Tóth Julianna tanárnő gondolatai a megoldásról

Legyen $P_0 = P(0;0)$! Jelölje az A, B, C pontok helyvektorait rendre: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$!

Az $i-edik$ felezésnél, keletkező P_i-hez hozzárendelünk egy, 2db 0-ból és egy db 1-esből álló, rendezett számhármast az alábbi módon:

ha a háromszög csúcsai közül véletlenszerűen választott pont

az A pont, akkor az $(1;0;0)$ számhármast,

a B pont, akkor a $(0;1;0)$ számhármast,

a C pont, akkor a $(0;0;1)$ számhármast.

Röviden: $P_i \mapsto (a_i; b_i; c_i)$, ahol $a_i + b_i + c_i = 1$ és $a_i, b_i, c_i \in \{0;1\}$

Az első felezésnél, a P_1 pont helyvektora felírható az A, B, C pontok helyvektorainak lineáris kombinációjaként a következő módon: $(0,a_1)_2\vec{a} + (0,b_1)_2\vec{b} + (0,c_1)_2\vec{c}$, ahol $a_1 + b_1 + c_1 = 1$ és $(0,a_1)_2, (0,b_1)_2, (0,c_1)_2$ az $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorok együtthatóinak kettes számrendszerbeli alakja.

A második felezésnél, a P_2 pont helyvektora: $(0,a_2a_1)_2\vec{a} + (0,b_2b_1)_2\vec{b} + (0,c_2c_1)_2\vec{c}$ …

A pontsorozat i-edik (az $i-edik$ felezésnél, keletkező) P_i pontjának helyvektora: $(0,a_i...a_2a_1)_2\vec{a} + (0,b_i...b_2b_1)_2\vec{b} + (0,c_i...c_2c_1)_2\vec{c}$, ahol $a_k + b_k + c_k = 1, k \in \{1;2;...;i\}$

Megjegyzés:

Ha a P pont az ABC háromszög valamely csúcsával esik egybe, akkor ezek a pontok pontosan az ABC kiindulási háromszöggel definiált Sierpiński-háromszög pontjai. (Sierpiński-háromszög konstrukciójának lépései: felveszünk egy háromszöglemezt, amelynek behúzzuk a középvonalait, majd a középvonalak által meghatározott háromszöget „eltávolítjuk”. Majd ezeket a lépéseket a keletkezett kis háromszögekre megismételjük. A Sierpiński-háromszög azokból a felezőpontokból áll, amit minden egyes iterációs lépés tartalmaz, vagyis ami végtelen sok lépés után megmarad a háromszögből.)

Ha a P pont az ABC háromszög mindegyik csúcsától különbözik: