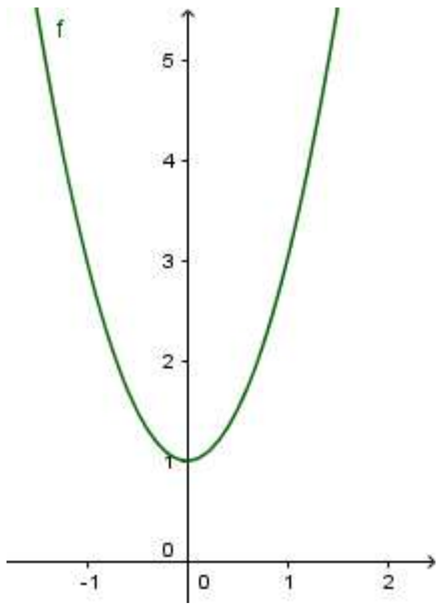


3º caso: a parábola intercepta o eixo x em um ponto



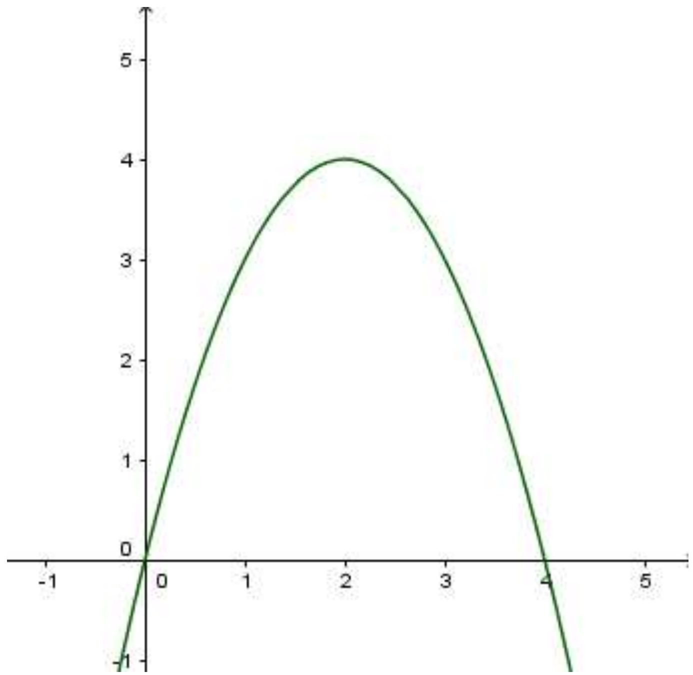
Neste exemplo, não é possível determinar qual é o melhor esboço do gráfico analisando apenas os coeficientes da equação. Assim, teríamos incluir a representação simbólica do discriminante na construção e analisar a influência dele no comportamento do gráfico. O estudante precisaria calcular o discriminante e ver se ele é maior que 0 (intercepta em dois pontos), menor que 0 (não intercepta) ou igual a 0 (intercepta em um ponto). Como o discriminante é igual a 1, então o melhor esboço é o 2º caso.

4. A conversão inversa, ou seja, determinar a equação a partir do gráfico não é óbvia. Na maior parte dos casos não é possível determinar todos os coeficientes sem fazer cálculos. Determine a equação da função quadrática cujo gráfico é:



É uma parábola, então $f(x)=ax^2+bx+c$. A parábola transladou um unidade para cima e o vértice está sobre o eixo y. Logo, $b=0$ e $c=1$. Podemos dizer que $a>0$, porque a concavidade está voltada para cima. Todavia, não é possível determinar o valor de a sem conhecermos outro ponto do gráfico.

5. Analisemos o seguinte exemplo: Qual a equação da função quadrática cujo gráfico é:



É uma parábola, então $f(x)=ax^2+bx+c$. A parábola tem concavidade para baixo e intercepta o eixo y em 0. Logo, $a<0$ e $c=0$. A parábola intercepta o eixo y com sua parte crescente. Portanto, $b>0$.