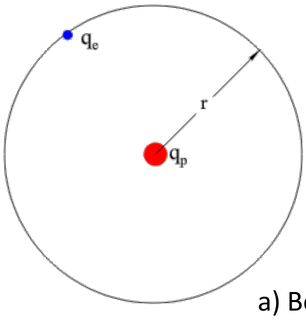
Aufgabe 1



In einem frühen Modell des Wasserstoffatoms stellte man sich vor, dass ein Elektron ($q_e = -1{,}602 \times 10^{-19} As$) sich gleichförmig auf einer Kreisbahn mit dem Radius $r = 5{,}29 \times 10^{-11} m$ um den Kern des Wasserstoffatoms kreist. Der Kern besteht aus einem Proton mit der Ladung $q_p = +1{,}602 \times 10^{-19} As$.

a) Berechnen Sie den Betrag der COULOMB-Kraft wischen Kern und Elektron.

b) Die Coulomb-Kraft muss in diesem mechanischen Modell der Zentripetalkraft entsprechen. Bestimmen Sie die Bahngeschwindigkeit v des Elektrons und die Umlaufzeit T.
Kontrolle: $8{,}24 \times 10^{-8} N, 2{,}2 \times 10^{6} \frac{m}{s}, 1{,}5 \times 10^{-16} s$

Lösung a)

$$F = \frac{1}{1\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \left| \begin{array}{l} r = 5{,}29 \times 10^{-11} m \\ q_1 = +1{,}602 \times 10^{-19} As \\ q_2 = -1{,}602 \times 10^{-19} As \\ \epsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12} \frac{As}{Vm} \end{array} \right.$$

$$F \approx 8{,}24 \times 10^{-8} N$$

37 1/(4*pi*ε_{0c})*e_c^2/a_{0c}^2
$\checkmark \quad \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_{0c}} \cdot \frac{e_c^2}{a_{0c}^2}$

38 $37
$\approx \quad 8.238723365252 \cdot 10^{-8}$

Lösung b)

$$F = m \cdot \frac{v^2}{r} \left| \begin{array}{l} m = m_e = 9{,}1 \times 10^{-31} kg \\ r = 5{,}29 \times 10^{-11} m \\ F \approx 8{,}24 \times 10^{-8} N \end{array} \right.$$

$$v \approx 2{,}19 \times 10^{6} \frac{m}{s}$$

38 $37
$\approx \quad 8.238723365252 \cdot 10^{-8}$

39 $38 = m_{ec} v² / a_{0c}
$\approx \quad 8.238723365252 \cdot 10^{-8} = 1.721424017574 \cdot 10^{-20}\, v^2$

40 $39
Löse: $\left\{ v = -1000000 \cdot \frac{\sqrt{393953785419246757470518}}{286904002929}, v = 1000000 \cdot \frac{\sqrt{393953785419246757470518}}{286904002929} \right\}$

41 $40
NLöse: $\{v = -2187691.257693, v = 2187691.257693\}$

Berechnung der Umlaufzeit

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$T \approx 1{,}52 \times 10^{-16} s$$

42 v=2pi r/T
$\rightarrow \quad v = 2\, r\, \frac{\pi}{T}$

43 Ersetze($42,{r = a_{0c}, Element($41,2)})
$\rightarrow \quad \frac{2187691257693}{1000000} = \frac{52917721067}{500000000000000000000} \cdot \frac{\pi}{T}$

44 Löse($43,T)
$\rightarrow \quad \left\{ T = \frac{52917721067}{1093845628846500000000000000} \pi \right\}$

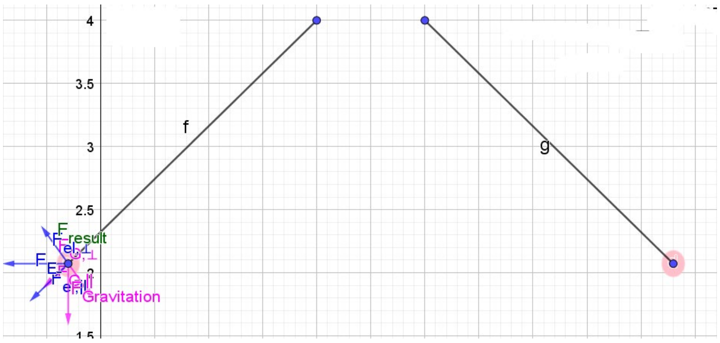
45 $44
$\approx \quad \{T = 1.51982984952 \cdot 10^{-16}\}$

Aufgabe 2

Zwei gleich geladene Kugeln werden nebeneinander aufgehängt. Durch die Ladung stoßen sich die Kugeln ab.

Die Fäden sind jeweils 3m lang. Die beiden Kugeln sind in einem Abstand von 1m aufgehängt.

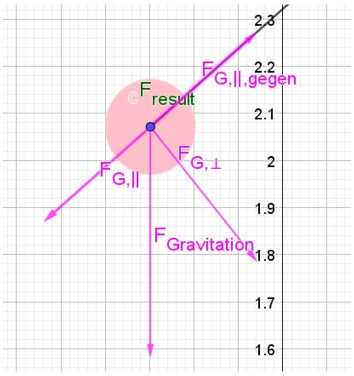
Die beiden Kugeln haben jeweils eine Masse von 5g.

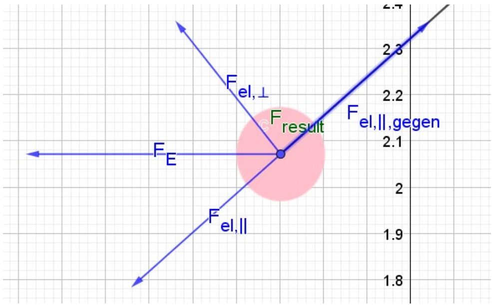


Die Fäden pendeln sich so ein, dass die Fäden jeweils um 50° aus der Ruhelage ausgelenkt werden.

Bestimmen Sie die Ladung auf den Kugeln.

Zur Kontrolle: $Q \approx 1{,}428 \times 10^{-5} As$





Lösung:

Wenn die Kugel ruht, dann muss gelten

$$\overrightarrow{F_{el,\perp}} + \overrightarrow{F_{G,\perp}} = 0$$

Es gelten die folgenden trigonometrischen Beziehungen:

$$\sin(\alpha) = \frac{F_{G,\perp}}{m \cdot g}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{F_{el,\perp}}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r^2}}$$

Für den Abstand gilt:

$$r = 2 \cdot \sin(\alpha) \cdot L + d, d = 1m$$

$$F_{G,\perp} = \sin(\alpha) \cdot m \cdot g$$

$$F_{el,\perp} = \cos(\alpha) \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{(2 \cdot \sin(\alpha) \cdot L + d)^2}$$

Die Beträge der beiden Kräfte müssen im Gleichgewicht gleich groß sein.

$$\sin(\alpha) \cdot m \cdot g = \cos(\alpha) \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{(2 \cdot \sin(\alpha) \cdot L + d)^2}$$

$$q = \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot m \cdot g \cdot (2 \cdot \sin(\alpha) \cdot L + d)^2}{\cos(\alpha)}}$$

$q \approx 1{,}43 \times 10^{-5} As$

sqrt(4*pi*ε_{0c}*sin(50°)*0.005*9.81*(2*sin(50°)*3+1)^2/cos(50°))

$$\sqrt{4\ \pi\ \varepsilon_{0c}\ \sin(50^\circ) \cdot 0.005 \cdot 9.81 \cdot \frac{(2\ \sin(50^\circ) \cdot 3 + 1)^2}{\cos(50^\circ)}}$$

$46

$\approx$ **0.000014272184063**

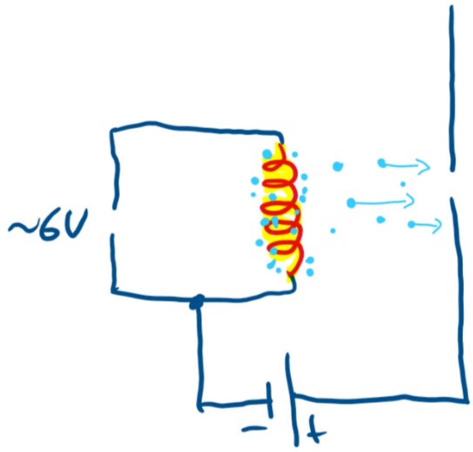
WissenschaftlicheNotation($47)

$\rightarrow$ $\mathbf{1.42721840633700 \cdot 10^{-5}}$

Aufgabe 3

Ein Elektron hat eine Masse von $m_e \approx 9{,}81 \times 10^{-31} kg$ (werden wir noch experimentell bestimmen).

Bringt man einen Draht zum Glühen, treten aus dem Draht freie Elektronen aus (Glühelektrischer Effekt oder auch Edison-Effekt). Befindet sich der Draht im Vakuum, können sich diese Elektronen frei in einem elektrischen Feld bewegen.



Zwischen der Glühwendel und einer Metallplatte mit Loch wird eine elektrische Spannung angelegt. Im entstehenden elektrischen Feld werden die Elektronen beschleunigt. Deshalb wird diese Spannung auch Beschleunigungsspannung genannt.

In diesem Fall beträgt die Beschleunigungsspannung $U_B = 400V$.

a) Berechnen Sie mithilfe der Energieerhaltung die Geschwindigkeit der Elektronen nach Durchlaufen der elektrischen Spannung.
Zur Kontrolle: $1{,}19 \times 10^7 \frac{m}{s}$

b) Bestimmen Sie die Beschleunigung der Elektronen unter der Annahme, dass das elektrische Feld homogen ist. Der Abstand zwischen der Glühwendel und der Metallplatte beträgt 2cm.
Zur Kontrolle: $a \approx 3{,}521 \times 10^{15} \frac{m}{s^2}$

Lösung a)

$$\frac{1}{2} m_e \cdot v^2 = e \cdot U$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m_e}}$$

$$v \approx 1{,}19 \times 10^7 \frac{m}{s}$$

sqrt(2*e_{c}*400/m_{ec})

$\checkmark \quad \sqrt{2\, e_c \cdot \frac{400}{m_{ec}}}$

$49

$\approx$ **11861939.18676**

WissenschaftlicheNotation($50)

$\approx$ **$1.18619391867600 \cdot 10^7$**

Lösung b)

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$v = a \cdot t$$

$$t = \frac{v}{a}$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{v}{a}\right)^2 = \frac{v^2}{2a}$$

$$a = \frac{v^2}{2s}$$

$$a \approx 3{,}52 \times 10^{15} \frac{m}{s^2}$$

52 a=v^2/(2*s)
$\checkmark \quad a = \frac{v^2}{2\, s}$

53 Ersetze($52,{v = $51, s = 0.02})
$\checkmark \quad a = \frac{(1.186193918676 \cdot 10^7)^2}{2 \cdot 0.02}$

54 $53
$\approx \quad a = 3.51764003176 \cdot 10^{15}$