Ampelschaltung (B_329)

Laut § 38 Abs. 6 Satz 1 der Straßenverkehrsordnung (StVO) gilt:
„Das grüne Licht ist jeweils mit viermal grünblinkendem Licht zu beenden, wobei die Leucht- und die Dunkelphase abwechselnd je eine halbe Sekunde zu betragen haben."

c) Eine Ampel hat folgendes Anzeigeprogramm:

Ampelphase	Dauer
Rot	30 s
Gelb	3 s
Grün	20 s
Grün blinkend	4 s

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, die Ampel bei einer Gelbphase anzutreffen.
– Interpretieren Sie den Ausdruck $\left(1 - \frac{30}{57}\right)^n$ im gegebenen Sachzusammenhang.

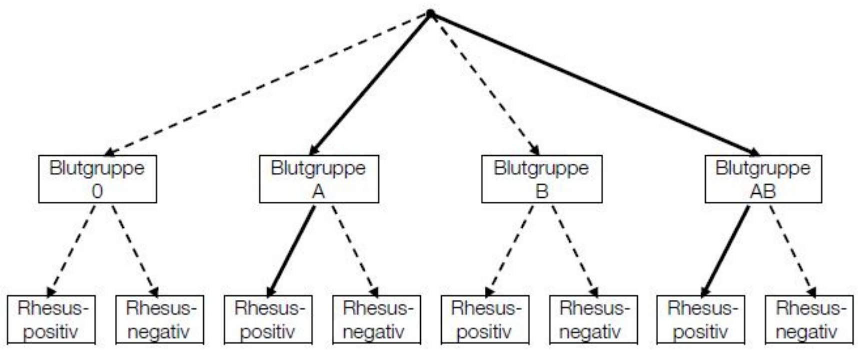
Blutgruppen * (A_243)

Nach Karl Landsteiner unterscheidet man vier Blutgruppen: 0, A, B und AB. Diese kommen in Österreich annähernd mit folgender relativer Häufigkeit vor:

Blutgruppe	0	A	B	AB
relative Häufigkeit	37 %	41 %	15 %	7 %

c) Zusätzlich wird je nach Vorliegen eines bestimmten Antigens noch zwischen *Rhesus-positiv* und *Rhesus-negativ* unterschieden. 85 % aller Personen in Österreich sind Rhesus-positiv, alle anderen Rhesus-negativ, wobei die Verteilung bei allen Blutgruppen gleich ist.

Im nachstehenden Baumdiagramm sind alle möglichen Fälle für Blutgruppen mit ihrem Rhesusfaktor aufgelistet.



– Vervollständigen Sie das obige Baumdiagramm, indem Sie die Pfeile mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten beschriften.
– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person in Österreich die Blutgruppe B Rhesus-negativ hat.
– Beschreiben Sie, welches Ereignis durch die beiden fett gezeichneten (nicht strichlierten) Pfade angegeben wird.

Brieflos (A_023)

b) Bei der „klassischen“ Variante des Briefloses ermöglicht ein Fünftel aller Lose, dass die Besitzerin/der Besitzer sich für die Teilnahme an der Brieflos-Show anmeldet.
In jeder Brieflos-Show wird 1 Los aus N Einsendungen für die darauf folgende Show gezogen. Die Besitzerin/der Besitzer dieses Loses kann in der nächsten Show ein Glücksrad mit 80 gleich großen Gewinnfeldern drehen. Insgesamt 3 dieser Felder zeigen den Hauptgewinn an.

– Dokumentieren Sie, wie sich für die Käuferin/den Käufer eines Briefloses die Wahrscheinlichkeit für den Hauptgewinn beim Glücksrad berechnen lässt.

Buntes Spielzeug * (A_260)

Spielzeugteile werden von einer Maschine in den Farben Rot, Gelb und Blau eingefärbt.

a) Die 3 zur Produktion notwendigen Farbdüsen arbeiten (unabhängig voneinander) jeweils mit unterschiedlicher Qualität. Die Farbe Rot wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 96,8 %, die Farbe Gelb mit einer Wahrscheinlichkeit von 98,3 % und die Farbe Blau mit einer Wahrscheinlichkeit von 97,2 % so auf die Teile aufgetragen, dass diese die Qualitätskontrolle bestehen.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zweifärbiges Spielzeugteil in den Farben Rot und Blau die Qualitätskontrolle besteht.
– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang für ein zweifärbiges Spielzeugteil, dessen Wahrscheinlichkeit durch $P(E) = 1 - (0{,}968 \cdot 0{,}983)$ berechnet wird.

Dorffest (A_135)

Auf einem Dorffest gibt es ein Unterhaltungsprogramm für Kinder.

a) Lea und Ahmad treten im Bogenschießen als Team an. Zuerst schießt Ahmad und dann Lea auf eine Zielscheibe. Aus Erfahrung weiß man, dass Ahmad bei 3 von 4 Versuchen trifft. Lea trifft das Ziel mit einer Wahrscheinlichkeit p.

– Veranschaulichen Sie diesen Sachverhalt mithilfe eines Baumdiagramms.

Die Wahrscheinlichkeit, dass sowohl Lea als auch Ahmad das Ziel treffen, beträgt 50 %.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit p, mit der Lea das Ziel trifft.

Fraesmaschine (A_038)

Für eine Fräsmaschine werden 18 Rohlinge (das sind Werkstücke, die noch weiterbearbeitet werden müssen) geliefert.

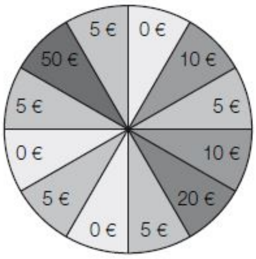
a) Die Rohlinge werden in 3 Behältern geliefert. Im ersten Behälter befinden sich 6 Rohlinge, im zweiten Behälter 5 Rohlinge und im dritten Behälter 7 Rohlinge. Aufgrund von Transportschädigung befindet sich in jedem Behälter je 1 defekter Rohling.

Jedem Behälter wird genau 1 Rohling entnommen. Von diesen 3 Rohlingen ist keiner defekt.

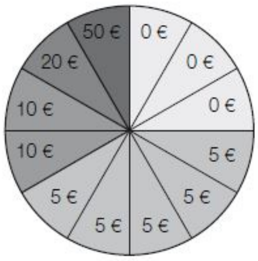
– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis.

Gluecksrad (A_166)

Auf einem Jahrmarkt steht das nachstehend dargestellte Glücksrad, das in 12 gleich große Felder unterteilt ist. Nach jedem Drehen wird der angezeigte Geldbetrag ausbezahlt.



c) Der Glücksradbetreiber möchte das Design seines Glücksrads wie nachstehend dargestellt ändern.



– Überprüfen Sie nachweislich, ob die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Auszahlungsbeträge jener des ursprünglichen Glücksrads entsprechen.

Kinderhort (B_234)

In einem Kinderhort sind 36 Kinder für die Nachmittagsbetreuung angemeldet. 22 Kinder kommen aus der Volksschule, 7 aus der Neuen Mittelschule (NMS), 4 aus der AHS-Unterstufe und 3 aus der Sonderschule.

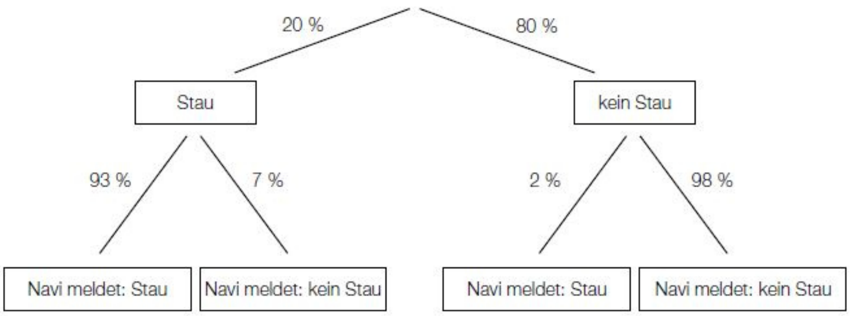
d) Unter den Hortkindern aus der NMS und der AHS werden 2 Karten für ein Konzert verlost. Ein Kind darf höchstens 1 Karte gewinnen.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass
(1) beide Kinder, die eine Konzertkarte gewinnen, aus der NMS sind,
(2) das 1. Kind, das bei der Verlosung gewinnt, aus der AHS und das 2. Kind, das bei der Verlosung gewinnt, aus der NMS ist.

Navigationsgeraete * (B_465)

Moderne Navigationsgeräte (Navis) haben eine Reihe von Zusatzfunktionen.

a) Für einen bestimmten Straßenabschnitt ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Stau auftritt, konstant.
Die Meldung „Stau“ oder „kein Stau“ am Navi ist jedoch nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit richtig. Dieser Sachverhalt ist im nachstehenden Baumdiagramm dargestellt.



1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer zufällig ausgewählten Fahrt auf diesem Straßenabschnitt ein Stau auftritt und dieser vom Navi gemeldet wird.

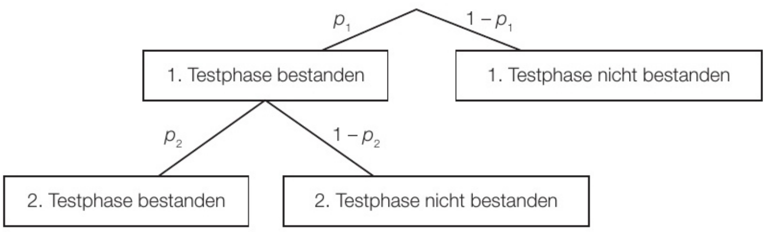
2) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit folgendermaßen berechnet wird: $P(E) = 0{,}2 \cdot 0{,}93 + 0{,}8 \cdot 0{,}02$

Psi-Tests * (A_291)

Seit vielen Jahren hat die GWUP (Gesellschaft zur wissenschaftlichen Untersuchung von Parawissenschaften e. V.) ein Preisgeld für den Nachweis einer paranormalen (übersinnlichen) Fähigkeit ausgeschrieben.
Die behaupteten Fähigkeiten einer Versuchsperson werden dabei mit verschiedenen Tests überprüft.

c) Sollte eine Versuchsperson die 1. Testphase bestehen, so muss die Versuchsperson die 2. Testphase ebenfalls bestehen, um das Preisgeld zu gewinnen.

Dieser Sachverhalt ist im nachstehenden Baumdiagramm dargestellt.



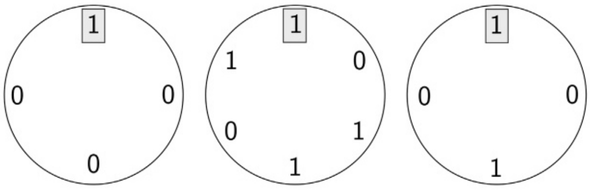
1) Erstellen Sie mithilfe von p_1 und p_2 eine Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass die Versuchsperson das Preisgeld nicht gewinnt.

P(„Versuchsperson gewinnt das Preisgeld nicht“) = ________________

Vergnuegungspark (4) (B_293)

Ein neuer Vergnügungspark wird geplant.

c) Im Vergnügungspark wird es einen Glücksspielautomaten mit den 3 nachstehend dargestellten Rädern geben.



Wirft man eine 1-Euro-Münze ein, drehen sich die Räder unabhängig voneinander und kommen nach einer kurzen Zeit zum Stillstand, wobei pro Rad genau eine zufällige Zahl sichtbar ist. Die Zufallsvariable X bezeichnet die Anzahl der sichtbaren Einsen auf den 3 Rädern.

– Ordnen Sie den beiden Wahrscheinlichkeiten jeweils die passende Berechnung aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

$P(X = 1)$	
$P(X \geq 1)$	

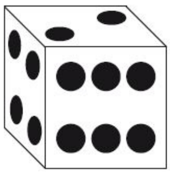
A	$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$
B	$1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$
C	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$
D	$1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$

Erscheint auf allen 3 Rädern die Zahl 1, so ist der Gewinn G = € 5. Erscheint auf allen 3 Rädern die Zahl 0, so ist der Gewinn G = € 2. Bei allen anderen Resultaten verfällt der Einsatz, also G = € –1.

– Berechnen Sie den zu erwartenden Gewinn für diesen Glücksspielautomaten.

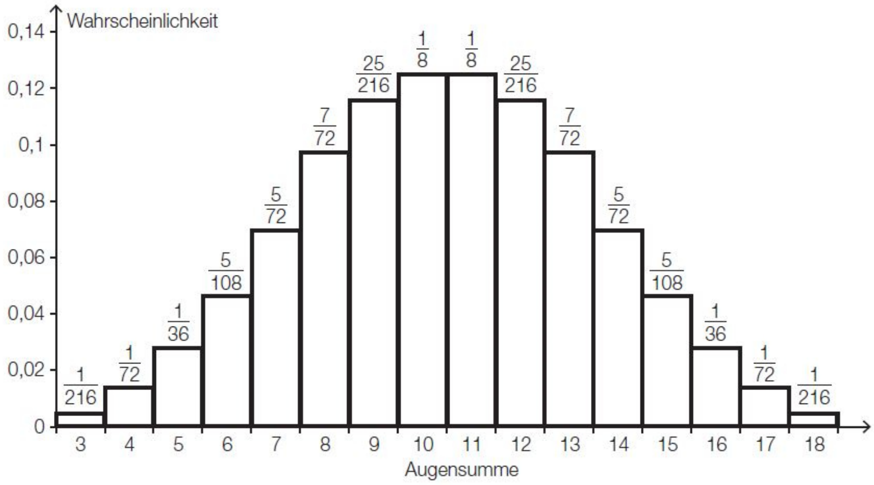
Wuerfelspiele * (A_191)

Würfelspiele sind seit Jahrtausenden auf der ganzen Welt bekannt und beliebt.
Die im Folgenden beschriebenen Spiele werden mit herkömmlichen fairen Spielwürfeln gespielt, bei denen die Augenzahlen 1 bis 6 jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit als Würfelergebnis auftreten.



c) Beim *Paschen* werden 3 Würfel geworfen und es wird die Augensumme ermittelt.

Im folgenden Diagramm ist zu jeder beim Werfen mit 3 Würfeln möglichen Augensumme die entsprechende Wahrscheinlichkeit dargestellt:



– Ermitteln Sie aus dem Diagramm, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine Augensumme größer als 10 auftritt.

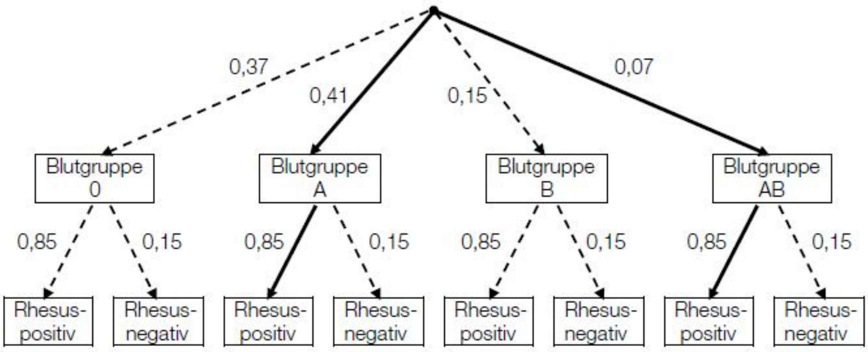
Ampelschaltung (B_329) Lösung

c) $P(\text{„Gelb"}) = \frac{3}{57} = \frac{1}{19}$

Der Ausdruck $\left(1 - \frac{30}{57}\right)^n$ entspricht der Wahrscheinlichkeit, dass man bei n Anfahrten die Ampel nie bei Rot erreicht.

Blutgruppen * (A_243) Lösung

c)

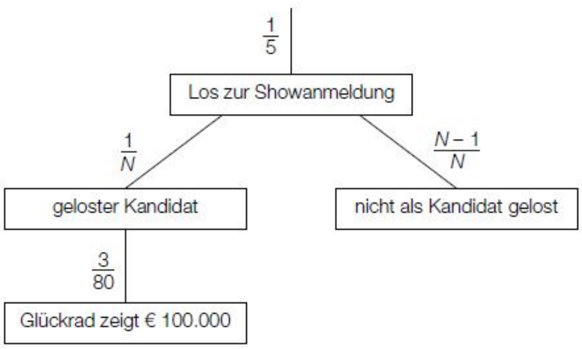


$P(\text{„Blutgruppe B Rhesus-negativ"}) = 0{,}15 \cdot 0{,}15 = 0{,}0225 = 2{,}25\ \%$

Es wird das Ereignis beschrieben, dass eine (zufällig ausgewählte) Person Blutgruppe A oder AB hat und Rhesus-positiv ist.

Brieflos (A_023) Lösung

b) zum Beispiel mit Baumdiagramm:



Die Wahrscheinlichkeiten entlang des betreffenden Astes werden multipliziert.
$P(\text{„Hauptgewinn bei Glücksrad"}) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{N} \cdot \frac{3}{80}$

Buntes Spielzeug * (A_260) Lösung

a) E ... zweifärbiger Spielzeugteil in den Farben Rot und Blau besteht die Kontrolle

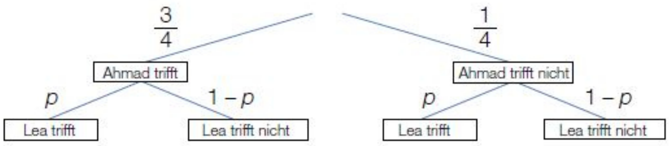
$P(E) = 0{,}968 \cdot 0{,}972 = 0{,}9408...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 94,1 %.

E steht in diesem Sachzusammenhang für das Ereignis, dass ein zweifärbiges Spielzeugteil in den Farben Rot und Gelb die Kontrolle nicht besteht.

Dorffest (A_135) Lösung

a)



$P(\text{„beide treffen“}) = \frac{3}{4} \cdot p = 0{,}5$
$p = \frac{2}{3}$
Lea trifft das Ziel mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{2}{3}$.

Fraesmaschine (A_038) Lösung

a) Ereignis E = „keine defekten Rohlinge in der Auswahl“
nd … nicht defekt

$P(E) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} = \frac{4}{7} = 0{,}571\ldots$

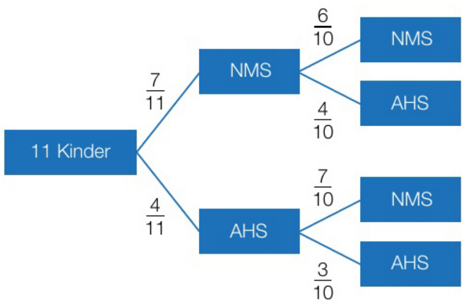
Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „keine defekten Rohlinge in der Auswahl“ beträgt rund 57 %.

Gluecksrad (A_166) Lösung

c) Die Anzahl der Felder pro Auszahlungsbetrag ist in beiden Rädern gleich. Da deren Anordnung für die Wahrscheinlichkeit ihres Auftretens keine Rolle spielt, sind die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Auszahlungsbeträge bei beiden Rädern gleich.

Kinderhort (B_234) Lösung

d) 7 Kinder aus der NMS, 4 Kinder aus der AHS



$\frac{7}{11} \cdot \frac{6}{10} = \frac{42}{110}$
Wahrscheinlichkeit, dass beide aus der NMS sind: ≈ 38,2 %
$\frac{4}{11} \cdot \frac{7}{10} = \frac{28}{110}$
Wahrscheinlichkeit, dass das 1. Kind aus der AHS und das 2. Kind aus der NMS ist:
≈ 25,5 %

Navigationsgeraete * (B_465) Lösung

a1) $P(\text{„Stau tritt auf und wird vom Navi gemeldet“}) = 0{,}2 \cdot 0{,}93 = 0{,}186$

a2) E ... das Navi meldet einen Stau auf diesem Straßenabschnitt

Psi-Tests * (A_291) Lösung

c1) $P(\text{„Versuchsperson gewinnt das Preisgeld nicht“}) = (1 - p_1) + p_1 \cdot (1 - p_2)$

oder:

$P(\text{„Versuchsperson gewinnt das Preisgeld nicht“}) = 1 - p_1 \cdot p_2$

Vergnuegungspark (4) (B_293) Lösung

c)

$P(X = 1)$	C
$P(X \geq 1)$	B

A	$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$
B	$1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$
C	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$
D	$1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$

Gewinnerwartung =

$$5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} - 1 \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}\right) = € -0{,}125$$

Wuerfelspiele * (A_191) Lösung

c) Aufgrund der Symmetrie der Wahrscheinlichkeitsfunktion beträgt die gesuchte Wahrscheinlichkeit genau 50 %.

oder:

Addition der Wahrscheinlichkeiten: $P(X = 11) + \ldots + P(X = 18) = 0{,}5$