# Algunas experiencias y reflexiones sobre la enseñanza de la matemática en entornos con tecnología



Project

La incorporación de tecnología en la enseñanza de las funciones cuadráticas en la escuela secundaria View project

# Algunas experiencias y reflexiones sobre la enseñanza de la matemática en entornos con tecnología.

#### **Betina Duarte**

## Dra. Departamento de Matemática y Ciencias Experimentales

### Unipe

betina.duarte@ba.unipe.edu.ar

### mayo 2014

La enseñanza en entornos tecnológicos constituye hoy una problemática esencial para la enseñanza de la matemática por muchas razones y es estudiada por una comunidad de investigadores desde diferentes áreas de la educación. En el año 2012 un equipo de profesores de la Unipe nos interesamos por el estudio de la actividad matemática que se desarrolla en el aula de las escuelas secundarias con la presencia del Geogebra<sup>1</sup>.

Partimos de una pregunta común a muchas otras experiencias acerca de cómo pueden diseñarse proyectos de enseñanza de matemática donde la actividad matemática propuesta a los alumnos se constituya en una experiencia rica y genuina siendo ésta mediada por entornos tecnológicos. Ciertamente, la respuesta a esta pregunta tan amplia todavía no está del todo explicitada. Existen algunas respuestas parciales, parciales por diversas razones: su incumbencia en zonas de la matemática, su alcance en niveles de enseñanza y las propias certezas que aporta la experimentación con nuevas tecnologías.

Muchos de quienes que enseñamos matemática y trabajamos en formación continua compartimos una fuerte convicción acerca del potencial que existe en los entornos tecnológicos como una forma de entrada a la actividad matemática.

Esta convicción no se apoya en la ausencia de obstáculos. Vivimos una etapa en la que el uso del software nos depara muchos cambios (a los docentes al planificar nuestras clases) y sorpresas (en el aula frente a la interacción de los estudiantes y las computadoras). Para comenzar por alguna reflexión seguramente compartida por muchos de los que estamos tomando el guante, no se trata de utilizar los mismos problemas pensados para lápiz y papel; cuando éstos (los enunciados) son llevados a entornos informáticos, en general, cambia la actividad de los estudiantes. Para dar un ejemplo: si estamos trabajando en geometría y proponemos que los estudiantes analicen alguna característica de una familia de trapecios, el entorno lápiz y papel permitirá que el estudiante analice un par de figuras que construirá y visualizará en forma estática y dispondrá de todas sus construcciones a la vez frente a él. En cambio, el diseño del trapecio dinámico en el Geogebra le permitirá visualizar una familia infinita de trapecios (ajustados al enunciado de su problema) mediante el desplazamiento que el software habilita, aunque en este caso la visualización solo le

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> El software Geogebra está incorporado en las computadoras que llegan a las escuelas a partir del plan Conectar Igualdad.

permite atrapar a un representante de esa familia infinita en cada instante. En estas circunstancias, el análisis de la figura no será el mismo.

Continuando con los emergentes de esta problemática, cuando los alumnos utilizan el software en la resolución de problemas es necesario gestionar y resolver el modo en el que se guardará la información desarrollada en la pantalla. La convivencia de producciones en pantalla junto con desarrollos en papel requiere de decisiones anticipadas de los docentes junto con sus alumnos para que las producciones no se desvanezcan. Es necesario un repertorio de nuevas normas de documentación en clase: carpetas virtuales enlazadas a carpetas reales, espacios compartidos virtuales para el aula, etc.

Y ya que hablamos de la gestión de la clase avanzo pincelando este nuevo escenario expresando la necesidad para los docentes de disponer de cañones en las aulas para que los alumnos puedan entrar en diálogo con las producciones de sus compañeros. Cuando se concibe una clase, como lo hacemos quienes estamos investigando en este equipo, apoyados en la producción matemática de los estudiantes, precisamos de herramientas que les permitan a los alumnos entrar en diálogo con las producciones de sus compañeros de diversas formas. En estas circunstancias, aquello que muestra la pantalla es algo que no se puede comunicar mediante un relato, sin el recurso de la visualización. La noción de *orquestación instrumental* (Trouche, 2004) toma en cuenta estos espacios de decisión docente, abarcando tanto aquellos vinculados a organización de tareas y el modo de realizarlas como a los relacionados a los instrumentos y su organización para la actividad individual y grupal de los alumnos.

Fabián Vitabar², Embajador de GeoGebra para Latinoamérica y Jefe del Departamento de Matemática en Colegio Seminario en Uruguay, nos comenta la necesidad de "jugar" con la herramienta como un recurso para "disminuir" las sorpresas en las clases. En mi opinión, acuerdo con la necesidad de tener una exploración "intensiva" antes de llevar cualquier problema a clase y, al mismo tiempo, remarco la necesidad de aceptar la inevitable presencia de "sorpresas" en el aula. Una de las cuestiones que se juegan en las aulas es la convivencia de distintas versiones del software (según la disponibilidad de Internet en las aulas o las actualizaciones que los alumnos puedan haber realizado) de donde surgen pequeñas variantes a la propia exploración del docente. Sumemos a esto el diálogo distinto que establecemos los adultos con el software frente al que establecen los estudiantes. Al respecto me parece preciso aclarar que no estoy marcando únicamente una cuestión de edad sino que concomitantemente (a la inevitable cuestión de la edad) otra diferencia abona una complejidad: aquello que muestra la pantalla no es igual para todos. Existe un sujeto con un conjunto de nociones, con un marco teórico en diálogo con la pantalla o con el software, la interpretación de aquello que se muestra en la pantalla está íntimamente emparentada con los conocimientos que ponemos en juego. Vuelvo a esta cuestión más adelante.

En relación con la presencia de actividades mediadas por la tecnología y la planificación de un proyecto para el aula, no está del todo claro tampoco cuál es el mejor momento para el uso del software. Desde ya no consideramos conveniente la presencia del software en todo momento. Creemos que podemos pensar en una organización de la clase con actividades donde las

2

\_

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Presentación realizada en la Escuela de Didáctica de 2013, disponible en: <a href="http://www.unsam.edu.ar/edimat/wp-content/uploads/2013/11/Presentacion-EDIMAT-Vitabar.pdf">http://www.unsam.edu.ar/edimat/wp-content/uploads/2013/11/Presentacion-EDIMAT-Vitabar.pdf</a>

herramientas a utilizar dejen fuera el recurso de las compus. ¿Por qué? Porque en nuestra experiencia concebimos un posible juego de anticipaciones y de producción de conjeturas en el entorno lápiz y papel que pueden contribuir a que el estudiante llegue al entorno tecnológico con una producción personal—lo que significa desde nuestro punto de vista, construcciones de nociones matemáticas - a partir de la cual entrar en diálogo con la tecnología. De este modo la presencia del soft entramada con su ausencia puede resultar en una combinación exitosa.

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), (Chevallard 1992; Bosch y Chevallard 1999) postula /concibe que "los objetos matemáticos no son objetos absolutos, sino entidades que emergen de las prácticas en el seno de instituciones." (Artigue, 2002: 248). Artigue precisa la pertinencia de tomar el enfoque de la TAD para estudiar el aprendizaje matemático en un entorno tecnológico ante la necesidad de hacer visibles el entramado de prácticas (tareas, técnicas y discursos tecnológicos y teóricos) que conforman los objetos matemáticos y que indefectiblemente deben ser parte del proyecto de enseñanza de la escuela. Es esta centración sobre las prácticas que conforman a los objetos matemáticos las que nos hemos propuesto explorar a partir de la introducción del Geogebra como herramienta para el estudio matemático de familias de funciones.

Circula en la web una enorme cantidad de applets o archivos o propuestas con tecnología, donde el único papel que le queda al alumno es el de observar aquello que acontece en la pantalla y asentar en su hoja sus observaciones en forma de "conclusiones". Creemos que esta actividad no resulta de interés, tiene escaso poder formativo y se aleja de una genuina actividad matemática. La matemática no consiste en observar y sacar conclusiones.

Por otra parte, la tecnología estará efectivamente presente solo en la medida en que haya una relación computadoras — alumnos que permite una posición activa de los estudiantes. Esto no significa disponer de una computadora por alumno siempre. Muchas veces es mejor el armado de "pequeños" grupos de trabajo. Desde nuestra concepción socio-constructivista de la enseñanza de la matemática estamos pensando a los estudiantes en un entorno de trabajo donde la interacción social es promotora de un enriquecimiento de las ideas, resulta generadora de conjeturas, de ideas antagónicas, de espacios de diálogo. ¿De qué modo la interacción con el software se entrama con esta interacción entre pares? La respuesta no es siempre la misa, la única certeza es que este escenario debe ser anticipado por el docente. La interacción con el software no es necesariamente un obstáculo para la interacción entre pares pero tampoco es un facilitador por su sola presencia.

Ante este escenario pensamos que resulta vital, necesario y auspicioso que los docentes puedan conformar *comunidades de indagación* donde analicen propuestas de enseñanza, exploren el potencial del software, modifiquen propuestas, anticipen escenarios para sus aulas, prueben estos desarrollos, documenten sus experiencias y las puedan compartir y analizar con otros docentes. La fuerza de lo colectivo como fuente de aprendizaje es la mejor parte de mi experiencia como

integrante de este equipo de investigación que aloja a docentes en ejercicio con profesores e investigadores de la Unipe. Para el Estado es una nueva oportunidad para retomar proyectos de estudio anclados en las instituciones que reconociendo el trabajo de los docentes fuera de sus aulas contribuyan a la cohesión de sus equipos docentes siempre buscada para las escuelas por obvias razones.

Pareciera que el panorama es poco atractivo, sin embargo no lo es, es rico y tal vez hoy, todavía difícil de atrapar.

En nuestra experiencia de investigación hemos avanzado con problemas que, partiendo de una situación geométrica, dan lugar al estudio de variación de magnitudes a través de la utilización de modelizaciones funcionales. El Geogebra es un recurso útil para diseñar objetos geométricos dinámicos. El dinamismo es un buen punto de partida para analizar la variación de magnitudes asociadas a los objetos (perímetros, áreas) y éstas son un buen contexto para el estudio de familias de funciones.

En este escenario nos interesan las novedosas representaciones del problema que se pueden generar a partir de la interacción con el recurso tecnológico. Creemos que el cambio es útil para contribuir a la comprensión del modelo funcional en juego. El Geogebra permite que un estudiante interactúe en forma simultánea con un objeto geométrico dinámico, con una representación gráfica de aquellas magnitudes elegidas y puestas en relación y con la representación algebraica de estas relaciones. Estas representaciones tienen distintos niveles de explicitación dependiendo de las elecciones que realice el docente para el problema.

También consideramos que la visualización de las variaciones es una oportunidad para que sean los estudiantes quienes puedan elegir distintas posibles magnitudes a poner en juego dando lugar a distintas modelizaciones (si voy a estudiar la variación del área de una familia de rectángulos de perímetro fijo tendré libertad para elegir estudiar dicha área en función de la base, la altura, la diagonal etc.)

Una propuesta de este tipo permite entramar el estudio de la geometría o la aplicación de conocimientos geométricos junto con la construcción de un sentido de la noción de función como modelo para vincular el cambio y/o la variación entre las medidas de dos magnitudes y, de este modo, abrir el camino hacia el estudio de características de familias específicas de funciones.

También se hace presente el potencial para la producción matemática que porta la actividad de modelización ya que, como sostiene Sadovsky "la idea de modelización conlleva la idea de producción de conocimiento lo cual permite situar el aspecto central al que se apunta a través de la enseñanza"... La modelización "ofrece la posibilidad de actuar sobre una porción de la realidad a través de un aparato teórico" (Sadovsky 2005, 32).

En propuestas sobre estudio de familia de funciones vemos que hay una oportunidad para discutir el rol distintivo de parámetros y variables ante la necesidad de comunicar esta diferencia al programa. Los estudiantes tienen nociones en proceso que se van cuestionando pues no reciben las devoluciones que esperan del soft. Las devoluciones del soft – inesperadas - son fuente de nuevas preguntas y evoluciones para las nociones en proceso.

También en referencia a la representación en pantalla de familias de funciones vemos que la utilización de deslizadores permite, como en el caso de la geometría, visualizar los infinitos elementos de una familia de funciones pero también aquí, los alumnos solo visualizan los elementos de a uno (en este caso las funciones) por vez perdiendo los otros y esto hace que no queden rastros de evidencias útiles que en la técnica de lápiz y papel resultaban elementos indispensables en el proceso de la comprensión. Nuevamente se trata de poder acompañar el uso del Geogebra con formas de registro (dejando sobre papel asentados ciertos resultados, es decir a posteriori) o bien con actividades sobre lápiz y papel que pueden ser anticipatorias de la actividad con el soft.

Estos relatos permiten concebir la potencia de los procesos de exploración que el entorno tecnológico ofrece. Tenemos menos certezas sobre las oportunidades u obstáculos que se generan de cara a la necesaria actividad de validación que también consideramos indispensable y genuinamente matemática.

Indudablemente una cuestión que nos ha traído este informatizado caballo de Troya consiste en reforzar un poco más ese ya viejo desafío: encontrar un modo de hacer presente la matemática de forma tal que se haga más visible su posible vínculo con la realidad. ¿Es éste un pedido sensato para la matemática? ¿Qué relación puede existir entre la realidad y una disciplina que trata del estudio de objetos que solo viven en la mente de quien los piensa? En mi opinión esta tensión es, una tensión productiva generadora de avances en formas de concebir la educación matemática, más allá de toda posible respuesta a esta pregunta ciertamente provocadora.

#### Fuentes para continuar la lectura

Arcavi, A. & Hadas, N. (2000). El computador como medio de aprendizaje: ejemplo de un enfoque. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5,15-25.

Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work, en: *International Journal Of Computers for Mathematical Learning* n° 7, Netherlands, pp. 245-274

Borsani, V.; Cedrón, M.; Cicala, R.; Di Rico, E.; Duarte, B.; Sessa, C.(2013) La integración de programas de geometría dinámica para el estudio de la variación de magnitudes geométricas: nuevos asuntos para la didáctica. Comunicación presentada en el *VII CIBEM*. Uruguay.

Bosch, M. y Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique, en: *Recherches en Didactique des Mathématique* vol. 19 n°1, Grenoble, pp. 77-124.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique, en: *Recherches en Didactique des Mathématiques*. vol.12 n°1, Grenoble, pp. 77-111.

Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9, 281–307.