Problemas – Tema 2

Problemas resueltos - 13 - Teorema del seno

1. De un triángulo conocemos:

a = 10 cm B = 60º C = 50º

Obtener los valores de los lados b, c y del ángulo A.

Sabemos que la suma de todos los ángulos de un triangulo es 180°. Por lo tanto:

A = 180° - B – C → A = 70°

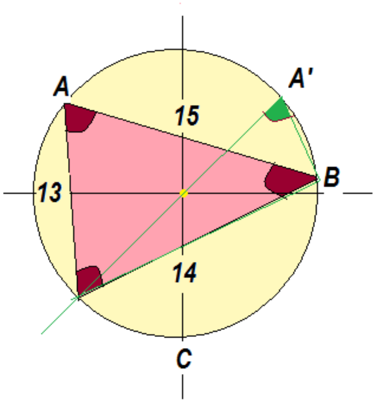
Aplicando la ley de senos podemos obtener los lados b y c:

$$\frac{a}{sen\ \hat{A}}=\frac{b}{sen\ \hat{B}}=\frac{c}{sen\ \hat{C}}$$

$$\frac{a}{sen\ \hat{A}}=\frac{b}{sen\ \hat{B}}\rightarrow\frac{10}{sen\ 70}=\frac{b}{sen\ 60}\rightarrow b=\frac{10\cdot sen\ 60}{sen\ 70}\ \rightarrow\ b=9{,}22\ \ cm$$

$$\frac{a}{sen\ \hat{A}}=\frac{c}{sen\ \hat{C}}\rightarrow\frac{10}{sen\ 70}=\frac{c}{sen\ 50}\rightarrow c=\frac{10\cdot sen\ 50}{sen\ 70}\ \rightarrow\ c=8{,}15\ \ cm$$

2. Halla el radio de la circunferencia circunscrita al triángulo cuyos lados miden 13 m, 14 m y 15m. Calcula el área del triángulo.



Por el teorema del coseno, hallamos $\cos(\hat{A})$, y después mediante $\arccos(\hat{A})$ hallamos el ángulo $\hat{A}$ del triángulo de la imagen.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\hat{A})$$
$$14^2 = 13^2 + 15^2 - 2 \cdot 13 \cdot 15 \cdot \cos(\hat{A})$$
$$\frac{-198}{-390} = \cos(\hat{A}) = 0{,}507$$
$$\hat{A} \equiv arco\cos(0{,}507) = 59{,}49^{\circ}$$

Donde hemos tomado el ángulo con coseno positivo del primer cuadrante, por no poder ser un ángulo del cuarto cuadrante al formar parte de un triángulo.

Aplicamos la fórmula que relaciona el Teorema del seno con el radio de la circunferencia circunscrita a un triángulo:

$$\frac{a}{sen(\hat{A})} = 2R$$
$$R = \frac{14}{sen(59{,}49) \cdot 2} = 8{,}12cm$$

El radio vale 8,12cm. Para hallar el área del triángulo, hacemos uso de la ecuación que relaciona el área con el radio de la circunferencia circunscrita:

$$S = \frac{a \cdot b \cdot c}{4 \cdot R} \quad \rightarrow \quad S = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15}{4 \cdot 8{,}12} = 84{,}05\, cm^2$$