

Τι είναι Ε.Κ.Π. και πώς το βρίσκουμε;

- ✓ Πρώτα απ' όλα τι **είναι** τα **Πολλαπλάσια** ενός αριθμού;

Απάντηση: Είναι οι αριθμοί που προκύπτουν (δημιουργούνται) όταν πολλαπλασιάσουμε το συγκεκριμένο αριθμό με οποιοδήποτε ακέραιο αριθμό.

Παράδειγμα: Τα πολλαπλάσια του 4 είναι το 4, 8, 12, 16... (γιατί προκύπτουν όταν πολλαπλασιάσουμε το $4 \times 1 = 4$ $4 \times 2 = 8$ $4 \times 3 = 12$ $4 \times 4 = 16$

Σημείωση: Τα πολλαπλάσια ενός αριθμού είναι άπειρα... δηλαδή δεν έχουν τέλος!

- ✓ Τι **είναι** τα **Κοινά Πολλαπλάσια** ενός αριθμού;

Απάντηση: Κοινό πολλαπλάσιο (Κ.Π.) δύο ή περισσότερων αριθμών λέγεται κάθε ακέραιος, εκτός από το 0, που το συναντάμε κοινό στα πολλαπλάσια των δύο ή περισσότερων αριθμών.

Παράδειγμα: Τα ΚΠ των αριθμών 2, 3, 6 φαίνονται από την παρακάτω έντονη γραφή:
 $P_2 \rightarrow 2, 4, \mathbf{6}, 8, 10, \mathbf{12}, 14, 16, \mathbf{18}, 20, 22, \mathbf{24}, 26...$

$P_3 \rightarrow 3, \mathbf{6}, 9, \mathbf{12}, 15, \mathbf{18}, 21, \mathbf{24}, 27, 30, 33...$

$P_6 \rightarrow \mathbf{6}, \mathbf{12}, \mathbf{18}, \mathbf{24}, 30, 36, 42, 48, 54 ...$

Σημείωση: Τα κοινά πολλαπλάσια των αριθμών αυτών θα μπορούσαν να είναι άπειρα... δηλαδή δεν έχουν τέλος!

- ✓ Τι **είναι** το **Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο** ενός αριθμού;

Απάντηση: Το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσια κάποιων ακέραιων αριθμών λέγεται Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.).

Παράδειγμα: Στην παραπάνω περίπτωση το μικρότερο κοινό τους πολλαπλάσιο είναι το 6. Έτσι γράφουμε: $E.K.P.(2,3,6) = 6$

Πώς μπορούμε να βρούμε το Ε.Κ.Π. κάποιων αριθμών γρήγορα;

Ένας σύντομος και σχετικά εύκολο τρόπος να βρούμε το Ε.Κ.Π. είναι η μέθοδος των διαδοχικών διαιρέσεων (όπως ακριβώς την εφαρμόζουμε για την ανάλυση σύνθετων αριθμών σε γινόμενο πρώτων αριθμών-παραγόντων)

Παράδειγμα: Ας βρούμε το Ε.Κ.Π. των 2,3,5,4

Α. Τοποθετούμε τους αριθμούς οριζόντια και χαράζουμε μια κατακόρυφη γραμμή στα δεξιά τους:

2	3	5	4	
---	---	---	---	--

Β. Ξεκινάμε να διαιρούμε με τον μικρότερο πρώτο αριθμό που μπορεί να διαιρεί έστω ένα από τους τέσσερις αριθμούς τοποθετώντας τον παράλληλα στα δεξιά της κατακόρυφης γραμμής: εδώ είναι το 2. Γράφουμε το πηλίκο της μεταξύ τους διαίρεσης κάτω από τον αριθμό. Όσοι από τους αριθμούς δεν διαιρούνται ακριβώς με το δύο του κατεβάζουμε από κάτω όπως είναι και περιμένουμε να έρθει η σειρά τους!

$$\begin{array}{cccc|c}
 2 & 3 & 5 & 4 & 2 \\
 \mathbf{1} & 3 & 5 & \mathbf{2} & \\
 \hline
 \end{array}$$

Γ. Συνεχίζουμε να διαιρούμε με τον μικρότερο πρώτο αριθμό που μπορεί να διαιρεί έστω ένα από τους τέσσερις αριθμούς τοποθετώντας τον παράλληλα στα δεξιά της κατακόρυφης γραμμής μέχρι να καταλήξουμε και στους τέσσερις σε πηλίκο 1:

$$\begin{array}{cccc|c}
 2 & 3 & 5 & 4 & 2 \\
 \mathbf{1} & 3 & 5 & \mathbf{2} & 2 \\
 1 & 3 & 5 & \mathbf{1} & 3 \\
 1 & \mathbf{1} & 5 & 1 & 5 \\
 1 & 1 & \mathbf{1} & 1 & \\
 \hline
 \end{array}$$

Δ. Τελικό βήμα: όλοι οι πρώτοι αριθμοί που έχουν καταγραφεί στα δεξιά της κατακόρυφης γραμμής πολλαπλασιάζονται μεταξύ του και το τελικό γινόμενο θα είναι το Ε.Κ.Π.! Έτσι: $\mathbf{2} \times \mathbf{2} \times \mathbf{3} \times \mathbf{5} = 60$

Σημειώνουμε: το Ε.Κ.Π.(2,3,5,4)=60

Σε ποιά προβλήματα χρειαζόμαστε το Ε.Κ.Π. ή τους Κ.Π.;

- ✓ Όταν ένα πρόβλημα μας ζητάει βρούμε **ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός** (πλήθος πραγμάτων) που μπορούμε να τον παρατάξουμε σε 2-άδες, 4-άδες, 5άδες κ.τ.λ. αναζητούμε το **Ε.Κ.Π.** των 2, 4, 5.

Π.χ.: Θέλουμε να στοιχίσουμε σε σειρές τις καρέκλες της κεντρικής αίθουσας εκδηλώσεων. Έχουμε την δυνατότητα τα τις στοιχίσουμε ή σε **6-άδες**, ή σε **7-άδες** ή σε **9-άδες**. Αλήθεια **πόσες** το **λιγότερο καρέκλες** πρέπει να **έχουμε**;

Λύση:

$$\begin{array}{ccc|c} 6 & 7 & 9 & 2 \\ \mathbf{3} & 7 & 9 & 3 \\ \mathbf{1} & 7 & \mathbf{3} & 3 \\ 1 & 7 & \mathbf{1} & 7 \\ 1 & \mathbf{1} & 1 & \end{array}$$

Το Ε.Κ.Π.(6,7,9) = $2 \times 3 \times 3 \times 7 = 126$

Άρα οι καρέκλες μας πρέπει να είναι το λιγότερο 126 για να μπορούν να χωριστούν σε 6-άδες, ή σε 7-άδες ή σε 9-άδες.

Π.χ.: Το σχολειό μας αποφάσισε να στείλει δώρα στα παιδιά της UNICEF. Αφού αγοράσαμε τα δώρα έπρεπε να τα περιτυλίξουμε. Έτσι, ο Αλέξης χρειάζεται 20 δευτερόλεπτα για να τυλίξει ένα δώρο, η Χριστίνα 15 δευτ. και η Αντιγόνη 25 δευτ. Σε πόσα δευτερόλεπτα θα ολοκληρώσουν όλοι μαζί το τύλιγμα ενός δώρου και πόσα δώρα ως τότε θα έχει τυλίξει κάθε μαθητής;

Λύση:

$$\begin{array}{ccc|c} 20 & 15 & 25 & 2 \\ \mathbf{10} & 15 & 25 & 2 \\ \mathbf{5} & 15 & 25 & 3 \\ 5 & \mathbf{5} & 25 & 5 \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{5} & 5 \\ 1 & 1 & \mathbf{1} & \end{array}$$

Το Ε.Κ.Π.(20,15,25) = $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 = 300$

Άρα μετά από 300 δευτερόλεπτα (ή αλλιώς μετά από $300:60 = 5$ λεπτά) θα ολοκληρώσουν όλοι μαζί το τύλιγμα ενός δώρου και ως τότε θα έχει τυλίξει ο καθένας

από: Αλέξης $\rightarrow 300:20 = 15$ δώρα

Χριστίνα $\rightarrow 300:15 = 20$ δώρα

Αντιγόνη $\rightarrow 300:25 = 12$ δώρα

- ✓ Όταν ένα πρόβλημα μας ζητάει βρούμε **ποιος μπορεί να είναι ο αριθμός** (πλήθος πραγμάτων) που μπορούμε να τον παρατάξουμε σε 2-άδες, 4-άδες, 5άδες κ.τ.λ. αναζητούμε το **Κ.Π.** των 2, 4, 5.

Π.χ.: Το σχολειό μας έχει μια μαθητική χορωδία. Σ' αυτήν οι μαθητές μας μπορούν να παραταχθούν είτε σε **4-άδες** είτε σε **6-άδες**. Πόσοι **μπορεί να είναι** οι **μαθητές** της χορωδίας;

Λύση:

$\Pi_4 \rightarrow 4, 8, \mathbf{12}, 16, 20, \mathbf{24}, 28, 32, \mathbf{36}, 40, 44, \mathbf{48}, 52, \dots$

$\Pi_6 \rightarrow 6, \mathbf{12}, 18, \mathbf{24}, 30, \mathbf{36}, 42, \mathbf{48}, 54 \dots$

Οι μαθητές, λοιπόν, μπορεί να είναι ή 12 ή 24 ή 36 ή 48... (μπορεί να βρίσκαμε και άλλα πολλαπλάσια μεγαλύτερα αλλά είναι αδύνατο να αποτελείται από τόσα πολλά άτομα μια μαθητική χορωδία) ώστε να έχουν τη δυνατότητα να παραταχθούν είτε σε 4-άδες είτε σε 6-άδες.