

GeoGebra Grundaufgabe Schnitt zweier Geraden

Mit dem Grafikrechner und dem Algebra-Fenster lässt sich der Schnittpunkt zweier Geraden bestimmen. Die einfachste (im Sinne der *kürzesten*) Lösung der Lösung über die Algebra-Ansicht besteht aus drei Eingabezeilen.

Wir führen dies am Beispiel der Schnittpunkt der Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R} \quad \text{und} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

durch.

Symbol	Inhalt / Beschreibung	Hinweise
	Eingabe: g: Gerade((1,1,2), Vektor((1,3,-1))).	Die Eingabe ist auch über die Angabe zweier Punkte möglich.
	Eingabe: h: Gerade((5,12,-3), Vektor((2,5,-3))).	Alternativ lassen sich vorher Vektoren und Punkte vordefinieren.
	Eingabe: S:=Schnittpunkt(g,h)	ACHTUNG! <i>Schneide(g,h)</i> wurde mit dem neuesten Update (Mai 2021) gestrichen und durch den Befehl <i>Schnittpunkt</i> ersetzt.

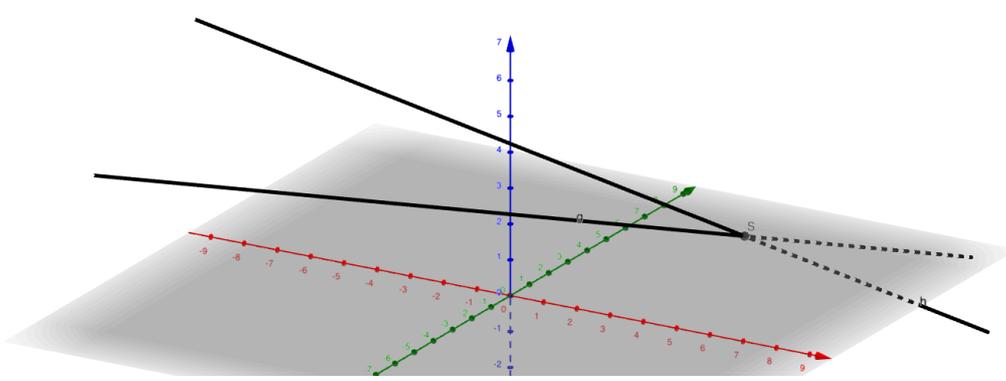
Gerade

- g : Gerade((1,1,2), Vektor((1,3,-1)))
→ X = (1, 1, 2) + λ (1, 3, -1)
- h : Gerade((5,12,-3), Vektor((2,5,-3)))
→ X = (5, 12, -3) + λ (2, 5, -3)

Punkt

- S = Schnittpunkt(h,g)
→ (3, 7, 0)

+ Eingabe...



GeoGebra CAS bietet nun aber eine weitere Möglichkeit das entsprechende Grundproblem zu lösen. Der Vorteil kann hinsichtlich eines Einsatzes im Unterricht, dem Erstellen und Überprüfen geeigneter Übungs-/Klausuraufgaben und der Möglichkeit der Selbstkontrolle die Schritte der schriftlichen, händischen Lösung auf Seite der Schülerinnen und Schüler Vorschub zu leisten, da gewissermaßen die Zwischenergebnisse ausgegeben werden können.

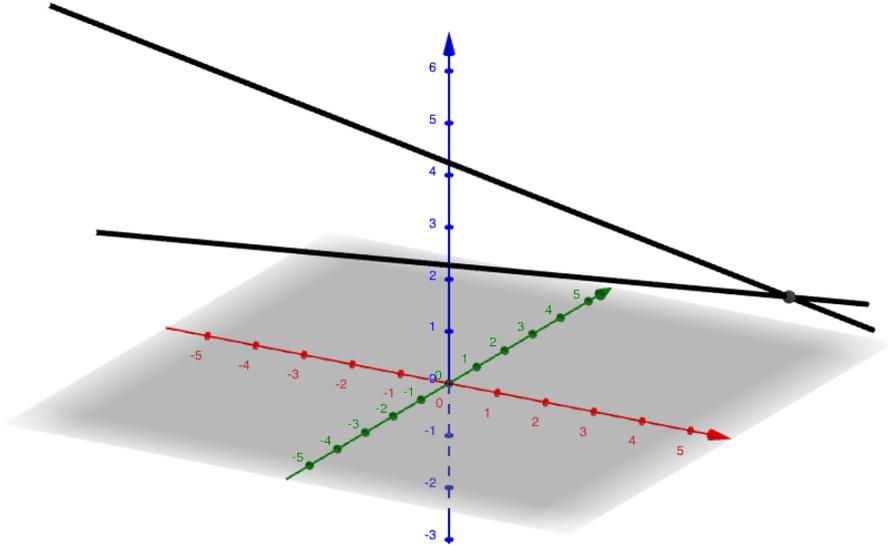
Dabei werden die Geraden funktional als *allgemeiner Geradenpunkt* als Funktion aus der Menge der reellen Zahlen in den \mathbb{R}^3 definiert.

Symbol	Inhalt / Beschreibung	Hinweise
	„Burgermenue“ >> Ansicht >> 3D Grafik <EIN> „Burgermenue“ >> Ansicht >> Grafik <AUS>	Für die Analytische Geometrie schalten wir die 3D Grafik ein, um die Objekte anzeigen zu können.
	Eingabe: $g(s):=(1+s,1+3s,2-s)$	Erinnerung: der Doppelpunkt vor dem Gleichheitszeichen sorgt dafür, dass das definierte Objekt als Objekt in der Algebra- und Grafik-Ansicht übernommen wird.
	Eingabe: $h(t):=(5+2t,12+5t,-3-3t)$	Alternativ lassen sich vorher Vektoren und Punkte vordefinieren.
	Eingabe: $\text{Löse}(g(s)=h(t),\{s,t\})$	Die eigentliche didaktische Pointe des CAS in der analytischen Geometrie, da es die händischen Rechenschritte der Verfahren nachvollziehbar macht.
	$s:=g(2)$	Der Schnittpunkt kann über den funktionalen Zusammenhang definiert werden.

```

1  g(s) := (1 + s, 1 + 3 s, 2 - s)
   → g(s) := (1 + s, 1 + 3 s, 2 - s)
2  h(t) := (5 + 2 t, 12 + 5 t, -3 - 3 t)
   → h(t) := (2 t + 5, 5 t + 12, -3 t - 3)
3  Löse(g(s) = h(t), {s, t})
   → {{s = 2, t = -1}}
4  S := g(2)
   → S := (3, 7, 0)
5  Eingabe...

```



WARNUNG (Stand Juni 2021): Das CAS-Modul unter GeoGebra läuft derzeit leider nicht 100%ig stabil. Unter allen getesteten Umgebungen der Desktop-Umgebung *Classic 6* (Windows 10, Mac OS Big Sur, Linux Ubuntu 21) kommt es zu Abstürzen und „eingefrorenen Bildschirmen“ (beispielsweise bei Lösungen von Gleichungen, Änderungen der Beschriftungseinstellungen von Objekten in der 3D Grafik etc.), die auch ein Speichern unmöglich machen.

Übung 1: Erstellen Sie ein CAS-Applet, das eine Gerade mit einer Ebene unter Angabe entsprechender Parameter schneidet.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R} \quad \text{und} \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, t, u \in \mathbb{R}$$

Übung 2: Erstellen Sie ein CAS-Applet, das zwei Ebenen unter Angabe entsprechender Parameter schneidet.

Übung 1: Erstellen Sie ein CAS-Applet, das eine Gerade mit einer Ebene unter Angabe entsprechender Parameter schneidet.

$$E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, s, t \in \mathbb{R} \quad \text{und} \quad E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + v \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, u, v \in \mathbb{R}$$

Hinweis: Eine Ebene ist dann im CAS-Modul als $E1(s,t) = \dots$ zu definieren.