

## \* Aufgaben zu (iii) und (iv) – für Fortgeschrittene

Diese Aufgabe dienen als Kontrolle, ob du die Rechenregeln verstanden hast und anwenden kannst. Wie immer siehst du zunächst nochmal die Rechenregeln, auf die sich die Aufgaben beziehen.

Gegeben seien konvergente Folgen  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit Grenzwert  $a$  und  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit Grenzwert  $b$ . Dann gelten folgende Aussagen:

- (i) Für jede Konstante  $c \in \mathbb{R}$  ist die Folge  $(c \cdot a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  konvergent und es gilt  $\lim_{n \rightarrow \infty} c \cdot a_n = c \cdot a$ .
- (ii) Die Folge  $(a_n + b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  ist konvergent und es gilt  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n + b_n = a + b$ .
- (iii) Die Folge  $(a_n \cdot b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  ist konvergent und es gilt  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = a \cdot b$ .**
- (iv) Falls alle  $b_n \neq 0$  sind sowie  $b \neq 0$  ist, so ist die Folge  $(\frac{a_n}{b_n})_{n \in \mathbb{N}}$  konvergent und es gilt  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{a}{b}$ .**

### 1. Aufgabe

Untersuche die nachfolgenden Folgen auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls den Grenzwert.

- a) Bestimme den Grenzwert von  $(\frac{1}{n^2})_{n \in \mathbb{N}}$ , falls möglich.
- b) Bestimme den Grenzwert von  $(\frac{1}{n^k})_{n \in \mathbb{N}}$  für  $k \geq 1$ , falls möglich.
- c) Bestimme den Grenzwert von  $(\frac{n+1}{n} \cdot n)_{n \in \mathbb{N}}$ , falls möglich.
- d) Bestimme den Grenzwert von  $(\frac{n+1}{n} \cdot (-1)^n \cdot \frac{1}{n})_{n \in \mathbb{N}}$ , falls möglich.

### 2. Aufgabe

Untersuche die nachfolgenden Folgen auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls den Grenzwert.

- a) Bestimme den Grenzwert von  $(\frac{2+\frac{3}{n}}{3+\frac{4}{n}})_{n \in \mathbb{N}}$ , falls möglich.
- b) Bestimme den Grenzwert von  $(\frac{2n+3}{3n+4})_{n \in \mathbb{N}}$ , falls möglich.
- c) Was fällt dir bei a) und b) auf?
- d) Bestimme den Grenzwert von  $(\frac{3^n}{2^n})_{n \in \mathbb{N}}$ , falls möglich.
- e) Bestimme den Grenzwert von  $(\frac{2^n+3^n}{2^n-3^n})_{n \in \mathbb{N}}$ , falls möglich.