Teoricas

2.1.2.1 Las ecuaciones lineales pueden ser homogeneas o no homogeneas; estas contienen las derivadas hasta orden n de la variable dependiente y los coeficientes de estas derivadas son funciones arbitraria de la variable independiente

2.1.2.2

Lineales

$n=2$ $2x\,y'' + 10x^2 y' + 16y = \cos x$

$n=3$ $(4x)y^{(3)} + (20x)y'' + (3x)y' (2x)y = \cos 2x$

$n=4$ $(6x)y^{(4)} + (10x)^{(3)} + (8x)y'' + (2y)y' + (3x)y = \cos 4x$

No Lineales

$n=2$ $(12x)y'' + (2y^3)y' + 10y = \cos x$

$n=3$ $(12y')y^{(3)} + (2x)y'' + (2y')y' (4x)y = \cos x$

$n=4$ $(10y'')y^{(4)} + (12y')y^{(3)} + (4x)y'' + (3y^4)y' + (2x)y = \cos 4x$

2.1.3.1

orden uno: $r-1=0$

orden dos: $r(r-1)=0$

orden tres: $r(r-1)(r-2)=0$

orden cuatro: $r^3(r-1)=0$

2.1.3.1 $(D-1)y=0$; $D(D-1)=0$; $D(D-1)(D-2)y=0$; $D^3(D-1)y=0$

2.1.3.2

Orden uno:

$y=e^{1\cdot x}$

$(D-1)e^{x}=0$

$e^x - e^x = 0$

Orden dos:

$y=e^{1\cdot x}$

$D(D-1)(1)=0$

$D(0-1)=0$

$0 + 0 =$

$0 = 0$

$y=e^{1\cdot x}$

$D(D-1)e^x=0$

$D(e^{1x}-e^x)=$

$D(0)=$

$0=0=0$

Orden tres:

$y=e^{0\cdot x}=1$

$D(D-1)(D-2)(1)=0$

$D(D-1)(0-2)$

$D(D-1)(-2)=$

$D(0+2)=$

$D(2)=$

$0=0$

$y=e^{2x}$

$D(D-1)(D-2)e^{2x}=0$

$D(D-1)(2e^{2x}-2e^{2x}-2e^{2x})=$

$D(0-1)(0)$

$D(0)=$

$0=0$

Orden cuatro:

$y=e^{0x}=1$

$D^3(D-1)(1)=0$

$D^3(0-1)$

$D^3(-1)=$

$D^2 D(-1)=$

$D^2(0)=$

$0=0$

$y=e^{1x}$

$D^3(D-1)e^x=0$

$D^3(e^x-e^x)=$

$D^3(0)=$

$0=0$

2.1.4.

Orden dos

$(r-i)(r+i)=0$

$r^2+1=0$

$\Rightarrow (D^2+1)y=0$

$y=e^{\pm ix}$

$(D^2+1)e^{\pm ix}=0$

$D^2 e^{\pm ix} + 1 \cdot e^{\pm ix} = 0$

$D(De^{\pm ix}) + e^{\pm ix} =$

$D(\pm i e^{\pm ix}) + e^{\pm ix} =$

$\pm i^2 e^{\pm ix} =$

$-e^{\pm ix} + e^{\pm ix} =$

$0 = 0$

Orden tres

$r(r-i)(r+i)=0$

$r(r^2+1)=0$

$\rightarrow D(D^2+1)y=0$

$y=e^{\pm ix}$

$D(D^2+1)e^{\pm ix}=0$

$D(0)=$

$0=0$

2.1.5 Debido a que las exponenciales no cambian su forma bajo el operador derivada n-esima, de tal forma que seria posible intentar encontrar una combinación lineal específica para que se logre anular siempre que los coeficientes de la ecd lineal sean constantes.

2.1.6. Se muestra en el ejemplo justamente con la notacion $y^{(n)} = D^n$

2.1.6.2 $L(\alpha y_1 + \beta y_2) = \alpha L(y_1) + \beta L(y_2)$

$\sum_{k=0}^{n} a_k D^k (\alpha y_1 + \beta y_2) =$

$\sum_{k=0}^{n} a_k D^k (\alpha y_1) + a_k D^k (\beta y_2) =$

$\sum_{k=0}^{n} (\alpha a_k D^k y_1 + \beta a_k D^k y_2) =$

$\sum_{k=0}^{n} \alpha a_k D^k y_1 + \sum_{k=0}^{n} \beta a_k D^k y_2$

$\alpha \sum_{k=0}^{n} a_k D^k y_1 + \beta \sum_{k=0}^{n} a_k D^k y_2 =$

$\alpha L(y_1) + \beta L(y_2) =$

$L = a_n D^n \ldots + a_2 D^2 + a_1 D + a_0$

$L = \sum_{k=0}^{n} a_k D^k$

2.1.6.3 Nucleo $(L) = \{ y \mid L(y) = 0 \}$

donde $y_1, y_2 \in$ Nucleo (L), es decir $L(y_1) = 0$

$L(y_2) = 0$

$\rightarrow y_1 + y_2 \in$ Nucleo (L) pues

$$L(y_1 + y_2) = L(y_1) + L(y_2)$$
$$= 0 + 0$$

por lo demostrado en la 2.1.6.2

$\rightarrow \alpha y_1 \in$ Nucleo (L) ya que

$$L(\alpha y_1) = \alpha L(y_1)$$

por lo demostrado en 2.1.6.2 colocando $\beta = 0$