ÁREA DE FIGURAS PLANAS

profeDomingoHely
matemática básica con TICs

CONTENIDO

SUPERFICIE Y ÁREA

Superficie es la porción de plano que ocupa una figura.

Área es la medida de una **superficie**. Se mide en unidades de longitud elevadas al cuadrado: [$\mathbf{L^2}$]

La medida del área de una superficie depende la unidad seleccionada: **m^2** (metro cuadrado), **dm^2** (decímetro cuadrado), **cm^2** (centímetro cuadrado), **mm^2** (milímetro cuadrado), **km^2** (kilómetro cuadrado), **pie^2**, **pulgada^2**, etc.

Metro cuadrado (m^2) es la unidad de superficie del Sistema Internacional (SI) de medidas. Equivale al **área de un cuadrado de 1 metro de lado**.

Ir a Contenido

ÁREA DEL RECTÁNGULO

Rectángulo es un paralelogramo que sus ángulos interiores son rectos. Los lados contiguos son perpendiculares entre sí. Por ser un paralelogramo, los lados opuestos son paralelos y congruentes o de igual medida.

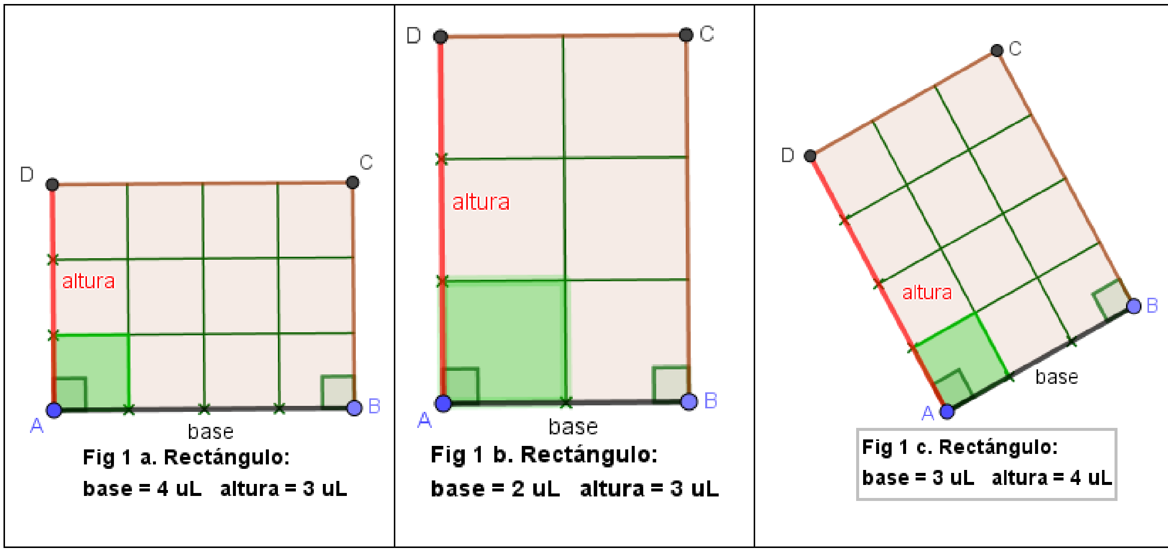


Fig 1 a. Rectángulo: **base = 4 uL altura = 3 uL**

Fig 1 b. Rectángulo: **base = 2 uL altura = 3 uL**

Fig 1 c. Rectángulo: **base = 3 uL altura = 4 uL**

En la **Fig 1** se tienen **tres rectángulos ABCD**. En cada uno se indica la **medida de la base** (lado AB) y la **medida de la altura** (lado AD). También se muestra la unidad de superficie (cuadrado de color verde).

- El área del rectángulo de la **Fig 1 a** es 12 u^2 : *4 u de base y 3 u de altura*.
- El área del rectángulo de la **Fig 1 b** es 6 u^2 : *2 u de base y 3 u de altura*.
- El área del rectángulo de la **Fig 1 c** es 12 u^2 : *3 u de base y 4 u de altura*.

Para calcular el área de un rectángulo se multiplica la medida de la base por la medida de la altura:

$$\boldsymbol{\text{Área}Rect\acute{a}ngulo = base\ x\ altura} \qquad \boldsymbol{A = b * h}$$

Ver aplicación Área del Rectángulo: [***https://www.geogebra.org/m/mjkx5q2y***](https://www.geogebra.org/m/mjkx5q2y)

Ir a Contenido

ÁREA DE FIGURAS PLANAS

ÁREA DEL CUADRADO

Cuadrado es un paralelogramo que los 4 ángulos interiores son rectos y los 4 lados son congruentes. Es un caso especial del rectángulo.

En la **Fig 2** se tiene el cuadrado **ABCD** cuyo lado mide 4 uL y su área es de 16 u^2.

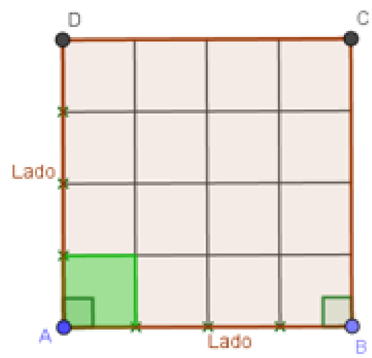


Fig 2. Cuadrado Lado = 4 uL

$$\text{Área}\boldsymbol{Cuadrado} = \boldsymbol{Lado\ x\ Lado}$$

$$\boldsymbol{A = L^2}$$

Si un cuadrado tiene por área 36 u^2, entones el lado mide 6 u.

La medida del lado de un cuadrado equivale a la raíz cuadrada de su área:

$$\boldsymbol{L = \sqrt{A}}$$

Números cuadrados

Un número es cuadrado cuando es el cuadrado de otro número:

1 es cuadrado de **1:** **1 = 1^2**	**4** es cuadrado de **2:** **4 = 2^2**	**9** es cuadrado de **3:** **9 = 3^2**	**100** es cuadrado de **10:** **100 = 10^2**	**n^2** es cuadrado de **n:** **n^2 = n^2**

Ver aplicación Área del Cuadrado: [***https://www.geogebra.org/m/u8juapes***](https://www.geogebra.org/m/u8juapes)

Ir a Contenido

ÁREA DEL ROMBOIDE

Romboide es un paralelogramo que los lados contiguos y los ángulos contiguos no son congruentes, es decir, son de diferentes medidas.

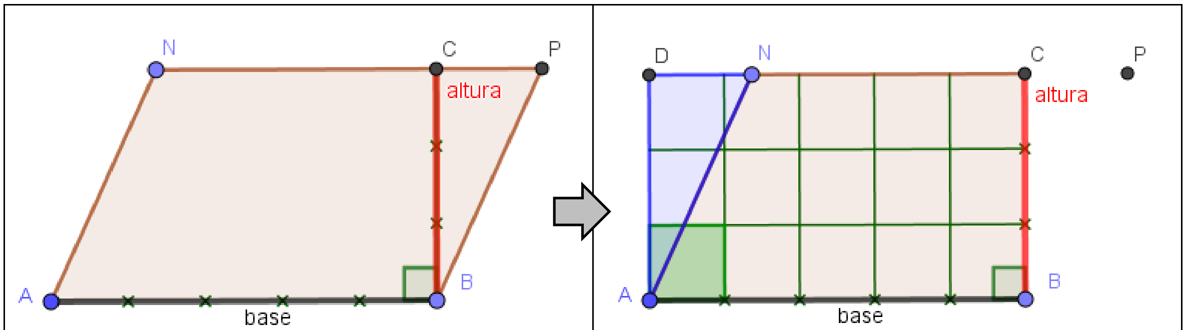


Fig 3 a. Paralelogramo ABPN:
base = 5 uL altura = 3 uL

Fig 3 b. Rectángulo ABCD:
base = 5 uL altura = 3 uL

En la **Fig 3** se muestra que en el romboide **ABPN** se trasladó el triángulo **BPC** de **B** a **A**. Se obtiene el rectángulo **ABCD** con la misma base y la misma altura. Por lo tanto, el área de romboide **ABPN** es igual al área del rectángulo **ABCD** .

$$\text{Á}\boldsymbol{reaRomboide = base\ x\ altura} \qquad \boldsymbol{A = b * h}$$

Conclusión: El área de un romboide equivale al área de un rectángulo que tiene la misma base y la misma altura.

En la figura, la **base** del romboide **ABPN** es **5 u** y la **altura, 3 u.** Por lo tanto su **área = 5 u x 3 u = 15 u^2.**

Ver aplicación Área del Romboide: ***https://www.geogebra.org/m/zshcnpfq***

Ir a Contenido

ÁREA DEL TRIÁNGULO

Triángulo es un polígono de tres lados determinado por tres puntos no colineales llamados **vértices**.

Altura de un triángulo es el segmento de recta perpendicular trazado desde un vértice al lado opuesto o a su prolongación.

Para el estudio del área de un triángulo se analizan dos casos:

1. Transformar el <u>triángulo</u> en un <u>rectángulo</u> con la misma base y la misma altura:

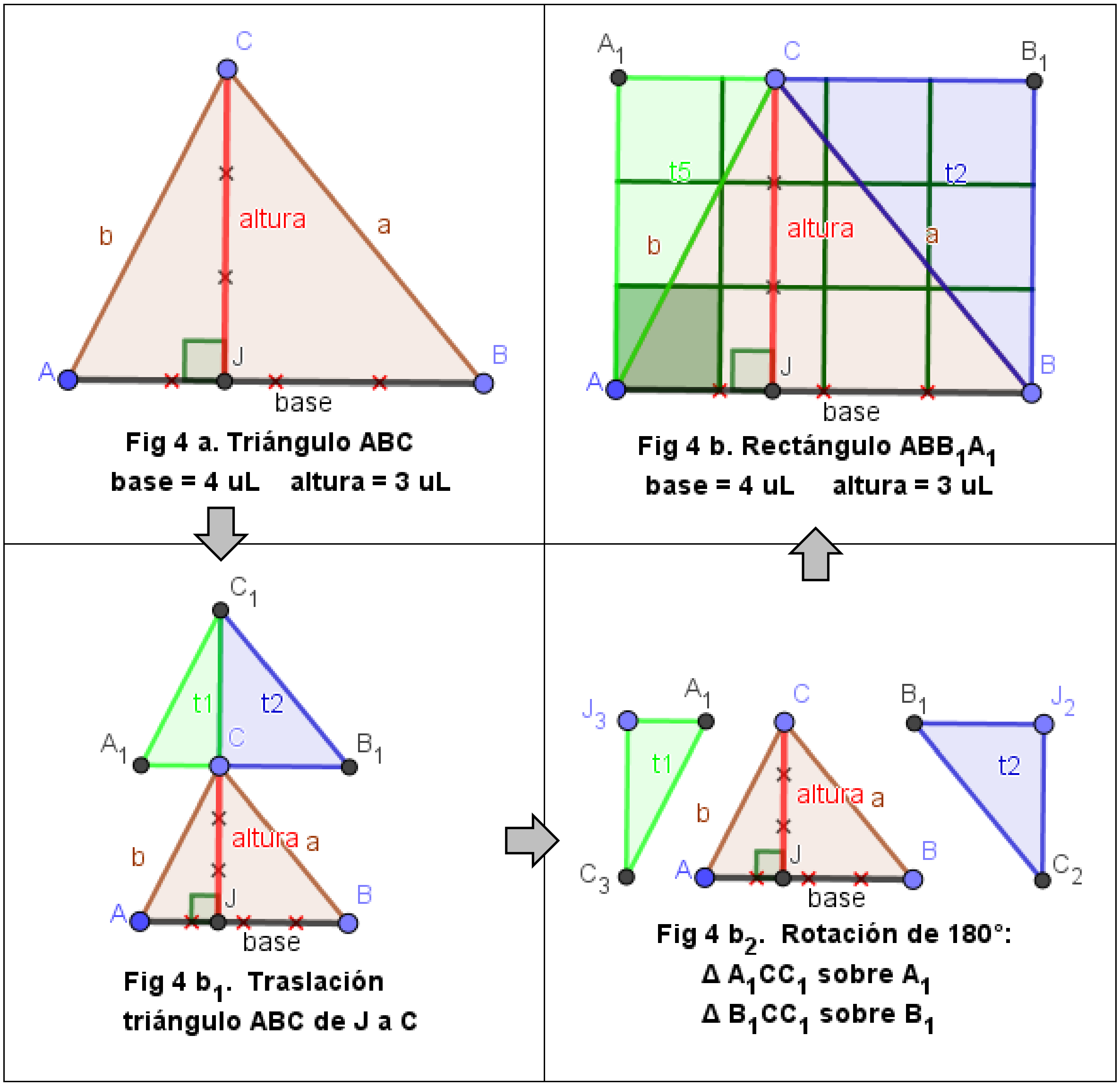


Fig 4 a. Triángulo ABC
base = 4 uL altura = 3 uL

Fig 4 b. Rectángulo ABB_1A_1
base = 4 uL altura = 3 uL

Fig 4 b_1. Traslación triángulo ABC de J a C

Fig 4 b_2. Rotación de 180°:
$\Delta\ A_1CC_1$ sobre A_1
$\Delta\ B_1CC_1$ sobre B_1

En la **Fig.4** se muestra el triángulo **ABC** y el resultado de tres transformaciones.

a. **Traslación** del triángulo original **ABC** de **J a C** (resultado en **Fig. 4 b_1**). *Se duplica el triángulo*.
b. **Rotación** de 180° del triángulo **A_1CC_1** sobre **A_1** y del triángulo **B_1CC_1** sobre **B_1** (resultado en **Fig. 4 b_2**)
c. **Traslación** del triángulo **$A_1J_3C_3$** de **A_1** a **C** y del triángulo **$B_1J_2C_2$** de **B_1** a **C** (resultado en **Fig. 4 b**).

Con estas transformaciones de los dos triángulos se obtiene el **rectángulo ABB_1A_1** que equivale a **dos veces el triángulo ABC**. De tal manera que el **área del triángulo ABC es la mitad del área del rectángulo** porque las dos figuras tienen la misma base y la misma altura.

$$ÁreaRectángulo = base * altura \qquad A = b * h$$

$$ÁreaTriángulo = \frac{base * altura}{2} \qquad A = \frac{b * h}{2}$$

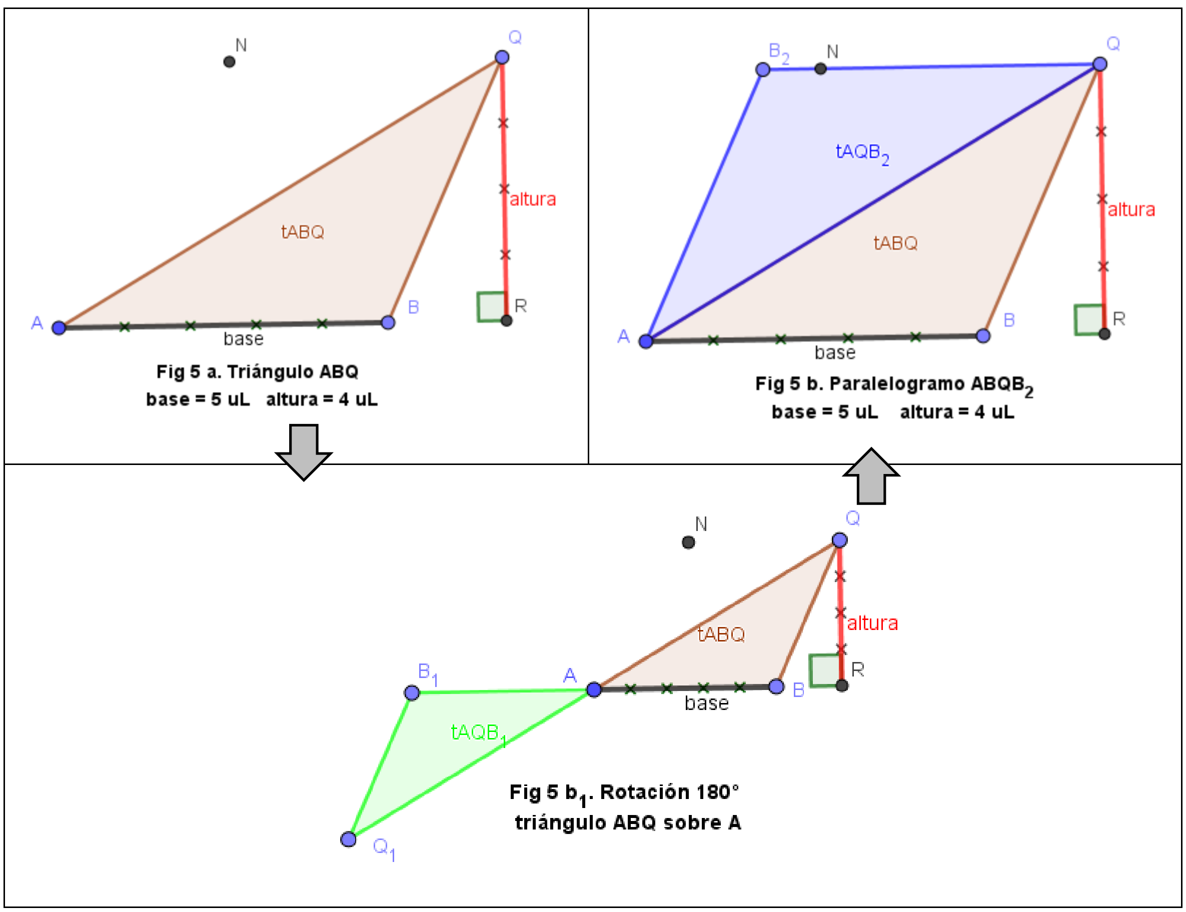
Conclusión: El área de un triángulo es la mitad del área de un rectángulo que tiene la misma base y la misma altura.

En la figura, la **base** del triángulo **ABC** es **4 u** y la **altura, 3 u.** Por lo tanto su **área = (4 u x 3 u)/2 = 6 u^2.**

Ver aplicación Área del Triángulo con base en el rectángulo:
https://www.geogebra.org/m/xjyeyfft

Ir a Contenido

2. Transformar el triángulo en un romboide con la misma base y la misma altura:



En la **Fig.5** se muestra el triángulo **ABQ** y el resultado de dos transformaciones.

a. **Rotación** de 180° del triángulo **ABQ** sobre **A** (resultado en **Fig 5 b_1**). *Se duplica el triángulo*.
b. **Traslación** del triángulo **AB_1Q_1** de **A a Q** (resultado en **Fig. 5 b**).

Con estas transformaciones el **triángulo ABQ** y su copia, se convierten en el **romboide $ABQB_2$** que equivale a **dos veces el triángulo ABQ**. Así las cosas, el **área del triángulo ABQ es la mitad del área del romboide** porque las dos figuras tienen la misma base y la misma altura.

$$\text{Á}\boldsymbol{reaRomboide} = \boldsymbol{base} * \boldsymbol{altura} \qquad \boldsymbol{A} = \boldsymbol{b} * \boldsymbol{h}$$

$$\text{Á}\boldsymbol{reaTri}\text{á}\boldsymbol{ngulo} = \frac{\boldsymbol{base} * \boldsymbol{altura}}{\mathbf{2}} \qquad \boldsymbol{A} = \frac{\boldsymbol{b} * \boldsymbol{h}}{\mathbf{2}}$$

Conclusión: El área de un <u>triángulo</u> es la mitad del área de un <u>romboide</u> que tiene la misma base y la misma altura.

En la figura, la **base** del triángulo **ABQ** es **5 u** y la **altura, 4 u.** Por lo tanto su **área = (5 u x 4 u)/2 = 10 u^2.**

Ver aplicación Área del Triángulo con base en el romboide:
https://www.geogebra.org/m/s3tqqfaa

Ir a Contenido

Fórmula de Herón para el área del triángulo

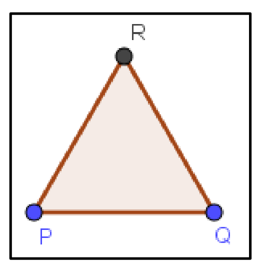
Herón de Alejandría (siglos I – II D.C.) fue un ingeniero físico y matemático griego.
La fórmula de Herón es otro procedimiento para **calcular el área de un triángulo**. Es útil cuando se conoce la medida de los tres lados como en el caso del triángulo equilátero.

$$\boldsymbol{A} = \sqrt{\boldsymbol{s} * (\boldsymbol{s} - \boldsymbol{a}) * (\boldsymbol{s} - \boldsymbol{b}) * (\boldsymbol{s} - \boldsymbol{c})} \qquad \boldsymbol{s} = \frac{(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c})}{\mathbf{2}}$$

s es el semiperímetro
a, b, c son los lados

Ejemplo:

Calcular el área de un triángulo equilátero **PQR** que su lado mide 16 cm.



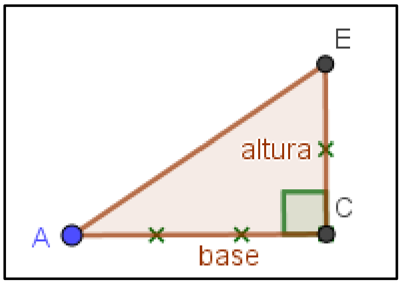
$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} = \boldsymbol{c} = \mathbf{16}\ \boldsymbol{cm} \qquad \boldsymbol{s} = \frac{(\mathbf{16} + \mathbf{16} + \mathbf{16})}{\mathbf{2}} = \mathbf{24}\ \boldsymbol{cm}$$

$$\boldsymbol{A} = \sqrt{\mathbf{24} * (\mathbf{24} - \mathbf{16}) * (\mathbf{24} - \mathbf{16}) * (\mathbf{24} - \mathbf{16})} \qquad \boldsymbol{A} = \sqrt{\mathbf{12288}} = \mathbf{110{,}85}\ \boldsymbol{cm}^{\mathbf{2}}$$

Ir a Contenido

Área del triángulo rectángulo

Triángulo Rectángulo es un triángulo que tiene un ángulo interior de **90° (ángulo recto)**.



En el triángulo rectángulo, los lados que forman el ángulo recto reciben el nombre de **catetos** y el lado opuesto al ángulo recto recibe el nombre de **hipotenusa.**

En la figura, los **catetos** son **AC** y **CE.** La hipotenusa es **AE.** La hipotenusa siempre es el lado de mayor longitud.

Por otra parte, el **cateto AC** corresponde a la **base** del triángulo mientras que el **cateto CE** corresponde a su **altura.**

Por lo tanto, el **área de un triángulo rectángulo es el producto de los dos catetos divido entre 2:**

$$\acute{A}reaTri\acute{a}nguloRect\acute{a}ngulo = \frac{cateto1 * cateto2}{2}$$

El área del triángulo de la figura es **(3 * 2)/2 = 3 u²**

Ir a Contenido

ÁREA DEL ROMBO

Rombo es un paralelogramo que tiene los 4 lados congruentes. Las dos diagonales son perpendiculares entre sí.

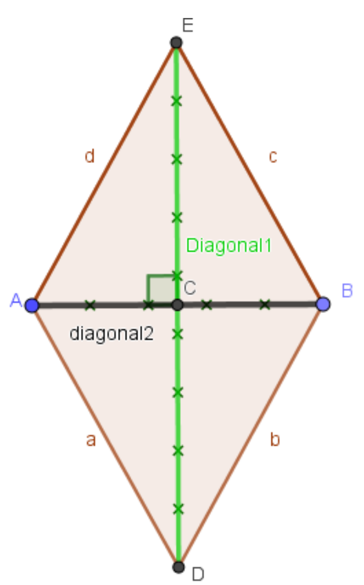


Fig 6 a. Rombo ADBE
Diagonal1 = 9 diagonal2 = 5

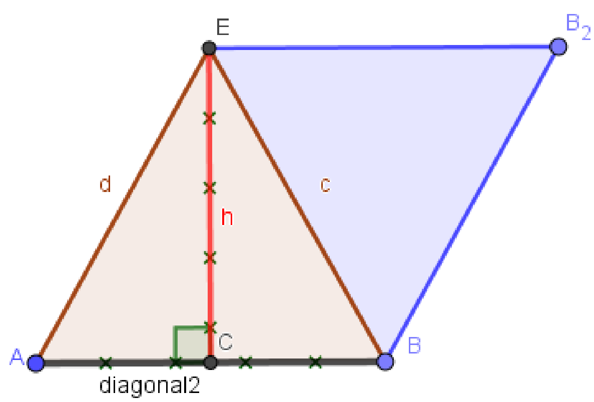


Fig 6 b. Paralelogramo ABB_2E
base = diagonal2 altura = Diagonal1/2

En la **Fig 6** se muestra que en el rombo **ADBE** se trasladó el triángulo **ABD** de **A** a **E**. Se obtiene el **romboide ABB$_2$E** con **base igual a diagonal2** y con **altura igual a la mitad de la Diagonal1**. En consecuencia, el área del **rombo ADBE** es igual al área del romboide **ABB$_2$E**.

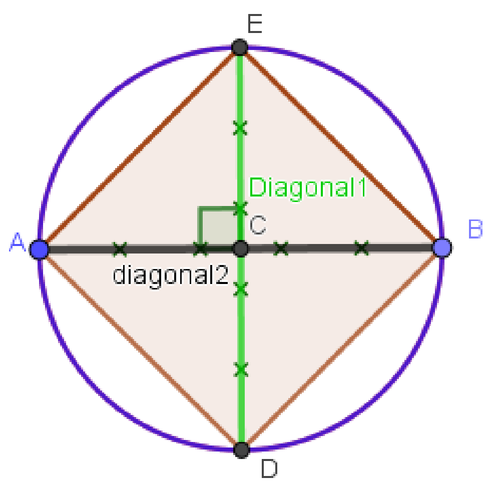
$$\text{Á}\boldsymbol{reaRombo} = \frac{\boldsymbol{Diagonal1 * diagonal2}}{\mathbf{2}} \qquad \boldsymbol{A} = \frac{\boldsymbol{D * d}}{\mathbf{2}}$$

Conclusión: El área de un rombo equivale al producto de las dos diagonales dividido en 2.

En la figura, la **Diagonal1** del rombo **ADBE** es **9 u** y la **diagonal2, 5 u.** Por lo tanto su **área = (9 u x 5 u)/2 = 22,5 u^2.**

Ir a Contenido

Rombo con las dos diagonales congruentes:



Si las **dos diagonales del rombo son congruentes** (igual medida porque son diámetros de la circunferencia circunscrita), **el rombo es un cuadrado**. En ese caso, se puede calcular el área de un cuadrado por la fórmula

$$\text{Á}\boldsymbol{rea\ del\ cuadrado} = \frac{\boldsymbol{diagonal^2}}{\mathbf{2}}$$

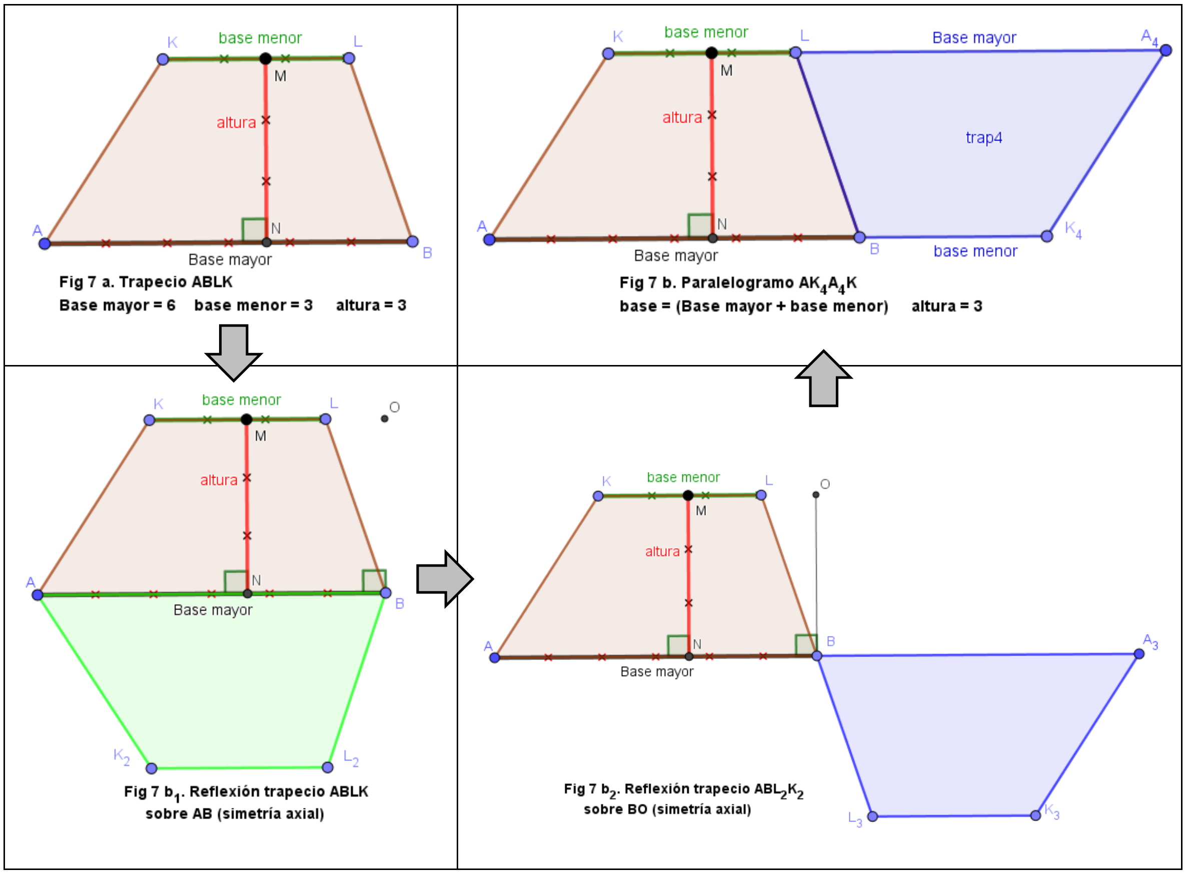
En la figura, cada diagonal mide 5 uL. Por lo tanto el cuadrilátero **AEBD** es un cuadrado. Su área será **(5)^2/2 = 12,5 u^2**

Ver aplicación Área del Rombo:
https://www.geogebra.org/m/cg7zm4ys

Ir a Contenido

ÁREA DEL TRAPECIO

Trapecio es un cuadrilátero que sólo dos lados no consecutivos son paralelos.



En la **Fig. 7** se muestra el trapecio **ABLK** y el resultado de tres transformaciones.

a. **Reflexión** (simetría axial) del trapecio **ABLK** sobre **AB** (resultado en **Fig 7 b_1**). *Se duplica el trapecio*.

b. **Reflexión** (simetría axial) del trapecio **ABL_2K_2** sobre **BO** (resultado en **Fig 7 b_2**).

c. **Traslación** del trapecio **$BA_3K_3L_3$** de **B** a **L** (resultado en **Fig. 7 b**).

Con estas transformaciones el **trapecio ABLK** y su copia, se convierten en el **romboide AK_4A_4K** que equivale a **dos veces el trapecio ABLK**. De esta manera, el **área del trapecio ABLK es la mitad del área del romboide AK_4A_4K**:

$$\acute{A}rea Romboide = (Base mayor + base menor) * altura$$

En consecuencia,

$$\acute{A}rea Trapecio = \frac{(Base mayor + base menor) * altura}{2}$$

Por otra parte, en la **Fig 7 c** se muestra que el **trapecio ABLK** se transformó en el **rectángulo UVTS** con igual altura pero de base igual a la base media del trapecio. El trapecio y el rectángulo de la **Fig 7 c** tienen igual área.

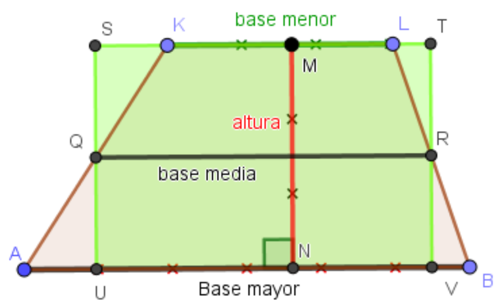


Fig 7 c. Trapecio ABLK y rectángulo UVTS de base media QR

$$\text{Á}\boldsymbol{reaTrapecio} = \boldsymbol{basemedia} * \boldsymbol{altura}$$

$$\text{Á}\boldsymbol{reaTrapecio} = \left(\frac{\boldsymbol{Basemayor} + \boldsymbol{basemenor}}{\mathbf{2}}\right) * \boldsymbol{altura}$$

$$\boldsymbol{A} = \left(\frac{\boldsymbol{B} + \boldsymbol{b}}{\mathbf{2}}\right) * \boldsymbol{h}$$

Conclusión: El área de un trapecio equivale al producto de la semisuma de las dos bases por la altura.

En la figura, la **BaseMayor** del trapecio **ABLK** es **6 u,** la **baseMenor, 3 u** y la **altura, 3 u.** Por lo tanto su $\text{á}\boldsymbol{rea} = \left(\frac{\mathbf{6}\,\boldsymbol{u}+\mathbf{3}\,\boldsymbol{u}}{\mathbf{2}}\right) * \mathbf{3}\boldsymbol{u} = \mathbf{13{,}5}\;\boldsymbol{u}^{\mathbf{2}}$

Ver aplicación Área del Trapecio:

https://www.geogebra.org/m/gspfuppk

Ir a Contenido

ÁREA DE POLÍGONOS REGULARES

Polígono regular es una figura poligonal convexa que tiene todos sus lados y todos sus ángulos interiores congruentes.

Apotema de un polígono regular es la distancia del centro del polígono al punto medio de un lado. También es la altura de cada uno de los triángulos centrales del polígono.

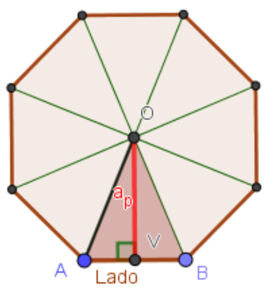


Fig 8 a. Octágono regular

El **octágono regular** de lado **AB** de la **Fig 8 a.** se descompone en los ocho triángulos centrales como se muestra en la **Fig 8 b.**

Se duplica la secuencia de triángulos centrales y con las dos secuencias se forma el **romboide RSTZ** (**Fig 8 c.**)

Se concluye que el área del **octágono regular** es la mitad del área del **romboide RSTZ**.

La base del romboide **RSTZ** es el perímetro del polígono y su altura es la apotema: **base = Perímetro ; altura = apotema**

ÁreaRomboide = base * altura = Perímetro * apotema

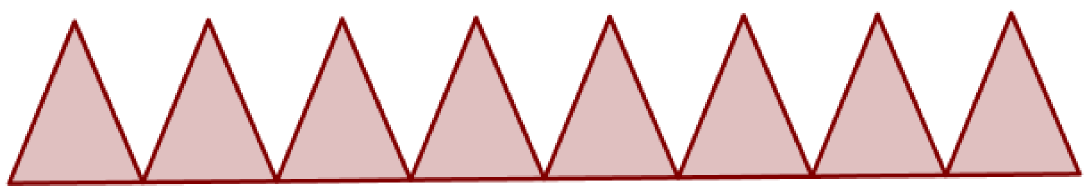


Fig 8 b. Secuencia de triángulos centrales del Octágono regular

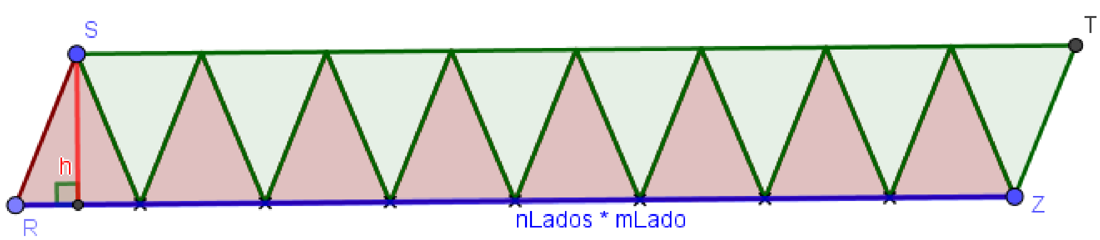


Fig 8 c. Paralelogramo RSTZ formado por dos secuencias de triángulos centrales

$$\acute{A}reaPol\acute{\imath}gonoRegular = \frac{\acute{A}reaRomboide}{2}$$

$$\acute{A}reaPol\acute{\imath}gonoRegular = \frac{Per\acute{\imath}metro * apotema}{2}$$

$$A = \frac{P * a_p}{2} \qquad P = n * L \qquad A = \frac{n * L * a_p}{2}$$

$P = per\acute{\imath}metro$ $\quad n = n\acute{u}mero\ de\ lados$ $\quad L = medida\ del\ lado$ $\quad a_p = apotema$

Conclusión: El área de un polígono regular equivale al producto del perímetro (P) por la apotema (a_p) dividido en dos.

El perímetro (P) de un polígono regular es el producto del número de lados (n) por la medida del lado (L).

Ver aplicación Área del Polígono regular:
https://www.geogebra.org/m/gkbbkusn

Ejemplo 1:

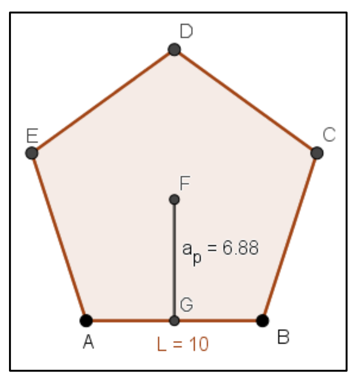
En un octágono regular como el de la figura anterior, el **lado** mide 8 m y su **apotema**, 7.17 cm. Calcular el perímetro y el área.

n = 8 lados **L = 8** cm **a_p = 7,17** cm **Perímetro P = 8 x 8 cm = 64 cm**

$$\acute{A}rea = \frac{64cm * 7,17\ cm}{2} = 229,44\ cm^2$$

Ejemplo 2:

Calcular el perímetro y el área del pentágono de la figura. Medidas en centímetros.



n = 5 lados **L = 10** cm **a_p = 6,88** cm

Perímetro P = 5 x 10 cm = 50 cm

$$\acute{A}rea = \frac{50cm * 6,88\ cm}{2} = 172\ cm^2$$

Ir a Contenido

ÁREA DEL CÍRCULO

Círculo es una figura plana limitada por una circunferencia. Está formado por la circunferencia y la parte de plano que hay dentro de ella**.**

En la **Fig 9a, 9b, 9c** y **9d** se muestra un **polígono regular inscrito en una circunferencia:** Se puede observar que si el **número de lados del polígono se hace muy grande, el perímetro o contorno del polígono se aproxima cada vez más a la longitud de la circunferencia y el polígono se transforma en un círculo**. Así mismo, la **apotema del polígono** se aproxima al **radio de la circunferencia y del círculo.**

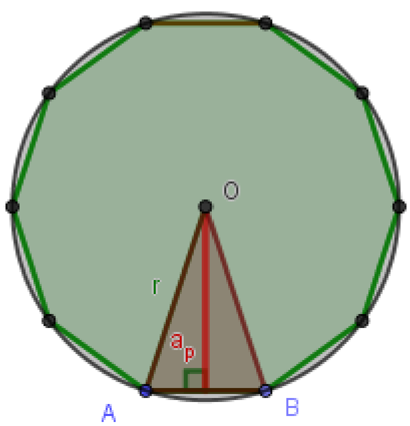


Fig 9 a. Polígono regular inscrito en la circunferencia con centro en O: n = 10 lados

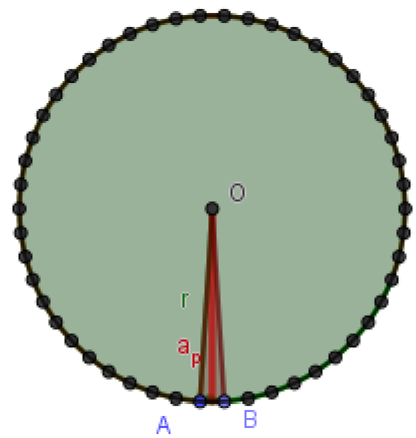


Fig 9 b. Polígono regular inscrito en la circunferencia con centro en O: n = 50 lados

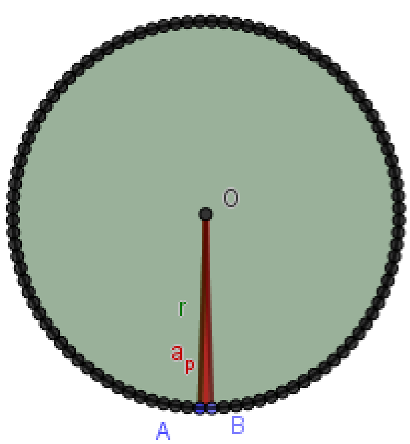


Fig 9 c. Polígono regular inscrito en la circunferencia con centro en O: n = 100 lados

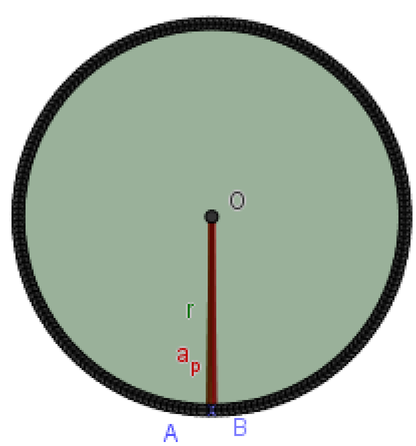


Fig 9 d. Polígono regular inscrito en la circunferencia con centro en O: n = 200 lados

Por otra parte, en la **Fig 9e, 9f** y **9g** se tiene un polígono regular con el desarrollo de los triángulos centrales de dos polígonos congruentes los cuales forman el paralelogramo RSTZ: *El área del polígono es la mitad del área del paralelogramo porque está formado por los triángulos centrales de dos polígonos congruentes.*

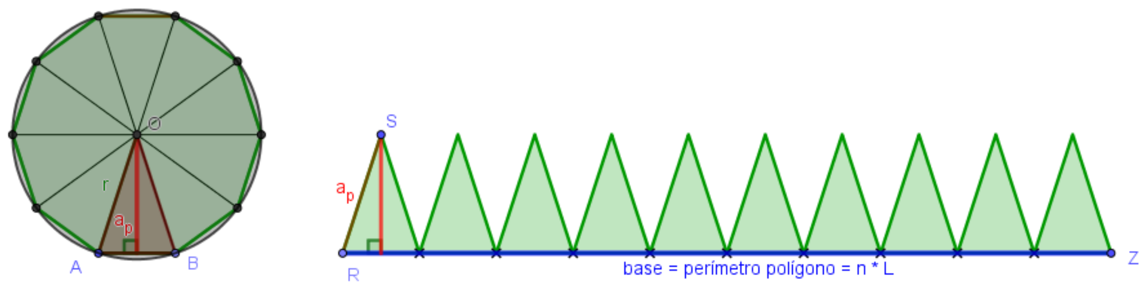


Fig 9 e. Polígono regular de n = 10 lados y su desarrollo de los triángulos centrales

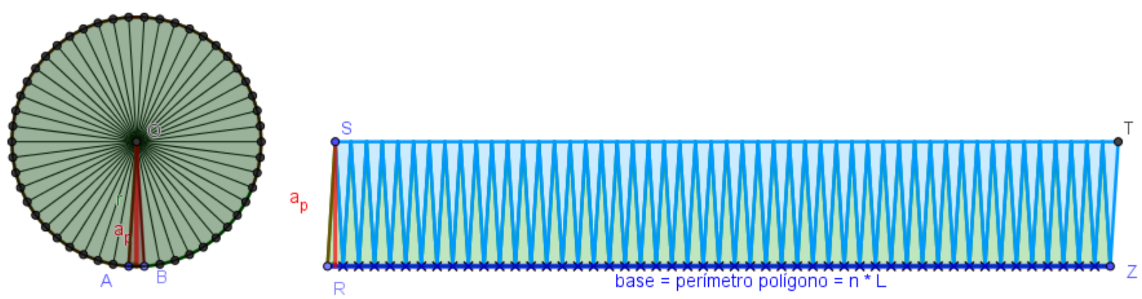


Fig 9 f. Polígono regular de n = 50 lados y su desarrollo de los triángulos centrales.
Se completa el paralelogramo RSTZ con otro desarrollo de triángulos centrales (invertidos)

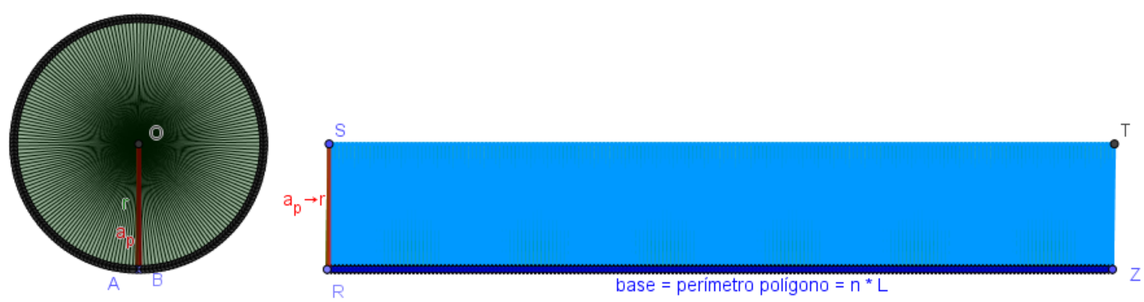


Fig 9 g. Polígono regular de n = 200 lados con dos secuencias de triángulos centrales.
El paralelogramo RSTZ se aproxima a un rectángulo.

Si el número de lados del polígono se hace muy grande, el **paralelogramo RSTZ se aproxima a un rectángulo**. De esto se obtiene:

- El área del círculo es la mitad del área del rectángulo RSTZ.
- La base del rectángulo RSTZ corresponde a la longitud de la circunferencia: **base** = **2 * π * r**.
- La altura del rectángulo RSTZ corresponde al radio del círculo: **altura = r.**

$$\acute{A}rea C\acute{i}rculo = \frac{\acute{A}rea Rect\acute{a}ngulo}{2} = \frac{(2 * \pi * r) * r}{2}$$

$$\acute{A}rea C\acute{i}rculo = \pi * r^2$$

Ver aplicación Área del Círculo:
https://www.geogebra.org/m/ngwthgjd

Ir a Contenido

ÁREA DEL SECTOR CIRCULAR

Sector circular: Porción de un círculo comprendida entre dos radios y el arco correspondiente.

En la **Fig. 10a** se muestra el **sector AOB** con radio **r** y ángulo θ.

En la **Fig. 10b** se muestra el **semicírculo AOC** que corresponde a un sector con un ángulo θ **= 180° = π radianes.**

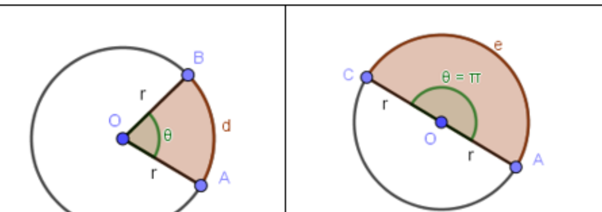


Fig 10 a. Sector circular AOB

Fig 10 b. Semicírculo AOC: sector cuando θ = 180° = π radianes

El área de un sector se puede calcular por proporcionalidad directa con base en el área del círculo puesto que para un ángulo de una vuelta (**2π radianes = 360°**) se tiene el área del círculo, **π*r²:**

$\acute{A}ngulo\ del\ sector$:	$\acute{A}rea$:
$2\pi\ rad = 360°$	$\acute{A}rea\ C\acute{i}rculo = \pi * r^2$
θ	$\acute{A}rea\ Sector = ?$

$\acute{A}ngulo\ del\ sector\ en\ radianes$:	$\acute{A}ngulo\ del\ sector\ en\ grados$:
$\acute{A}rea\ Sector = \frac{(\pi * r^2) * \theta}{2 * \pi}$	$\acute{A}rea\ Sector = \frac{(\pi * r^2) * \theta}{360°}$
$\acute{A}rea\ Sector = \frac{r^2 * \theta}{2}$	$\acute{A}rea\ Sector = \frac{\pi * r^2 * \theta}{360°}$

Ejercicio de área de sector circular con el ángulo medido en radianes:

Calcular el área de un sector circular si el **radio mide 25 cm** y el **ángulo mide 0,785 radianes**.

r = 25 cm **θ = 0,7854 radianes**

Como el **ángulo está en radianes**:

$$\text{Área } \boldsymbol{Sector} = \frac{\boldsymbol{r^2 * \theta}}{\boldsymbol{2}}$$

$$\text{Área } \boldsymbol{Sector} = \frac{\boldsymbol{25^2 * 0,7854}}{\boldsymbol{2}} = \boldsymbol{245,4\ cm^2}$$

Ejercicio de área de sector circular con el ángulo medido en grados:

Calcular el área de un sector circular si el **radio mide 25 cm** y el **ángulo mide 45°**.

r = 25 cm **θ = 45°**

Como el **ángulo está en grados**:

$$\text{Área } \boldsymbol{Sector} = \frac{\boldsymbol{\pi * r^2 * \theta}}{\boldsymbol{360°}}$$

$$\text{Área } \boldsymbol{Sector} = \frac{\boldsymbol{\pi * 25^2 * 45°}}{\boldsymbol{360°}} = \boldsymbol{245,4\ cm^2}$$

Ir a Contenido

ÁREA DEL SEGMENTO CIRCULAR

Segmento circular: Porción de círculo comprendida entre una cuerda y el arco correspondiente. En la **Fig. 11** la cuerda es el segmento **AB**.

El área de un segmento circular corresponde a la diferencia entre el área del sector circular y el área del triángulo central para el mismo ángulo central.

$$\text{Área}\boldsymbol{SegmentoCircular} = \text{Área}\boldsymbol{SectorCircular\ OAB} - \text{Área}\boldsymbol{Tri\acute{a}nguloCentral\ OAB}$$

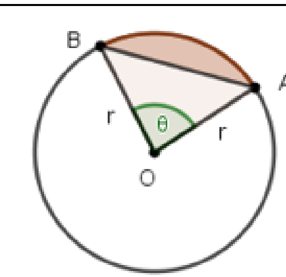


Fig 11. Segmento circular

Ejercicio de área de segmento circular:

Calcular el área de un segmento circular si se sabe que el **radio mide 40 cm, el ángulo central mide 80° y la cuerda, 29,8 cm**.

Área del sector circular OAB: **r = 40 cm** **θ = 80°**

$$\acute{A}rea\ Sector = \frac{\pi * 40^2 * 80°}{360°} = 1117\ cm^2$$

Área del triángulo central OAB: medidas de los lados: OA = 40 cm OB = 40 cm AB = 51,4 cm

Se utiliza la **Fórmula de Herón** dado que se conoce la medida de los tres lados:

$$A_{\Delta} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$s = \frac{a+b+c}{2} \qquad s = \frac{40+40+51,4}{2} = 65,7\ cm$$

$$A_{\Delta} = \sqrt{65,7(65,7-40)(65,7-40)(65,7-51,4)} = 787,7\ cm^2$$

Área del segmento circular:

$$A_{segmento} = A_{sector} - A_{triángulo} \qquad A = 1117\ cm^2 - 787,7\ cm^2 = 329,3\ cm^2$$

Ir a Contenido

ÁREA DE LA CORONA CIRCULAR

Corona circular es la porción de círculo comprendida entre dos circunferencias concéntricas como se muestra en la **Fig 11.** El punto **O** es el centro de las dos circunferencias. **R** y **r** son los radios de las circunferencias concéntricas.

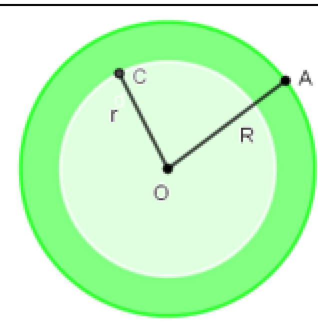


Fig 12. Corona circular

El área de una corona circular corresponde a la <u>**diferencia**</u> **entre el área de los dos círculos:**

$$\acute{A}reaCoronaCircular = \pi * R^2 - \pi * r^2$$

Ejercicio de área de corona circular:

Calcular el área de una corona circular si se sabe que los radios miden 26 cm y 18 cm.

R = 26 cm **r = 18 cm**

$$\acute{A}reaCoronaCircular = \pi * 26^2 - \pi * 18^2 = 1105,8\ cm^2$$

Ir a Contenido

ÁREA DEL TRAPECIO CIRCULAR

Trapecio circular es una porción de corona circular comprendida entre dos radios como se muestra en la **Fig 13**.

El área de un trapecio circular corresponde a la <u>diferencia</u> entre el área de los dos sectores circulares: Sector **OAB** – sector **ODC.**

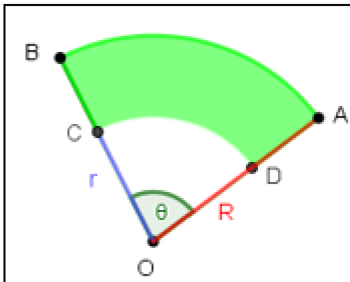


Fig 13. Trapecio circular

Si el ángulo θ se mide en radianes, se tiene que:

$$\acute{A}\boldsymbol{rea\ TrapecioCircular} = \frac{\boldsymbol{R^2 * \theta}}{\boldsymbol{2}} - \frac{\boldsymbol{r^2 * \theta}}{\boldsymbol{2}}$$

Sacando factor común:

$$\acute{A}\boldsymbol{rea\ TrapecioCircular} = \frac{\boldsymbol{\theta}}{\boldsymbol{2}}(\boldsymbol{R^2 - r^2})$$

Si el ángulo θ se mide en grados,

$$\acute{A}\boldsymbol{rea\ TrapecioCircular} = \frac{\boldsymbol{\pi * \theta}}{\boldsymbol{360°}}(\boldsymbol{R^2 - r^2})$$

Ejercicio de área de trapecio circular:

Los radios de un trapecio circular miden 30 cm y 20 cm y su ángulo central mide 30°, calcular su área.

R = 26 cm **r = 18 cm** **θ = 30°**

$$\acute{A}\boldsymbol{rea\ TrapecioCircular} = \frac{\boldsymbol{\pi * 30°}}{\boldsymbol{360°}}(\boldsymbol{30^2 - 20^2}) = \boldsymbol{130{,}9\ cm^2}$$

Ir a Contenido

ÁREA DE FIGURAS PLANAS

TALLER DE ÁREA DE FIGURAS PLANAS

T-1. a) Para cada figura plana (**Fig 13),** que se describe por los puntos de sus vértices, determine su nombre y calcule su área.

- ABDC
- DEG
- EFHG
- FKLM
- L I J
- AILK
- CDE
- DCEG
- FHM
- AKJI
- ACEF
- AFMLI

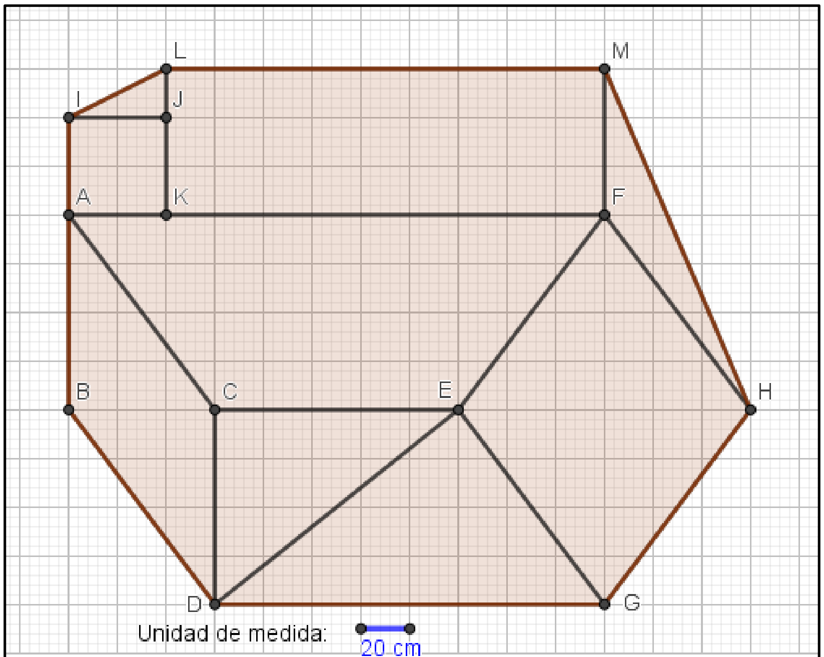


Fig. 13. Ejercicio T-1

b) Calcule el área de la figura total **(Fig 13)**, polígono DGHMLIB

T-2. Calcule el área de la figura (**Fig 14).**

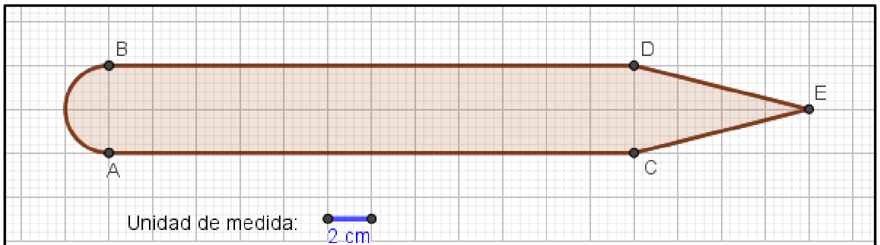


Fig. 14. Ejercicio T-2

T-3. Comprobar que el **área de la lúnula** (lúnula de Hipócrates), equivale al **área del triángulo ABC: Fig 15.**

El triángulo ABC es rectángulo isósceles. Las medidas de sus lados son:

- cateto AC = 8 cm
- cateto AB = 8 cm
- hipotenusa BC = 11,31 cm

Los vectores (segmentos orientados o flechas) indican el radio de cada arco de circunferencia.

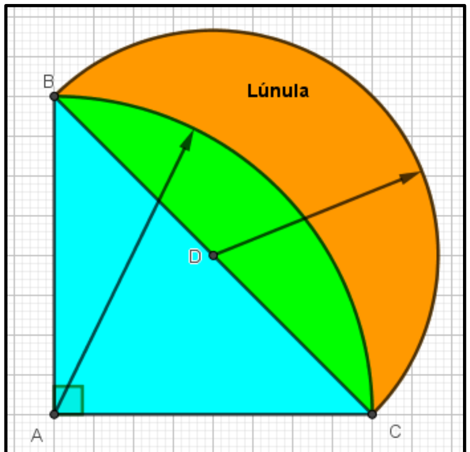


Fig. 15. Ejercicio T-3:
Lúnula de Hipócrates

T-4. Comprobar que el **área de las lúnulas de Hipócrates** equivale al **área del triángulo ABC: Fig 16.**

- El triángulo ABC es rectángulo. Las medidas de sus lados son:
  - cateto AC = 6 cm
  - cateto BC = 8 cm
  - hipotenusa AB = 10 cm

- El triángulo AFC es isósceles y el ángulo central mide 73,73°

- El triángulo BFC también es isósceles y el ángulo central mide 106,26°

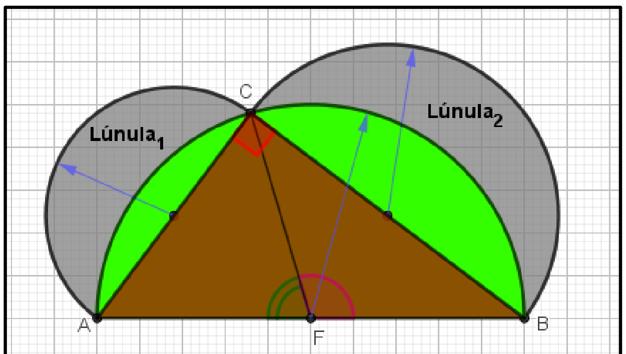


Fig. 16. Ejercicio T-4
Lúnulas de Hipócrates

Sugerencia: Utilice la fórmula de Herón para calcular el área de los triángulo AFC y BFC.

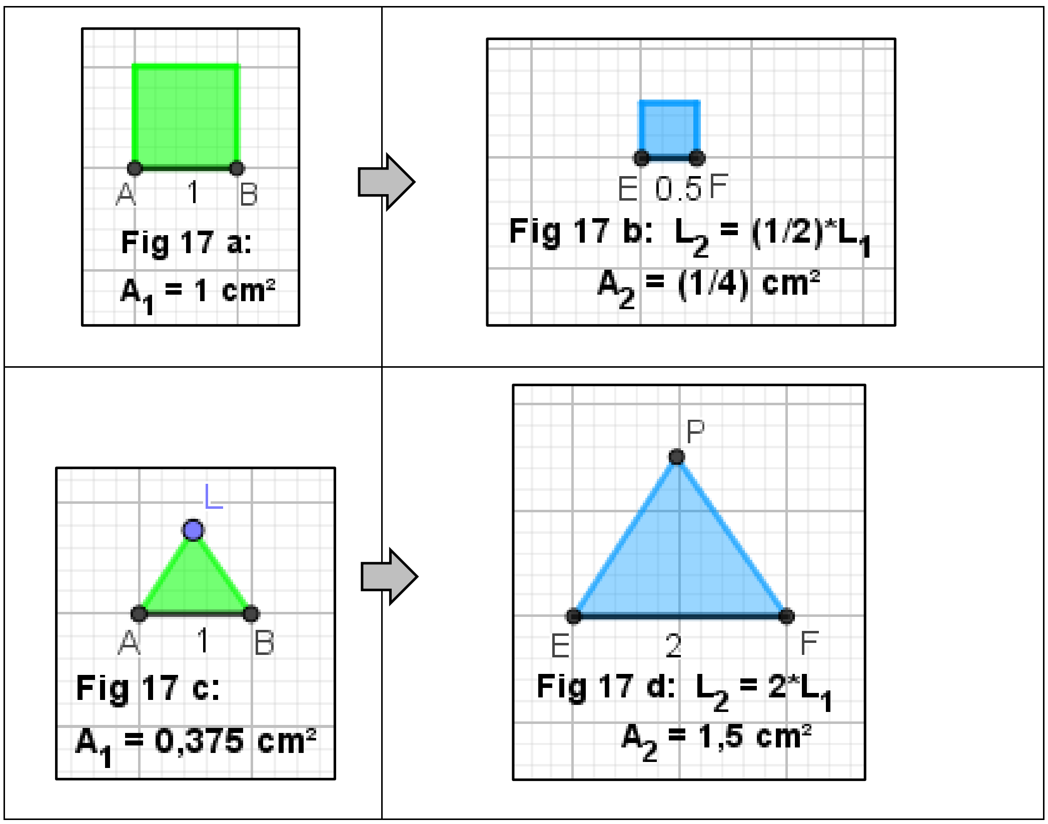
[Ir a Contenido]

VARIACIÓN DEL ÁREA DE FIGURAS PLANAS CON RELACIÓN A LA LONGITUD

En las figuras siguientes se muestra cómo es la variación de la medida del área de una figura plana cuando se modifica la longitud de sus elementos:

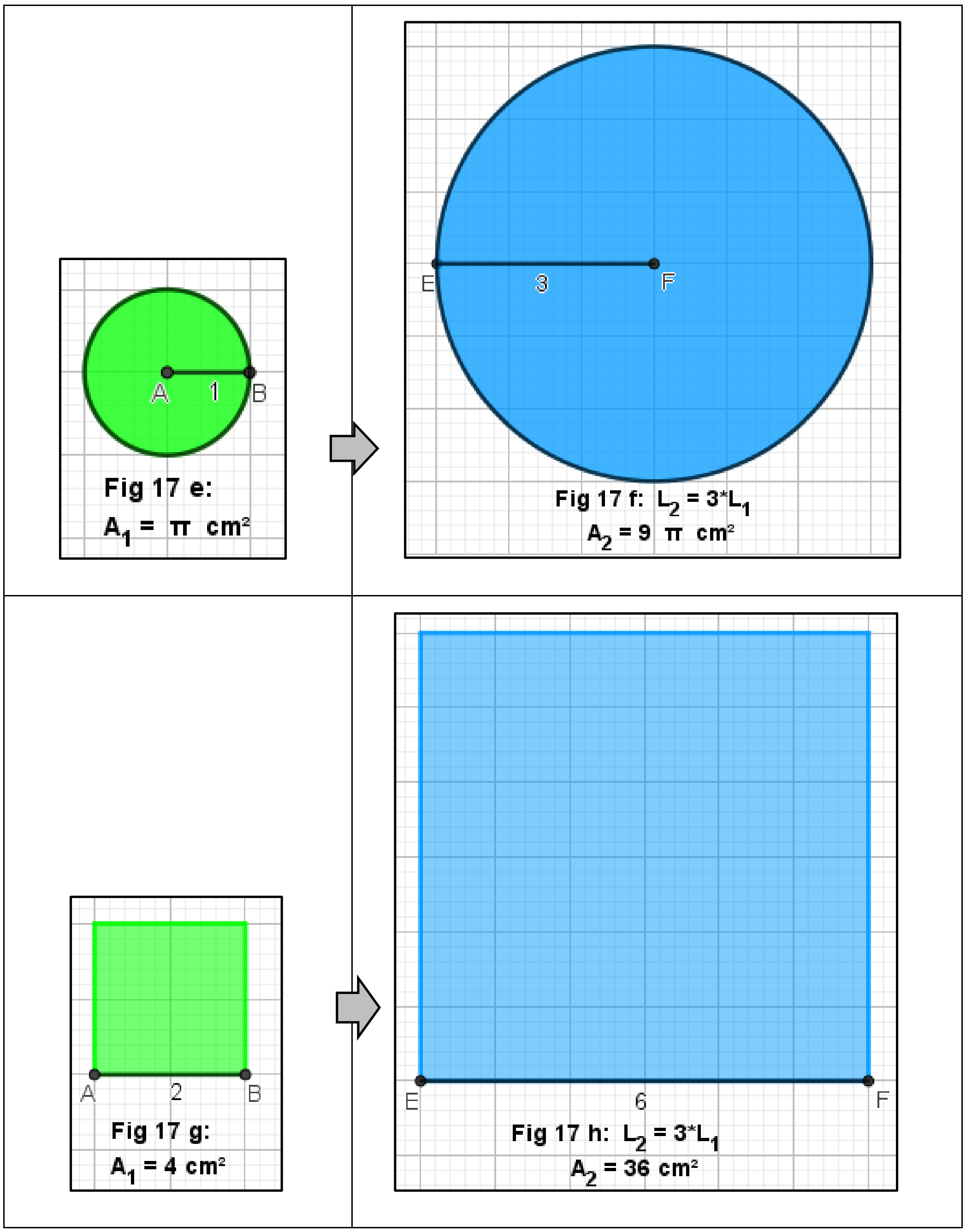
a) El cuadrado de la **Fig 17 b**, el lado es la mitad del lado del cuadrado de la **Fig 17 a: El lado se disminuye a la mitad (1/2) y el área se disminuye a la cuarta parte (1/4).**

b) El triángulo de la **Fig 17 d,** la base y la altura es el doble de la base y la altura del triángulo de la **Fig. 17 c: La base y la altura se aumentan al doble (2 veces) y el área se aumenta 4 veces.**



c) El círculo de la **Fig 17 f,** el radio es el triplo del radio del círculo de la **Fig 17 e: El radio se aumenta al triplo (3 veces) y el área se aumenta 9 veces.**

d) El cuadrado de la **Fig 17 h,** el lado del cuadrado es el triplo del lado del cuadrado de la **Fig 17 g: El lado se aumenta al triplo (3 veces) y el área se aumenta 9 veces.**



Conclusión: Cuando se incrementa la longitud de los elementos de una figura plana, el área se incrementa el cuadrado del incremento de la longitud: Si la longitud se hace n veces, el área se hace n^2 veces.

Así por ejemplo:

Si la longitud se hace 2 veces, el área se hace $2^2 = 4$ veces
Si la longitud se hace 3 veces, el área se hace $3^2 = 9$ veces
Si la longitud se hace 4 veces, el área se hace $4^2 = 16$ veces
Si la longitud se hace la mitad, el área se hace $(1/2)^2 = 1/4$
Si la longitud se hace la tercera parte, el área se hace $(1/3)^2 = 1/9$

Ver aplicación Variación del área con relación a la variación de la longitud:
https://www.geogebra.org/m/m3br78ek

Ir a Contenido

profedomingohely