Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] La superficie de ampliación de un parque de atracciones, en decímetros cuadrados, coincide con el área de la región limitada por las gráficas de las funciones:

$f(x) = -x^2 + 6x$

$g(x) = \frac{x^2}{5}$

Represente gráficamente la superficie de ampliación del parque de atracciones y calcule su área.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Resuelve $\int \frac{2x^2+5x-1}{x(x^2+x-2)} dx$

b) [1,5 puntos] Resuelve $\int x \cdot \ln(x+4)\, dx$

Ejercicio 3.- Trinidad, una persona ahorradora, deposita 5.000€ en un fondo de inversión y el capital final que obtiene cuando transcurren t años viene dado por la siguiente función:

$$f(t) = \begin{cases} 5.000 \cdot (1 + 0{,}05\, t) & si \;\; 0 \le t \le 1 \\ 5.000 \cdot 1{,}05^t & si \;\; t > 1 \end{cases}$$

a) [0,5 puntos] Calcule los intereses que obtiene Trinidad entre el año 2 y el año 4, si se conoce que los intereses que genera esta inversión entre el año t_1 y el año t_2 vienen dados por $I = f(t_2) - f(t_1)$.

b) [1 punto] Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función f.

c) [1 punto] Estudie la monotonía de la función f y esboce su gráfica.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Obtener el dominio, los puntos de corte con los ejes de coordenadas, las asíntotas, los extremos relativos y los puntos de inflexión de la función $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Obtener la primitiva de $f'(x) = \ln(x^2+1)$ que pase por el origen de coordenadas.

b) [1,5 puntos] Resuelve $\int \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}\,dx$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} 3 + e^x & si \ \ x < 1 \\ x^2 + ax + 2 & si \ \ x \geq 1 \end{cases}$$

Para $a = -3$, represente la región limitada por la gráfica de la función, las rectas $x = 2$, $x = 4$ y el eje de abscisas. Calcule el área de la región.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] El índice de audiencia de un programa de radio se puede modelizar por una función del tipo:

$$f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c, \qquad t \in [0,60]$$

Donde t es el tiempo medido en minutos y $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Se sabe que cuando comienza el programa el índice de audiencia es 20 puntos y que a los 40 minutos se alcanza el máximo índice de audiencia, que es 36 puntos. Determine a, b, c y represente gráficamente la función obtenida.

Ejercicio 4.- Un periódico digital ha publicado una noticia de última hora. El número de personas que han visto la noticia t horas después de su lanzamiento viene modelado por la función:

$$N(t) = 500.000 \cdot (1 - e^{-0.2 \cdot t})$$

Para $t > 0$.

a) [1 punto] Comprueba que la función v es continua y derivable.

b) [1,5 puntos] Represente gráficamente la función N y describa su tendencia a lo largo del tiempo.