DIA DAY | MES MONTH | TEMA SUBJECT Sección 1.2

20) → $v(t) = \begin{cases} t & ; 0 \le t \le 5 \\ 5 & ; 5 \le t \le 10 \end{cases}$

$v(t) = \frac{dx}{dt}$

$v - 0 = m(t-0)$

$v = \frac{5-0}{5-0}(t-0)$

$v = 1(t-0)$

$v = t$

Integramos

→ $x(t) = \begin{cases} \frac{t^2}{2} + c_1 & ; 0 \le t \le 5 \\ 5t + c_2 & ; 5 \le t \le 10 \end{cases}$

Como $x(0) = 0$

$\frac{0^2}{2} + c_1 = 0$

$c_1 = 0$

$x(t) = \begin{cases} \frac{t^2}{2} & ; 0 \le t \le 5 \\ 5t + c_2 & ; 5 \le t \le 10 \end{cases}$

abierto por 0^- no tiene límite y lim 10^+ tampoco

✓ Como $v(t)$ es una función continua en $(0,10)$ y $v(t) = dx/dt$ la función posición $x(t)$ es continua en $(0,10)$. En particular la función $x(t)$ debe ser continua en $t = 5$

• $x(5) = \frac{1}{2}(5)^2 = 5(5) + c_2$

$\frac{25}{2} = 25 + c_2$

$-\frac{25}{2} = c_2$

• $\lim_{t \to 5^-} \frac{1}{2}t^2 = \lim_{t \to 5^+} 5t + c_2$

→ $\frac{25}{2} = 25 + c_2$

$-25/2 = c_2$

✓ con ese valor de c_2 podemos ver que

$x(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}t^2 & ; 0 \le t \le 5 \\ 5t - \frac{25}{2} & ; 5 \le t \le 10 \end{cases}$ es una función continua en $0 \le t \le 10$

Banco de Bogotá
Un Banco hecho entre dos

DIA DAY | MES MONTH | TEMA SUBJECT

22) $v(t) = \frac{dx}{dt} = \begin{cases} \frac{5}{3}t & ; \ 0 \leq t \leq 3 \\ 5 & ; \ 3 \leq t \leq 7 \\ -\frac{5}{3}t + \frac{50}{3} & ; \ 7 \leq t \leq 10 \end{cases}$

✓ $v - 0 = m(t - 0)$

$v = \frac{5-0}{3-0}(t-0)$

$v = 5/3\,(t)$

✓ $v - 0 = \frac{5-0}{7-10}(t-10)$

$v = -\frac{5}{3}t + \frac{50}{3}$

$\rightarrow \quad x(t) \begin{cases} \frac{5}{6}t^2 + C_1 & ; \ 0 \leq t \leq 3 \\ 5t + C_2 & ; \ 3 \leq t \leq 7 \\ -5/6\, t^2 + 50/3\, t + C_3 & ; \ 7 \leq t \leq 10 \end{cases}$

como $x(0) = 0 \rightarrow \frac{5}{6}(0)^2 + C_1 = 0$

$C_1 = 0$

✓ como $v(t)$ es una función continua en $(0, 10)$ y $v(t) = \frac{dx}{dt}$ la función posición $x(t)$ es continua en $(0, 10)$ en particular la función $x(t)$ debe ser continua en $t = 3$ y $t = 7$

• $\lim_{t \to 3^-} 5/6\, t^2 = \lim_{t \to 3^+} 5t + C_2$

$\frac{15}{2} = 15 + C_2$

$-\frac{15}{2} = C_2$

✓ en $t = 3$ los límites laterales deben ser iguales

• $\lim_{t \to 7^-} 5t + \cancel{C_2}^{-15/2} = \lim_{t \to 7^+} -\frac{5}{6}t^2 + \frac{50}{3}t + C_3$

$35 - \frac{15}{2} = -\frac{245}{6} + \frac{350}{3} + C_3$

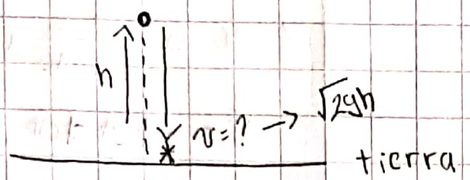
$-\frac{145}{3} = C_3$

✓ en $t = 7$ los límites laterales deben ser iguales

✓ Para que la función sea continua en $t = 3$ y $t = 7$ y por consiguiente en $(0, 10)$ es suficiente que $C_2 = -\frac{15}{2}$ y $C_3 = -\frac{145}{3}$

$x(t) = \begin{cases} 5t^2/6 & ; \ 0 \leq t \leq 3 \\ 5t - 15/2 & ; \ 3 \leq t \leq 7 \\ -\frac{5}{6}t^2 + 50/3\, t - \frac{145}{3} & ; \ 7 \leq t \leq 10 \end{cases}$

35)



✓ Posicion de reposo $v(0) = 0$

✓ Movimiento de caida libre:

$$a = -g$$

$$\frac{dv}{dt} = -g$$

$$v(t) = \int -g \, dt$$

$$v(t) = -gt + c_1$$

✓ como $v(0) = 0 \to v(0) = -g(0) + c_1$

$$0 = c_1$$

$$v(t) = -gt$$

✓ $v(t) = \dfrac{dx}{dt} = -gt$

$$y(t) = \int -gt \, dt \to y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + c_2$$

✓ como $y(0) = h$: $y(0) = -\frac{1}{2} g (0)^2 + c_2$

$$h = c_2$$

$$y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + h$$

→ para hallar la velocidad de impacto debemos primero encontrar el tiempo que la piedra demora cayendo t_c

• t_c se halla cuando $y = 0 \to -\frac{1}{2} g t_c^2 + h = 0$

$$h = \frac{1}{2} g t_c^2 \to 2h/g = t_c^2 \to +\sqrt{2h/g} = t_c \quad (t_c > 0)$$

• v impacto con la tierra $= v(t_c)$

$$= -g \cdot \sqrt{2h/g}$$

$$= -g \frac{\sqrt{2h}}{\sqrt{g}} \to -\sqrt{g}\sqrt{2h}$$

$$v_{impacto} = -\sqrt{g}\sqrt{2h} \to -\sqrt{2gh}$$

R/ la rapidez con la que impacta el suelo es $\sqrt{2gh}$

DIA DAY | MES MONTH | TEMA SUBJECT

19) • $v(t) = \begin{cases} 5 \; ; & 0 \leq t \leq 5 \\ -t + 10 & 5 \leq t \leq 10 \end{cases}$

✓ $v - 0 = \frac{5-0}{5-10}(t-10)$

$v = -t + 10$

• $x(t) = \begin{cases} 5t + c_1 \; ; & 0 \leq t \leq 5 \\ -t^2/2 + 10t + c_2 \; ; & 5 \leq t \leq 10 \end{cases}$

✓ como $x(0) = 0$

$5(0) + c_1 = 0$

$c_1 = 0$

✓ Como $v(t)$ es una función continua en $(0, 10)$ y $v(t) = \frac{dx}{dt}$ la función posición $x(t)$ es continua en $(0, 10)$ en particular debe ser continua en $t = 5$

• $\lim\limits_{t \to 5^-} 5t = \lim\limits_{t \to 5^+} -t^2/2 + 10t + c_2$

$25 = -25/2 + 50 + c_2 \to 25 = \frac{75}{2} + c_2$

$-\frac{25}{2} = c_2$

✓ Para que la función sea continua en $t = 5$ y por consiguiente en $(0, 10)$ es suficiente que c_2 sea $-25/2$

$x(t) = \begin{cases} 5t \; ; & 0 \leq t \leq 5 \\ -t^2/2 + 10t - 25/2 \; ; & 5 \leq t \leq 10 \end{cases}$

DIA DAY | MES MONTH | TEMA SUBJECT

Banco de Bogotá
Un Banco hecho entre dos

21) $v(t) = \begin{cases} t & ; 0 \leq t \leq 5 \\ -t + 10 & ; 5 \leq t \leq 10 \end{cases}$

✓ $v - 0 = \frac{5-0}{5-0}(t-0)$

$v = t$

✓ $v - 0 = \frac{5-0}{5-10}(t-10)$

$v = -t + 10$

• $x(t) = \begin{cases} t^2/2 + C_1 & ; 0 \leq t \leq 5 \\ -t^2/2 + 10t + C_2 & 5 \leq t \leq 10 \end{cases}$

✓ como $x(0) = 0$

$(0)^2/2 + C_1 = 0 = C_1$

✓ Como $v(t)$ es una función continua en $(0,10)$ y $v(t) = dx/dt$ la función posición $x(t)$ es continua en $(0,10)$ en particular debe ser continua en $t=5$

• $\lim_{t \to 5^-} t^2/2 = \lim_{t \to 5^+} -t^2/2 + 10t + C_2$

$25/2 = -25/2 + 50 + C_2 \to 25/2 = 75/2 + C_2$

$25/2 - 75/2 = C_2$

$-25 = C_2$

✓ para que la función sea continua en $t=5$ y por consiguiente en $(0,10)$ es suficiente que $C_2 = -25$

$x(t) = \begin{cases} t^2/2 & ; 0 \leq t \leq 5 \\ -t^2/2 + 10t - 25 & ; 5 \leq t \leq 10 \end{cases}$