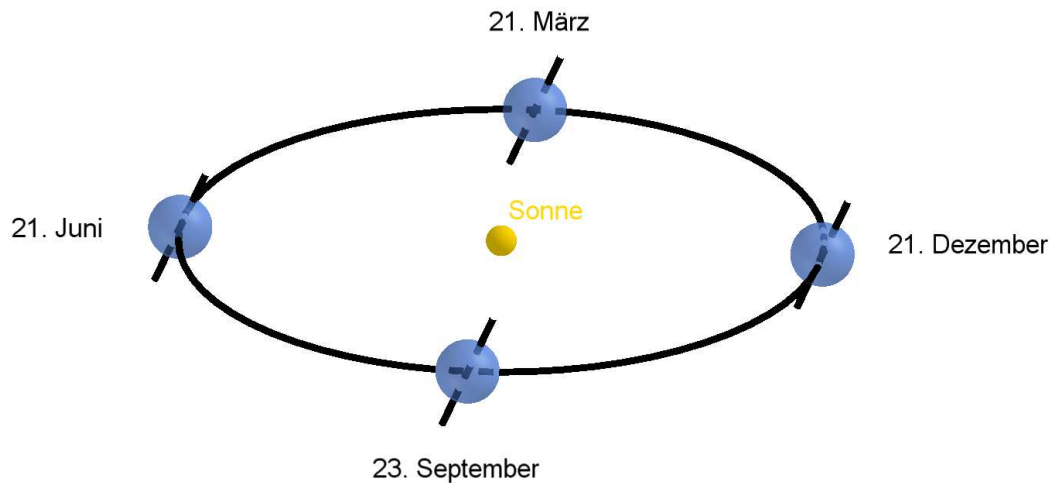


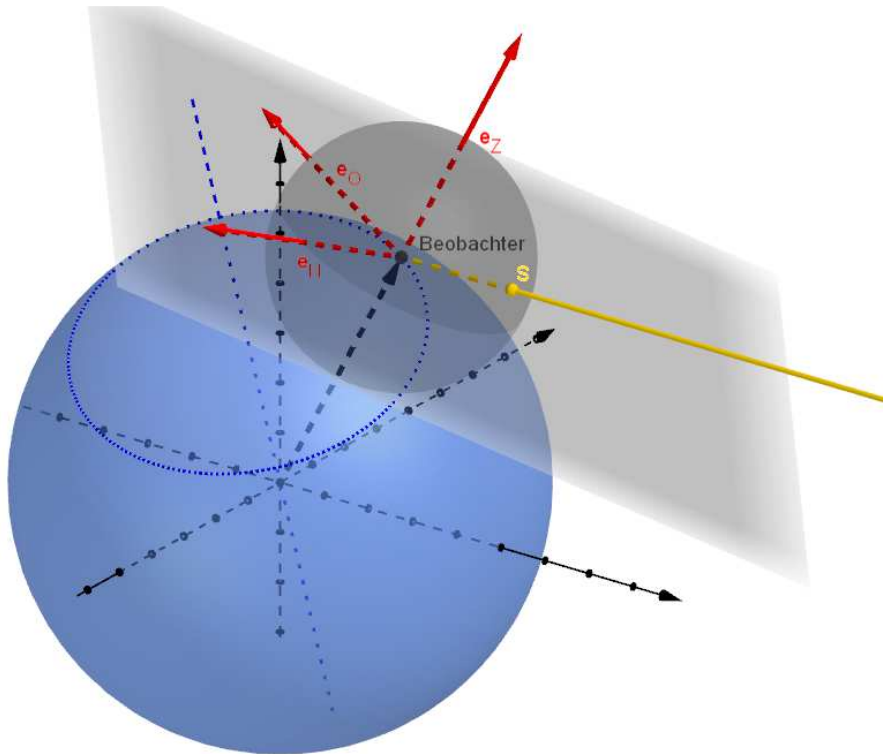
Scheinbare Sternbewegung

Die Erdbahn wird vereinfacht als Kreisbahn um die Sonne angenommen. Die Erdachse ist gegen die Bahnebene unter einem Winkel von $23,5^\circ$ geneigt, woraus sich vier ausgezeichnete Positionen ergeben.

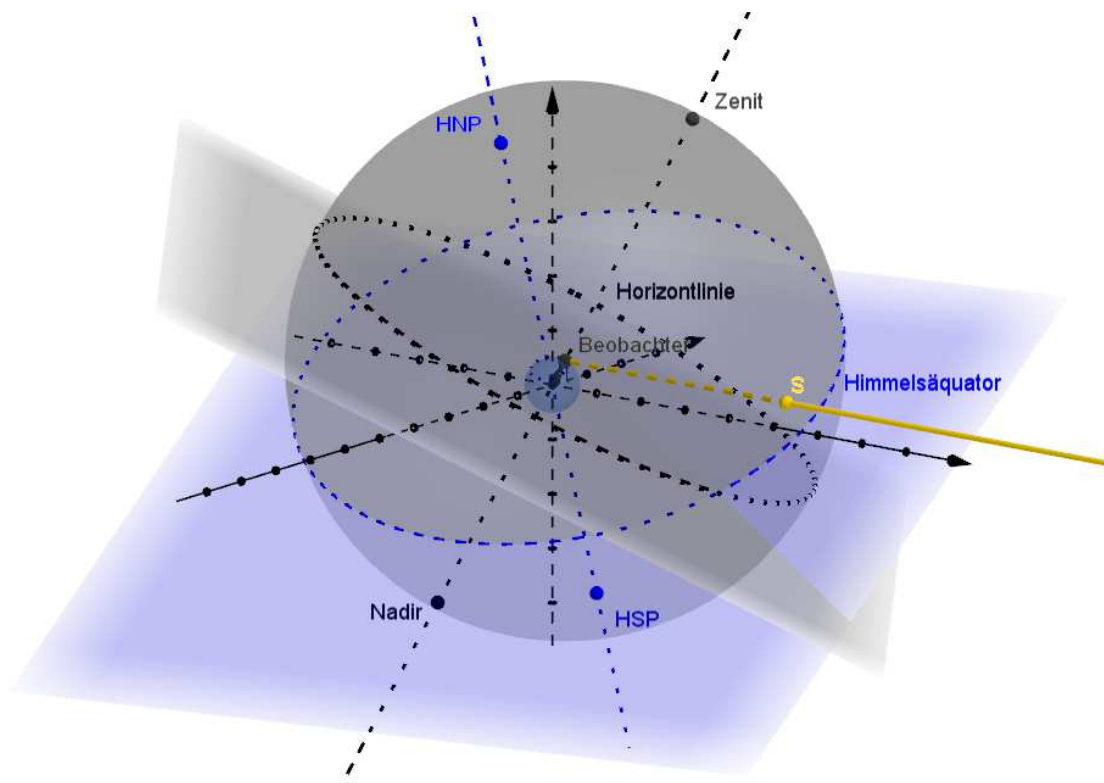


In den mit 21. März und 23. September bezeichneten Punkten trifft das Sonnenlicht senkrecht auf die Erdachse und Tag und Nacht haben an diesen Daten gleiche Länge. Um 90° dazu versetzt sind die mit 21. Juni bzw. 21. Dezember bezeichneten Punkte, zu welchen die Nordhalbkugel der Erde der Sonne zu- bzw. abgewandt ist. Entsprechend ist auf ihr der Tag am längsten (*Sommer*) bzw. am kürzesten (*Winter*).

Für die Konstruktion der scheinbaren Bahn der Gestirne für einen Beobachter auf der Erde wurde zunächst ein kartesisches Koordinatensystem mit Ursprung im Erdmittelpunkt so gewählt, dass die x -Achse immer genau auf die Sonne zeigt, die Erdbahn in der x - y -Ebene liegt und die z -Achse in „nördliche Richtung“ weist. In der Folge präzediert die Erdachse im Laufe eines Jahres einmal um die z -Achse. Vereinfachend wurde aber für jeden einzelnen Tag die Bewegung der Erde auf ihrer Bahn vernachlässigt, sodass nach Wahl eines Datums die Erdachse unabhängig von der Tageszeit raumfest bleibt. Ein Beobachter folgt sodann im Laufe von 24 Stunden einer Kreisbahn um die Erdachse, die nur von seiner geographischen Breite abhängt. Eine Tangentialebene an die Erdoberfläche in seinem Standort beschreibt seinen Horizont und ein lokales (*ebenes*) Koordinatensystem mit den üblichen Himmelsrichtungen. Der lotrechte Einheitsvektor e_z zeigt zu seinem Zenit und die beiden hierzu senkrechten Einheitsvektoren e_o und e_N zeigen in die indizierten Himmelsrichtungen am Ort des Beobachters.



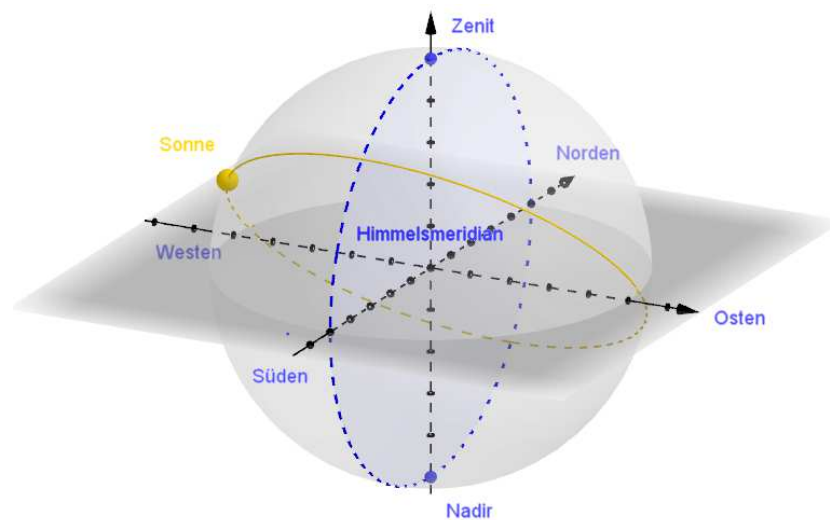
Gezeigt ist außerdem ein von der Sonne kommender (und somit parallel zur x -Achse einfallender) Lichtstrahl, der die um den Beobachter gedachte Himmelskugel im Punkt S trifft. Die Darstellung wechselt noch einmal für den größten einstellbaren Radius der Himmelskugel.



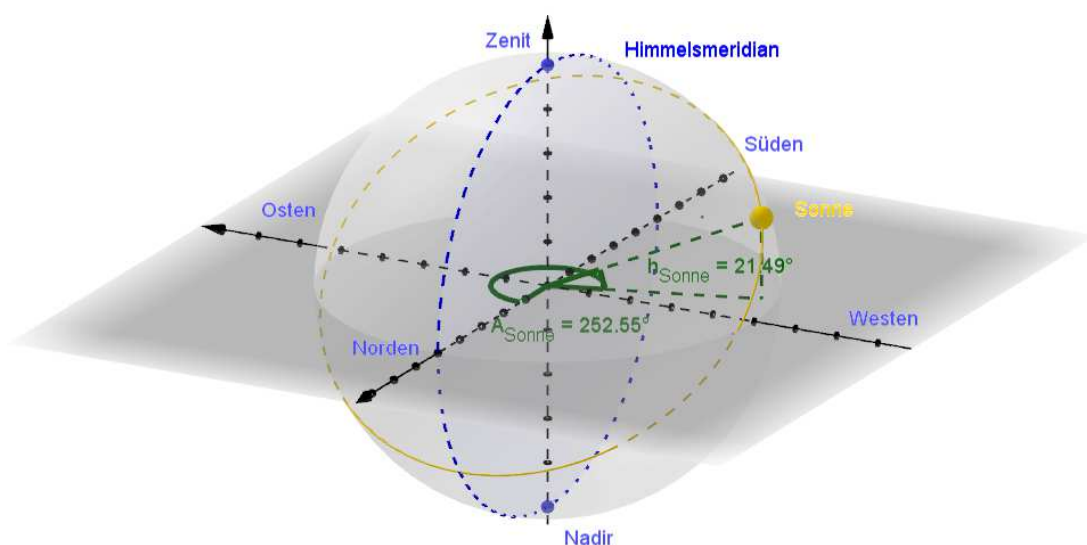
Sie wird jetzt von der Erdachse in Himmelsnordpol (HNP) und -südpol (HSP) geschnitten. Sterne in ihrer unmittelbaren Nähe ruhen am Nachthimmel (vgl. *Polarstern im Norden*). Weiter schneidet sie eine Ebene durch den Äquator der Erde im Himmelsäquator. Alle scheinbaren

Sternbahnen sind zu ihm parallele Kreise auf der Himmelskugel. In der Idealisierung einer unendlich großen Himmelskugel wären der Erdmittelpunkt und der Ort des Beobachters nicht mehr auflösbar – der Himmelsäquator wird dann ein Großkreis (wie die *Horizontlinie*) der Himmelskugel.

Für den Übergang in das Koordinatensystem des Beobachters werden die Komponenten des Richtungsvektors $r_{\text{Sonne}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ in der Basis $\{e_O, e_N, e_Z\}$ bestimmt und als x -, y - und z -Koordinaten in eben diesem interpretiert. Die scheinbare Bahn der Sonne ergibt sich sodann als Ortslinie erzeugt vom Schieberegler für die Tageszeit.



Im Horizontsystem werden die „natürlichen“ Koordinaten des Beobachters vor Ort eingeblendet. Er beschreibe die Position der Sonne mit einer Winkelhöhe über seinem Horizont und einem Drehwinkel gegen eine von ihm ausgezeichnete Richtung – hier wäre es die Nordrichtung und eine Zählung mit dem Uhrzeigersinn.



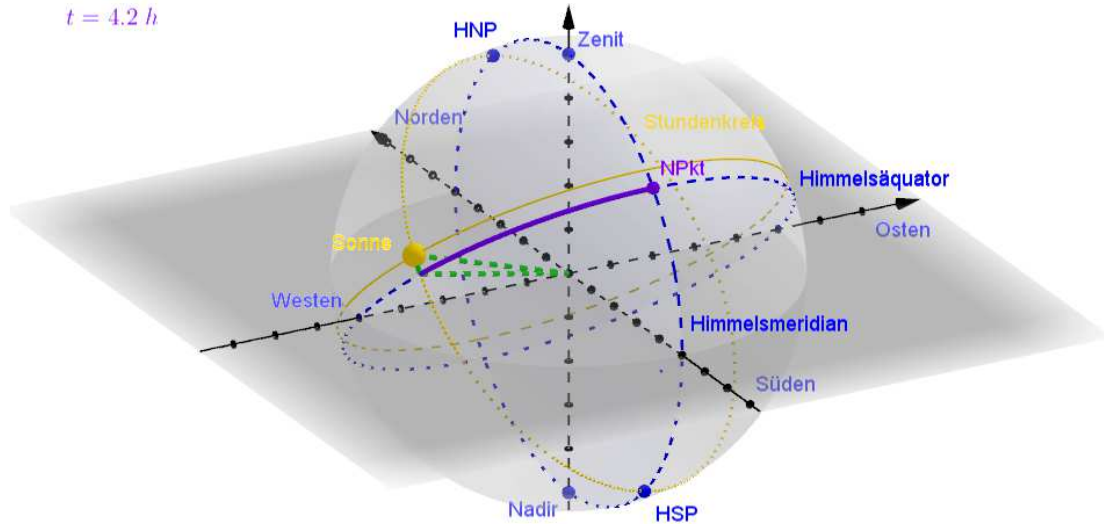
Höhe $h_{\text{Sonne}} \approx 21^\circ$ und Azimut $A_{\text{Sonne}} \approx 253^\circ$.

(Leider wird stets nur der Betrag des Höhenwinkels im Applet angezeigt.)

Im Äquatorialsystem wird noch einmal weiter unterschieden in ein ortsfestes und ein rotierendes System.

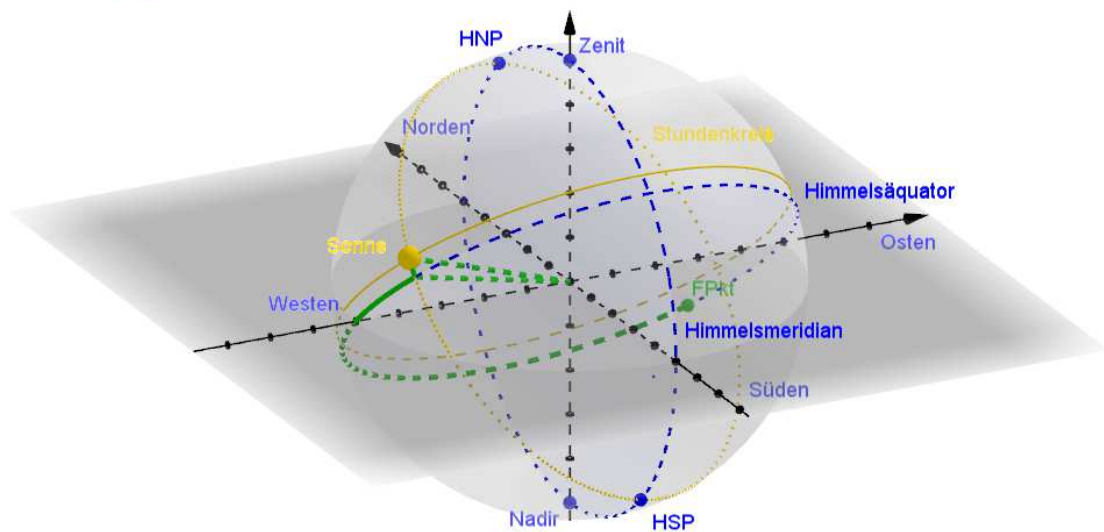
$$\delta = 4.97^\circ$$

$$t = 4.2 \text{ h}$$



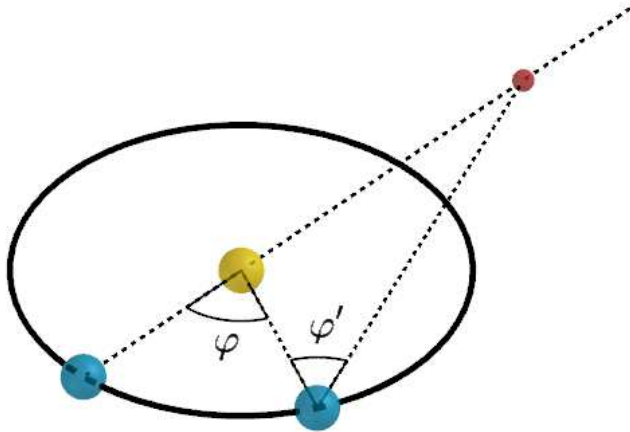
$$\delta = 4.97^\circ$$

$$\alpha = 11.23 \text{ h}$$



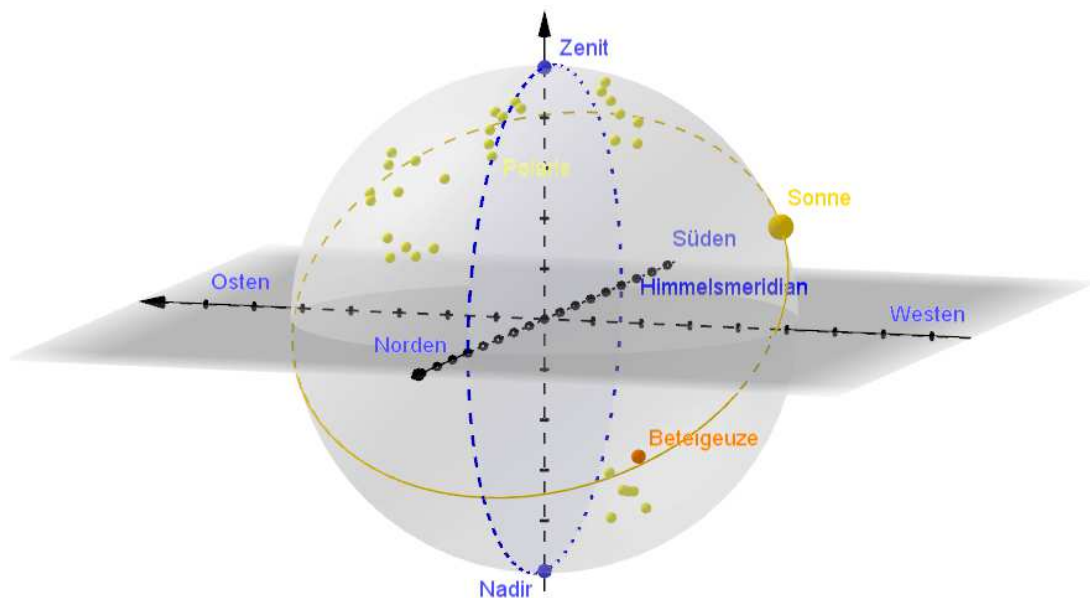
In beiden Fällen wird der Abstand der scheinbaren Umlaufbahn zum Himmelsäquator als Winkel angegeben, unter welchem man ihn vom Mittelpunkt der Himmelskugel aus sieht. Er heißt Deklination δ . Im ortsfesten System wählt man einen der Schnittpunkte von Himmelsmeridian und Himmelsäquator als Nullpunkt – hier den Schnittpunkt im Süden. Von ihm aus wird der Abstand des Stundenkreises (durch das Gestirn und die Himmelspole) wiederum als Winkel (in Richtung der scheinbaren Bewegung) angegeben, jedoch üblicherweise in Stunden, wobei 24 Stunden einem Vollkreis entsprechen. Bezüglich der Sonne genügt das ortsfeste System zur Beschreibung, da der gewählte Nullpunkt von Uhrzeit und Datum unabhängig ist. Nun erfährt der Nachthimmel aber nicht nur Nacht für Nacht eine scheinbare Drehung, sondern auch im Laufe eines Jahres eine weitere. Entsprechend verändert sich die Lage von Sternbildern im ortsfesten System. Um Sternpositionen unabhängig von der Tages- und Jahreszeit angeben zu

können, benötigt man ein „mitrotierendes“ System. Sein Nullpunkt ist der so genannte Frühlingspunkt auf der Himmelskugel. Zum 21. März ist er leicht zu finden, indem man von der Erde ausgehend eine Halbgerade durch die Sonne legt und mit der Himmelskugel schneidet. Zu einem späteren Datum schneidet man die Himmelskugel mit einer von der Erde ausgehenden Halbgeraden in der *gleichen Richtung*. Die Richtung auf die Sonne wird im *gegebra*-Modell stets durch den Vektor $e_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ dargestellt. Nach einer Drehung um den Winkel φ auf der Umlaufbahn *gegen* den Uhrzeigersinn muss er daher um einen Winkel $\varphi' < \varphi$ *mit* dem Uhrzeigersinn gedreht werden, um wieder auf die vorherige Position am Fixsternhimmel zu peilen.

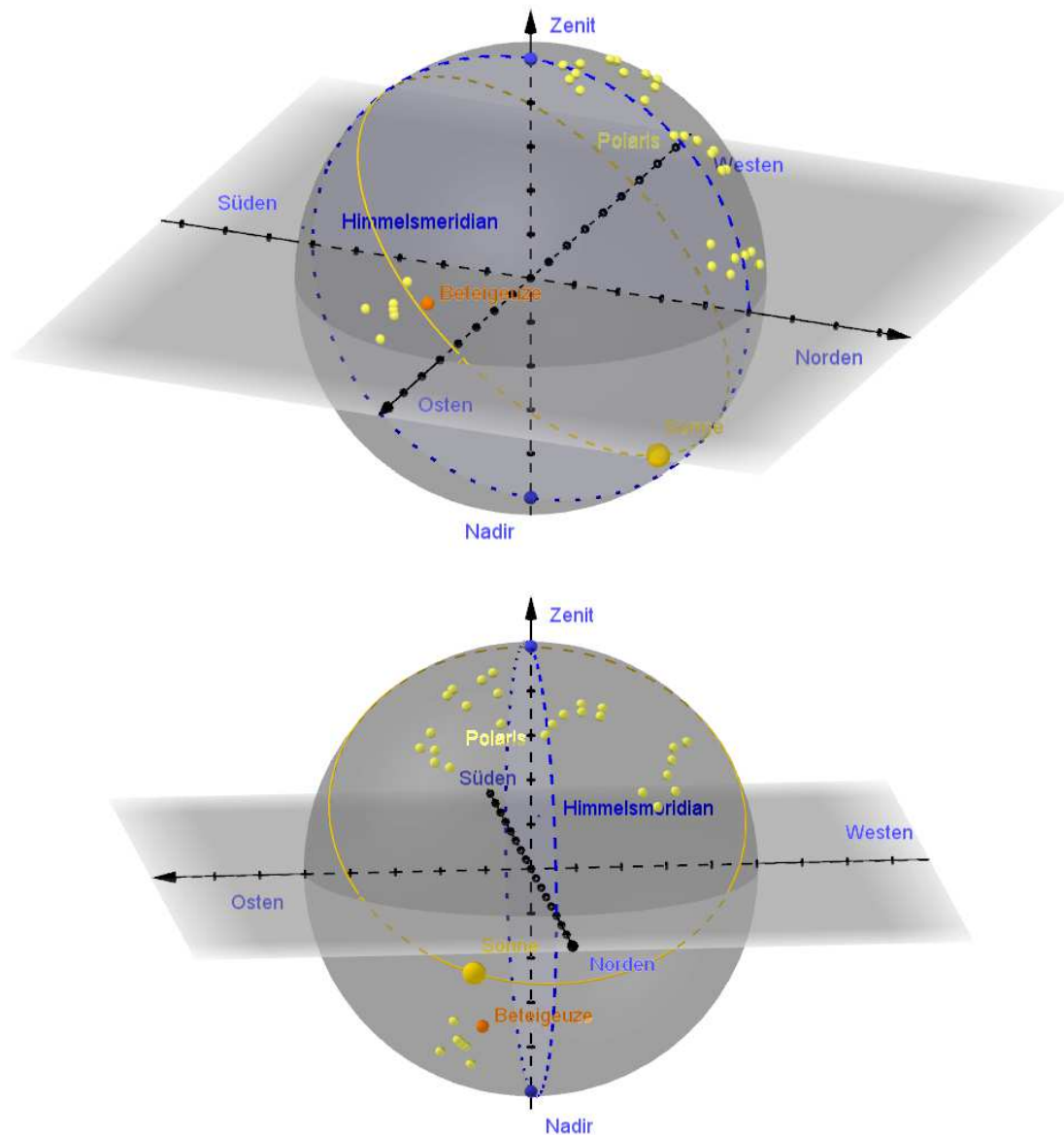


Rückt der gedachte Punkt am Fixsternhimmel nun in unendliche Ferne, so wird $\varphi' = \varphi$. Eine Zerlegung des so gedrehten Vektors in die Komponenten des beobachtereigenen Koordinatensystems liefert sodann den identischen Punkt am Fixsternhimmel. Wird die erste Position der Erde für den 21. März gewählt, kommt er auf dem Himmelsäquator zu liegen, da der Vektor e_x senkrecht auf der Erdachse steht, und stellt den *Frühlingspunkt* dar. Der Winkelabstand vom Frühlingspunkt zum Stundenkreis des Gestirns ist zeitunabhängig. Er wird gegen die scheinbare Bewegungsrichtung gezählt und heißt Rektaszension α .

Es können fünf Sternbilder auf der Himmelskugel eingeblendet werden.



Solange die Sonne über dem Horizont steht, ist die Himmelskugel hell und die Sternbilder sind für den Beobachter nicht sichtbar. Sobald sie unter den Horizont tritt, wird die Himmelskugel dunkel gefärbt. Die Sternbilder nahe am Himmelsnordpol (*Großer und kleiner Wagen, Kassiopeia, Kepheus*) sind die ganze Nacht über sichtbar. Das Sternbild Orion mit dem prominenten Stern Beteigeuze geht abhängig von der Jahreszeit erst später am Horizont auf – oder bleibt im Sommer sogar gänzlich unsichtbar.



Eigene Sternbilder können nach Wunsch leicht nachgerüstet werden. Man schlage Rektaszension α und Deklination δ der Sterne nach und drehe den Frühlingspunkt an die entsprechende Position auf der Himmelskugel. Hierzu muss er erst auf den richtigen Breitenkreis gedreht werden, also um δ um die Achse durch den Himmelskugelmittelpunkt, die senkrecht auf den Ortsvektoren von Frühlingspunkt und Himmelsnordpol steht. Abschließend wird er noch um α um die Achse durch die Himmelspole gedreht. Im geogebra-Applet lautet die entsprechende Anweisung $\text{Drehe}(\text{Drehe}(\text{Frühlingspunkt}, \delta_{\{\text{Stern}\}}, (0, 0, 0), \text{Vektor}(\text{Vektor}(\text{Frühlingspunkt}) \otimes \text{Vektor}(\text{HNP}_{\{\text{KOSYBeob}\}}))), \alpha_{\{\text{Stern}\}}, (0, 0, 0), \text{Vektor}(\text{HNP}_{\{\text{KOSYBeob}\}}))$.