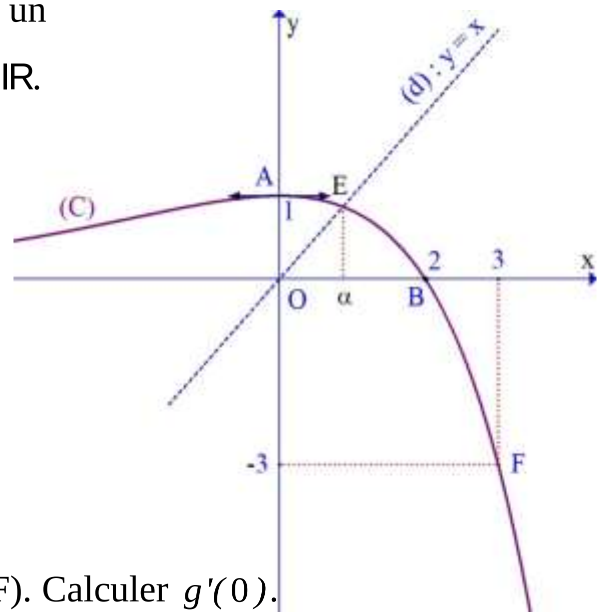
1. La courbe (C) ci-contre est la courbe représentative, dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}\,; \vec{j})$, d'une fonction f continue sur IR.



Indications :

- La courbe (C) admet en son point A (0 ; 1) une tangente horizontale, passe par F (3 ; -3) et coupe l'axe des abscisses en B (2 ; 0).
- (C) coupe la droite d'équation y = x au point E d'abscisse α.
- f(x) tend vers $-\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$.

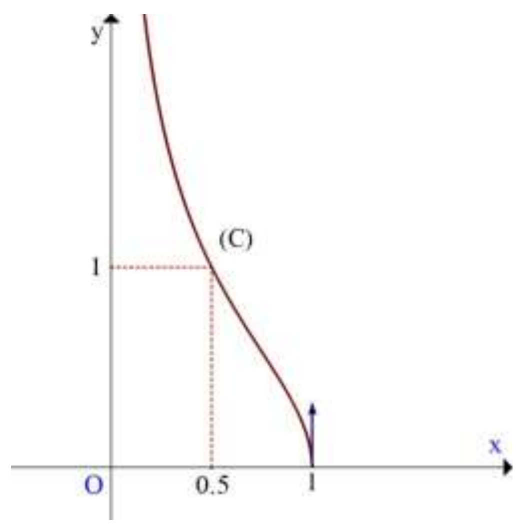
1) Reproduire la courbe (C).
2) Démontrer que f admet sur $[0;+\infty[$ une fonction réciproque g, et donner le domaine de définition de g.
3) Résoudre l'inéquation g(x) $<\alpha$.
4) Sachant que la tangente (T) à (C) en B est parallèle à (AF). Calculer $g'(0)$.
5) a- Dresser le tableau de variations de g.
b-Tracer la courbe représentative (G) de g dans le repère $(O; \vec{i}\,; \vec{j})$, en justifiant la construction.

2. On considère la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$.

1) Montrer que f admet dans l'intervalle] 0 ; 1] une fonction réciproque g dont on déterminera le domaine de définition.
2) On désigne par (F) et (G) les courbes représentatives de f et g dans un repère $(O; \vec{i}\,; \vec{j})$, et par A le point de (G) d'abscisse $\dfrac{5}{2}$.
a - Trouver l'équation de la tangente à (G) en A.
b - Montrer que $(F) \cap (G) = \varnothing$.

3. A- On considère la fonction u définie par $u(x) = x^3 + x - 1$.
1) Montrer que l'équation u(x) = 0 admet une racine unique α.
2) Vérifier que : $0{,}6 < \alpha < 0{,}7$.

B - La courbe (C) ci-contre, est la courbe représentative, dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}\,; \vec{j})$, de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{\dfrac{1-x}{x}}$.



1) a- Démontrer que f admet sur] 0; 1] une fonction réciproque g. Indiquer le domaine de g.
b- Résoudre l'inéquation $g(x) \geq \dfrac{1}{2}$.
c- Exprimer g(x) en fonction de x.
2) a- Tracer la courbe représentative (C ') de la fonction g, dans le repère $(O; \vec{i}\,; \vec{j})$.
b- Montrer que (C) et (C ') ont un point commun d'abscisse α.

(Uniquement pour la série S.G)

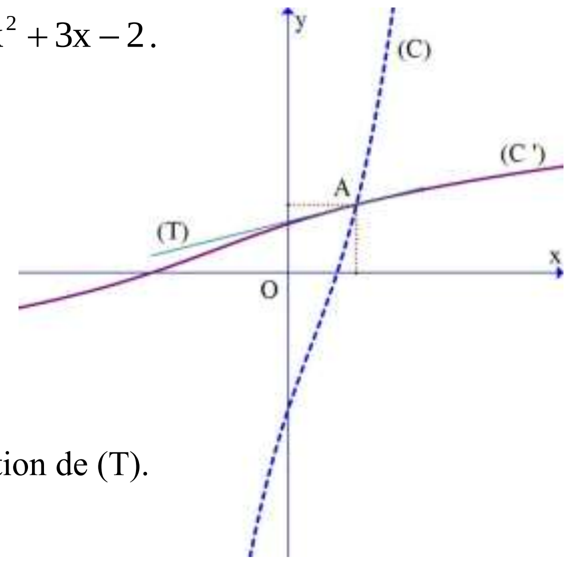
1. Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.
Ecrire le numéro de chaque question et donner, *en justifiant*, la réponse qui lui correspond.

	Questions	*Réponses* a	*Réponses* b	*Réponses* c
1	$\cos^2(\frac{1}{2}\arccos x) =$	$\frac{1+x}{2}$	$1+\frac{x}{2}$	$\frac{1}{2}x$
2	$\cos(2\arcsin x) =$	$1-2x$	$1-2x^2$	$2x^2-1$
3	En *radian* : $\arctan\frac{1}{2}+\arctan\frac{1}{3}=$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
4	$f(x) = \arccos\frac{1-x^2}{1+x^2}$, et $x > 0$, alors $f(x) =$	$2\arctan x$	$2\arccos x$	$2\arcsin x$
5	$\arccos\left(\cos\frac{6\pi}{5}\right) =$	$\frac{6\pi}{5}$	$\frac{4\pi}{5}$	$\frac{2\pi}{5}$
6	$\arcsin\left(\sin\frac{7\pi}{5}\right) =$	$\frac{7\pi}{5}$	$-\frac{3\pi}{5}$	$-\frac{2\pi}{5}$
7	Une solution de l'équation $\cos(\arcsin\frac{1}{x}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ est :	$\frac{-2}{\sqrt{3}}$	1	2
8	Une solution de l'équation $\arcsin 1 = \arcsin x + \arcsin\frac{3}{5}$ est :	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{5}$	$-\frac{4}{5}$
9	Une solution de l'équation $\arctan\frac{1}{2} + \arctan x = \frac{\pi}{4}$ est :	$\frac{3}{4}$	2	$\frac{1}{3}$
10	Une solution de l'équation $\arctan(2x-1) + \arctan x = \frac{3\pi}{4}$ est :	2	-1	3
11	Une solution de l'équation $\arcsin(3x-1) + \arcsin x = \frac{\pi}{2}$ est :	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$-\frac{3}{5}$

2. On considère la fonction f définie par $f(x) = x^3 - x^2 + 3x - 2$.

1) Montrer que f admet une fonction réciproque g.

2) Les deux courbes (C) et (C ') ci-contre sont, dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}\,;\vec{j})$, les courbes représentatives de f et g.



a- Calculer les coordonnées du point A commun à (C) et (C ').

b- (T) est la tangente à (C ') en A. Trouver l'équation de (T).

3. Simplifier les expressions suivantes :

a) $\cos(2\arccos x)$.　　b) $\cos(2\arctan x)$.

c) $\sin(2\arccos x)$.　　d) $\sin^2\left(\frac{1}{2}\arccos x\right)$.

4. Calculer la dérivée de la fonction f dans chacun des cas suivants :

a) $f(x) = (\arcsin 2x)^3$.　　b) $f(x) = \dfrac{1}{\arctan\sqrt{x}}$.

5. Calculer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 2x}{x}$.　　b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arctan 3x}{\arcsin x}$.　　c) $\lim\limits_{x\to +\infty} x\left(\dfrac{\pi}{2} - \arctan x\right)$.

6. Soit f la fonction définie pour $x \neq 0$ par $f(x) = \arctan x + \arctan\dfrac{1}{x}$.

En calculant $f'(x)$, démontrer que si $x > 0$ on a : $\arctan x + \arctan\dfrac{1}{x} = \dfrac{\pi}{2}$.