

Teoría – Tema 4

CCSS Teoría - 8 - Método de Gauss-Jordan para obtener matriz inversa

Método de Gauss-Jordan para obtener matriz inversa

Partimos del par matricial $(A|I)$ y aplicamos transformaciones entre filas (solo entre filas) hasta obtener un nuevo conjunto $(I|B)$, donde $B=A^{-1}$ en caso de existir la matriz inversa. También podemos intercambiar el orden entre filas.

Si al realizar el proceso de transformación alguna de las filas de A se anula, llegaríamos a una incongruencia y significaría que A no admite inversa.

Ejemplo 1 resuelto

¿Existe la inversa de $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$? Planteamos el conjunto $(A|I)$.

$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 0 \\ -4 & 6 & 0 & 1 \end{array} \right) \rightarrow$ Aplicamos transformaciones para obtener el nuevo conjunto $(I|B) \rightarrow$
 $F'_1 = 2 \cdot F_1 + F_2 \rightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 2 & 1 \\ -4 & 6 & 0 & 1 \end{array} \right) \rightarrow$ Y obtenemos una incongruencia en la F_1 al tener todos los términos nulos en la matriz de partida $A \rightarrow$ No es posible obtener la matriz inversa.

Ejemplo 2 resuelto

¿Existe la inversa de $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$? Planteamos el conjunto $(A|I)$

$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \rightarrow$ Aplicamos transformaciones para obtener el nuevo conjunto $(I|B) \rightarrow$
 $F'_1 = F_1 + 3 \cdot F_2 \rightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 5 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \rightarrow F'_2 = 5 \cdot F_2 - F_1 \rightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 5 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & -1 & 2 \end{array} \right) \rightarrow F'_1 = \frac{1}{5} F_1,$
 $F'_2 = \frac{1}{5} F_2 \rightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & \frac{1}{5} & \frac{3}{5} \\ 0 & 1 & \frac{-1}{5} & \frac{2}{5} \end{array} \right) \rightarrow$ Matriz inversa $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{-1}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$

Que satisface las igualdades:

$$A \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } A^{-1} \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$