

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Define un dominio y un codominio apropiados para la función $f(x) = \sin(x)$ para conseguir que sea biyectiva. Demuestra y razona por qué es biyectiva. Obtén la función inversa.

Ejercicio 2.- Sea $f(x) = \sqrt{x^3 - 9x}$

a) [1 punto] Obtener su dominio.

b) [1,5 puntos] Obtener los intervalos de crecimiento, intervalos de decrecimiento y extremos relativos (abscisas y valores correspondientes de las ordenadas).

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia la continuidad de la función $f(x) = \frac{x^5 - x^8}{1 - x^6}$ y clasifica los tipos de discontinuidad.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Estudia las asíntotas de $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Determinar, en función del parámetro $k \in \mathbb{R}$, el rango de los siguientes vectores: $\vec{u} = (1, 1, 1)$, $\vec{v} = (1, k+1, 1)$, $\vec{w} = (1, 1, k+1)$. Si $k=0$, ¿cuántos vectores hay linealmente independientes? Si $k=2$, ¿cuántos vectores hay linealmente independientes?

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula la ecuación explícita de la recta tangente a $f(x) = (x-1)e^{1-x^2}$ en $x=2$.

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Calcula el valor de k para que se verifique $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{4x^2 + kx + 1}) = 1$

b) [1,5 puntos] Calcular a y b para que $f(x)$ sea continua en todo $\mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{ax+b} & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ \frac{-x}{2 \cdot \sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

Ejercicio 4.- a) [0,5 puntos] Para qué valor de b la función es continua en todo $\mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - x + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x - b & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

b) [2 puntos] Estudia y representa $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$.